Системы компьютерной математики и их приложения

Выпуск 9,

**посвященный 90-летию
физико-математического факультета
Смоленского государственного университета**

Смоленск – 2008

Федеральное агентство по образованию
Смоленский государственный университет
Администрация Смоленской области

Системы компьютерной математики и их приложения

Материалы международной конференции

Выпуск **9**,
посвященный 90-летию
физико-математического факультета
Смоленского государственного университета

Смоленск
Издательство СмолГУ
2008

УДК 621.396.218
ББК 32.97
С 409

Печатается по решению редакционно-издательского совета СмолГУ

С 409 **Системы компьютерной математики и их приложения:** материалы международной конференции. – Смоленск: Изд-во СмолГУ, 2008. – Вып. 9. – 308 с.
ISBN 978-5-88018-445-3, *продолжающееся издание*

В сборнике публикуются тексты научных докладов и сообщений, представленных на IX Международной конференции «Системы компьютерной математики их приложения», проходившей 19-21 мая 2008 года в г. Смоленске на базе физико-математического факультета Смоленского государственного университета. Конференция была посвящена 90-летию физико-математического факультета Смоленского государственного университета. В работе конференции приняли участие научные работники и преподаватели вузов ряда стран СНГ и Прибалтики.

В материалах сборника рассматриваются вопросы применения систем компьютерной математики и их приложений в различных областях науки и техники, в математическом, техническом и гуманитарном образовании.

Сборник рекомендуется научным работникам, преподавателям вузов, аспирантам и студентам старших курсов университетов.

УДК 621.396.218
ББК 32.97

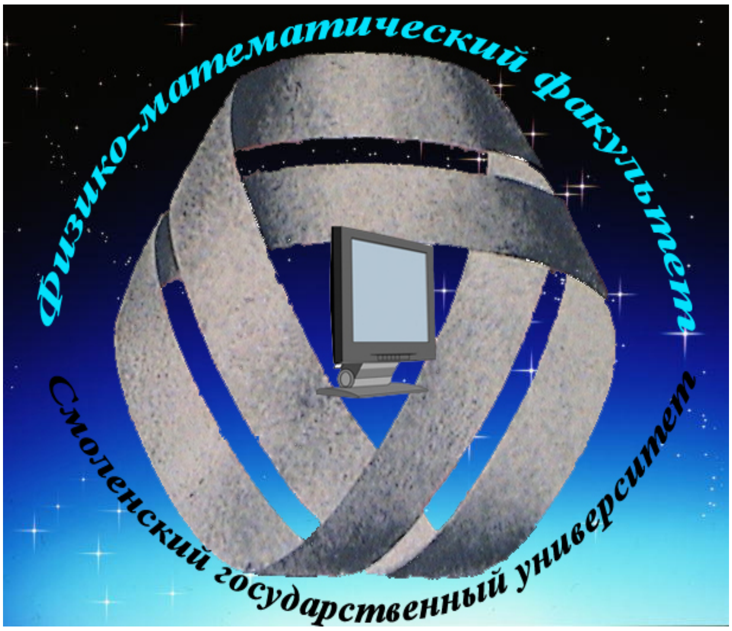
ISBN 978-5-88018-445-3,
продолжающееся издание

ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ СМОЛГУ СЕГОДНЯ! (К 90-ЛЕТИЮ ФАКУЛЬТЕТА)

К.М. РАСУЛОВ
Смоленский государственный университет, г. Смоленск

Физико-математический факультет является одним из старейших факультетов Смоленского государственного университета (СмолГУ). Факультет начал свою деятельность в декабре 1918 года, т.е. с первых дней существования СмолГУ.

В настоящее время на факультете обучаются около 800 студентов. Подготовка специалистов ведется по следующим специальностям: «Математика и информатика», «Физика и информатика», «Информатика и английский язык». С сентября 2007 года открыта новая классическая университетская специальность «Прикладная математика и информатика».



На 7 специальных кафедрах факультета (алгебры и геометрии; математического анализа; физики; информатики; информатики и электрорадиотехники; методики обучения математике, физике и информатике; английского языка) работают около 60 высококвалифицированных преподавателей. Среди них – заслуженные работники высшей школы РФ профессора В.П. Дьяконов, В.А. Петров, К.М. Расулов, профессора С.Н. Андреев, А.В. Быстров, Г.С. Евдокимова, Г.Е. Сенькина, А.В. Славин, В.А. Чернышев.

Материально-техническая база по четырем специальностям представлена 9 физическими лабораториями (из них 8 учебных и одна научно-исследовательская), где проводятся лабораторные практикумы по курсу общей физики и методики ее преподавания, а также 8 вычислительными лабораториями, оборудованными более 100 современными компьютерами для обеспечения учебного процесса. Имеются два интернет-центра, где студенты изучают современные информационные технологии.

После окончания университета лучшие выпускники факультета могут продолжать обучение в аспирантуре при кафедрах факультета по трем научным направлениям: «Математический анализ» (научный руководитель – доктор физ.-мат. наук, профессор К.М. Расулов); «Математическое моделирование» (научные руководители – доктора техн. наук, профессора В.П. Дьяконов и

А.В. Быстров; кандидат физ.-мат. наук, доцент Р.Х. Кристалинский); «Теория и методика обучения и воспитания» (научные руководители – доктор пед. наук, профессор Г.Е. Сенькина и кандидат физ.-мат. наук, доцент Е.П. Емельченков).

Ежегодно на факультете проводятся две традиционные международные научные конференции «Системы компьютерной математики и их приложения» и «Методология и методика информатизации образования», в работе которых наряду с известными учеными активно участвуют многие аспиранты и студенты.

Команда факультета постоянно принимает участие в областной выставке-семинаре «Информационные и телекоммуникационные технологии», где традиционно занимает призовые места. Результаты выступления в 10-й выставке-семинаре (январь 2007 года): 1 общекомандное место и победа в индивидуальном первенстве среди студентов вузов г. Смоленска.

В течение последних лет студенты факультета являются постоянными участниками и победителями ежегодных областных олимпиад по профилирующим направлениям обучения. В 2007 году факультет был удостоен чести принять ежегодную IV городскую олимпиаду по информатике, проходившую на базе нашего университета.

Особое внимание на факультете уделяется внеучебной работе. Студенты факультета принимают активное участие в культурной и спортивной жизни университета и города.

Ежегодно на фестивалях «Студенческая весна» команда факультета занимает призовые места и представляет университет на городских творческих конкурсах студентов.

В спортивной жизни по итогам учебного года женская и мужская команды факультета традиционно занимают первые места в общеуниверситетской спартакиаде. Огромный вклад внесли студенты факультета в 2007 году в первое место вуза на спортивной городской спартакиаде.

Выпускники физико-математического факультета приобретают фундаментальные знания по высшей математике, физике и информатике, овладевают твердыми навыками разговорного английского языка. Получение физико-математического образования является на сегодняшний день очень престижным. Прежде всего, это связано с тем, что выпускники факультета востребованы не только в образовательных учреждениях, но и в различных государственных и коммерческих организациях как в России, так и за рубежом.

Двери факультета открыты каждому человеку, желающему получить фундаментальное образование. Мы ждем всех, кто уверен, что качественное образование – залог достижения поставленных в жизни каждого нормального человека высоких целей.

Основной итог 90-летнего существования факультета: подготовлено около 8 тысяч высококвалифицированных учителей математики, физики и информатики, а также через аспирантуры факультетских кафедр подготовлено более 30 кандидатов физико-математических наук и 20 кандидатов педагогических наук.

О РАЗРАБОТКЕ КОНЦЕПЦИИ ИНФОРМАТИЗАЦИИ ОРГАНОВ ИСПОЛНИТЕЛЬНОЙ ВЛАСТИ И ОРГАНОВ МЕСТНОГО САМОУПРАВЛЕНИЯ СМОЛЕНСКОЙ ОБЛАСТИ

П.М. ЛОПАШИНОВ
Главное управление информационных технологий и связи Смоленской области

В настоящее время в Администрации Смоленской области разработан проект Концепции информатизации органов исполнительной власти и органов местного самоуправления Смоленской области, которая определяет основные приоритеты, принципы и направления реализации единой государственной политики использования информационных технологий в деятельности органов исполнительной власти и местного самоуправления Смоленской области, является инструментом обеспечения административной реформы и модернизации системы государственного управления.

Концепция призвана дать оценку текущему состоянию процесса информатизации органов исполнительной власти и местного самоуправления Смоленской области, а также определить необходимые мероприятия по его обеспечению.

Текущее состояние процесса информатизации органов исполнительной власти и местного самоуправления Смоленской области.

Создана и в течение 9 лет функционирует региональная Интранет-сеть, которая интегрирует информационные ресурсы органов исполнительной и законодательной власти, территориальных органов федеральных структур, органов местного самоуправления. О масштабах сети свидетельствует тот факт, что к ней подключены не только все органы власти, но и районные подразделения УВД, прокуратуры, Смоленского областного фонда обязательного медицинского страхования, областного комитета статистики, облвоенкомата, Регистрационной палаты Смоленской области, судебных органов, управления Роспотребнадзора по Смоленской области, ЗАГС, ГО и ЧС, потребительских обществ, районные финансовые отделы, отделы образования, сельского хозяйства, подведомственные учреждения Департамента Смоленской области по социальному развитию, учреждения здравоохранения, образовательные учреждения, библиотеки, музеи, редакции газет, ведущие промышленные предприятия, предприятия агропромышленного комплекса, строительные организации, банки, общественные организации и др. Всего – 1700 пользователей. Сейчас осуществляется поэтапное подключение администраций сельских округов.

Сеть предоставляет возможность пользоваться информационными ресурсами Интранет-портала областной администрации, который, в свою очередь, содержит ссылки на Интранет-серверы Областной думы, Избирательной комиссии, некоторых федеральных структур, всех органов исполнительной власти Смоленской области, 80% органов местного самоуправления муниципальных районов и городских округов региона. Пользователи сети осуществляют взаимодействие по служебной электронной почте.

На Интранет-портале Администрации Смоленской области размещены нормативные правовые базы данных, социально-экономическая информация, сайты органов власти, информация в сфере культуры, справочная и т.д.

На Интранет-портале размещена Интранет-версия геоинформационной системы Смоленской области. Создание геоинформационной системы Смоленской области реализуется в рамках подпрограммы областной целевой программы «Электронная Смоленщина» на 2004-2010 годы.

Все увеличивающееся количество пользователей Интранет-Сети, низкое быстродействие коммутируемых каналов связи вызвали потребность в модернизации инфраструктуры электронного взаимодействия на территории Смоленской области. В связи с этим в 2005 и 2006 годах разработаны и реализованы краткосрочные областные целевые программы «Развитие телекоммуникационной инфраструктуры органов государственной власти Смоленской области и органов местного самоуправления муниципальных образований Смоленской области на основе построения цифровых сетей передачи данных» на 2005 год и «О развитии распределенной мультисервисной сети связи и передачи данных органов государственной власти Смоленской области и органов местного самоуправления».

Созданы периферийные узлы связи распределенной мультисервисной сети связи и передачи данных во всех муниципальных районах и городских округах Смоленской области.

В Администрации области с 1999 года функционирует система электронного делопроизводства. Все органы исполнительной власти Смоленской области полностью перешли на безбумажный документооборот. Система позволяет хранить полнотекстовые копии документов, осуществлять их учет, поиск по реквизитам, контроль исполнения, составление и печать отчетов. В настоящее время система электронного делопроизводства включает 140 рабочих мест и содержит свыше 700 тысяч записей. В органах местного самоуправления – аналогичная система в 25% районов.

В 1 полугодии 2008 года Администрацией Смоленской области планируется внедрение электронного документооборота во все муниципальные районы и городские поселения.

В 2007 году создан удостоверяющий центр органов исполнительной власти Смоленской области по использованию электронной цифровой подписи на базе областного государственного учреждения «Смоленский областной центр информационно-коммуникационных технологий». С 1 февраля 2008 года осуществляется опытная эксплуатация системы электронного документооборота с использованием средств криптографической защиты информации в органах исполнительной власти Смоленской области.

Все государственные служащие имеют доступ к электронной почте и информационным ресурсам Интернета и региональной Интранет-сети.

В феврале 2006 года на официальном сайте Администрации области открыт портал государственных закупок Смоленской области. На портале предоставляется возможность размещения информации о проводимых конкурсах на поставки товаров, выполнение работ, оказание услуг для государственных и муниципальных нужд региональным заказчикам, не имеющим собственного официального сайта в сети Интернет.

По данным информационно-поисковой системы Рамблер, с 2000 года и по сей день Интернет-сервер Администрации Смоленской области в рейтинге Интернет-серверов органов исполнительной власти субъектов РФ по числу посещений находится на 3-5 месте. В сети Интернет размещены сайты всех органов исполнительной власти и 90% органов местного самоуправления муниципальных районов и городских округов Смоленской области.

Администрация Смоленской области целенаправленно и последовательно реализует мероприятия, направленные на повышение открытости своей деятельности, доведение официальной информации до граждан, развитие информационных ресурсов и организацию доступа к ним населения.

Сегодня Смоленская область входит в число лидеров по созданию сети публичных центров правовой и деловой информации. Сейчас Интранет-сеть Смоленской области включает в себя 333 центра и пункта правовой и деловой информации, в том числе 135 - в библиотеках.

Еще один проект «Электронной Смоленщины» – «Создание объединенной информационно-телекоммуникационной сети музеев Смоленской области» организует виртуальное присутствие богатейших фондов Смоленских музеев в международной сети Интернет. Для этого запланировано обеспечение музеев компьютерной и цифровой техникой, с помощью которой в цифровом виде будут представлены объекты культурного наследия Смоленщины и доступ к ней граждан России и всего мирового сообщества. Сейчас техникой обеспечено 13 областных и муниципальных музеев.

В 2005 и 2006 годах Администрация Смоленской области приняла участие в реализации совместного проекта «Разработка типовой тиражируемой региональной информационно-аналитической системы органов государственной власти» под эгидой Ассоциации экономического взаимодействия субъектов РФ ЦФО «Центрально-Черноземная». В рамках соглашения между Министерством экономического развития и торговли РФ и Администрацией Смоленской области о сотрудничестве и взаимодействии в области реализации программных мероприятий ФЦП «Электронная Россия (2002-2010 годы)» Смоленской области были выделены средства из федерального бюджета на софинансирование проекта.

Ресурсы установленного программно-технического комплекса региональной информационно-аналитической системы Смоленской области (РИАС) позволяют на новом качественном уровне организовать мониторинг и оценку социально-экономического положения региона, осуществлять анализ и прогноз его развития.

Основные направления информатизации органов исполнительной власти и органов местного самоуправления Смоленской области.

Государственная политика в сфере информатизации направлена на решение следующих ключевых задач повышения эффективности использования информационных технологий в деятельности органов исполнительной власти и органов местного самоуправления Смоленской области:

– определение стратегических приоритетов информатизации, формирование единого порядка отбора и финансирования инфраструктурных проектов в соответствии с целями социально-экономического развития и создания «электронного правительства»;

– организация интерактивного информационного обслуживания граждан и организаций на основе интернет-ресурсов органов исполнительной власти и органов местного самоуправления Смоленской области;

– обеспечение информационной безопасности деятельности органов исполнительной власти и органов местного самоуправления области;

– развитие единой защищенной информационной среды, обеспечивающей эффективное информационное взаимодействие;

– разработка стандартов в области создания типовых элементов информационно-технологической инфраструктуры, государственных информационных систем и ресурсов, их интеграции и совместного использования в рамках формирования единой архитектуры «электронного правительства» и создания единого информационного пространства органов исполнительной власти и органов местного самоуправления области;

– централизованное создание общих государственных информационных ресурсов (регистров, кадастров, реестров, классификаторов), содержащих полную достоверную актуальную и структурированную информацию, необходимую для государственного управления, обеспечение их доступности на межведомственном уровне, а также для граждан и организаций;

– построение единой системы управления процессом информатизации, обеспечивающей эффективную координацию реализуемых программ и проектов на межведомственном уровне, их согласованное и взаимоувязанное выполнение в соответствии с основными приоритетами государственной политики в сфере информатизации;

– укрупнение объемов, объединение и централизация закупок для государственных нужд однотипной продукции в сфере информационных технологий в интересах органов исполнительной власти области для получения экономического эффекта;

– создание единой системы мониторинга использования информационных технологий в деятельности органов исполнительной власти и органов местного самоуправления области и оценки результатов реализации программ и проектов информатизации для повышения качества планирования и корректировки действующих программ информатизации;

– реализация комплексных программ подготовки и повышения квалификации государственных служащих Смоленской области в сфере информационных технологий, развитие необходимой образовательной инфраструктуры и методического обеспечения, повышение статуса служб информатизации и квалификации специалистов этих служб;

– совершенствование нормативной правовой базы в соответствии с приоритетными задачами повышения эффективности использования информационных технологий в деятельности органов исполнительной власти и органов местного самоуправления области;

– защита интеллектуальной собственности, недопущение использования в деятельности органов исполнительной власти и органов местного самоуправления области программного обеспечения, не имеющего соответствующей лицензионной поддержки;

– свободное распространение и тиражирование в интересах органов исполнительной власти и органов местного самоуправления области программного обеспечения и результатов НИОКР, разработанных за счет средств областного бюджета.

«Электронное правительство» Смоленской области.

«Электронное правительство» Смоленской области - это комплекс информационных систем и ресурсов, обеспечивающих поддержку деятельности органов государственной власти Смоленской области, органов местного самоуправления, предприятий и учреждений, находящихся в их ведении и объединяющих их на основе общей информационно-технологической инфраструктуры области.

«Электронное правительство» Смоленской области включает в себя:

– информационно-аналитическую подсистему для обеспечения возможности мониторинга, анализа, прогнозирования и планирования деятельности органов исполнительной власти и органов местного самоуправления по достижению целей социально-экономического развития области;

– функциональные подсистемы для обеспечения повышения эффективности деятельности органов исполнительной власти, органов местного самоуправления, предприятий и учреждений, находящихся в их ведении, по предоставлению услуг населению и организациям;

– подсистемы обеспечения доступа населения и организаций к информации о деятельности органов исполнительной власти и органов местного самоуправления области, предприятий и учреждений, находящихся в их ведении, к региональным и муниципальным информационным ресурсам;

– интеграционные подсистемы для обеспечения возможности организации и электронного информационного взаимодействия подсистем «электронного правительства» области как между собой, так и с государственными информационными системами федерального значения;

– общую информационно-технологическую инфраструктуру, обеспечивающую возможность совместного функционирования отдельных подсистем «электронного правительства» области.

Задачи и состав подсистем «электронного правительства» Смоленской области должны соответствовать задачам управления социально-экономическим развитием области и развитием муниципальных образований.

Информационно-аналитическая подсистема «электронного правительства» Смоленской области должна включать следующие уровни управления:

– органы местного самоуправления;
– руководители органов местного самоуправления;
– органы исполнительной власти Смоленской области;
– Администрация Смоленской области.

В информационно-аналитической подсистеме обеспечивается сбор, последующая обработка и анализ сведений в электронном виде, необходимых для поддержки принятия решений на всех уровнях регионального управления, характеризующих фактическое состояние и планируемый уровень развития отдельных областей социально-экономической сферы, результативность деятельности органов власти, эффективность бюджетных расходов и потребность в бюджетном финансировании.

На уровне органов местного самоуправления обеспечивается первичный сбор и накопление сведений по отдельным направлениям социально-экономического развития муниципального образования.

На уровне руководителя муниципального образования формируется муниципальная база данных, содержащая агрегированные сведения о социально-экономическом развитии муниципального образования, результативности деятельности органов местного самоуправления и бюджетных параметрах их финансирования, а также создаются средства обработки, анализа и представления соответствующих сведений.

На уровне органов исполнительной власти области осуществляется формирование региональных баз данных, содержащих агрегированные по всем муниципальным образованиям сведения по отдельным направлениям социально-экономического развития и результативности деятельности органов местного самоуправления, создаются средства обработки, анализа и представления соответствующих данных.

На уровне Администрации Смоленской области формируется региональная база данных, содержащая агрегированные сведения о социально-экономическом развитии области, результативности деятельности региональных и муниципальных органов власти и бюджетных параметрах их финансирования, создается ситуационный центр поддержки принятия решений.

В целях эффективной организации работы с аналитическими данными на уровне региона могут создаваться ситуационные центры, обеспечивающие информационно-аналитическую поддержку подготовки и принятия стратегических решений для высших должностных лиц региона по управлению социально-экономическим развитием.

Функциональные подсистемы «электронного правительства» Смоленской области должны обеспечить поддержку деятельности органов исполнительной власти и органов местного самоуправления области по предоставлению услуг населению и осуществлению контрольно-надзорных функций, а также функциональные подсистемы, обеспечивающие информатизацию деятельности предприятий и учреждений, находящихся в их ведении.

Повышение информационной открытости органов исполнительной власти области, доступности информации для граждан, а также создание механизмов общественного контроля за их деятельностью обеспечивается путем создания:

– интернет-ресурсов, содержащих информацию о деятельности органов исполнительной власти и органов местного самоуправления Смоленской области, а также предоставления доступа к ним граждан и организаций;

– единой системы навигации по интернет-ресурсам органов исполнительной власти и органов местного самоуправления области;

– инфраструктуры пунктов общественного доступа к информации о деятельности органов исполнительной власти области;

– системы публикации и распространения данных о результативности деятельности органов исполнительной власти и органов местного самоуправления области.

При разработке программ и проектов информатизации необходимо принимать во внимание целесообразность интеграции создаваемых государственных информационных ресурсов в общероссийское и мировое информационное пространство.

Единое информационное пространство Смоленской области как элемент инфраструктуры «электронного правительства» Смоленской области.

Одним из основных элементов обеспечения эффективного функционирования «электронного правительства» Смоленской области является единая телекоммуникационная инфраструктура, реализуемая на основе аренды существующих магистральных и внутризоновых каналов связи у операторов связи на территории региона, создания сетей доступа и узлов подключения к ним бюджетных организаций, обеспечивающая возможность электронного информационного обмена органов государственной власти области, органов местного самоуправления, предприятий и учреждений, находящихся в их ведении, между собой, территориальными подразделениями федеральных органов исполнительной власти, гражданами и организациями, а также организации их доступа к сети Интернет. Такая инфраструктура должна стать основой единого информационного пространства области.

Целями формирования единого информационного пространства Смоленской области являются:

– обеспечение прав граждан на информацию, провозглашенных Конституцией Российской Федерации;

– создание и поддержание необходимого для устойчивого развития области уровня информационного потенциала;

– повышение согласованности решений, принимаемых органами исполнительной власти и органами местного самоуправления;

– повышение уровня правосознания граждан путем предоставления им свободного доступа к правовым и нормативным документам, определяющим их права, обязанности и возможности;

– предоставление возможности контроля со стороны граждан и общественных организаций за деятельностью областных органов власти и органов местного самоуправления;

– повышение деловой и общественной активности граждан путем предоставления равной с государственными структурами возможности пользоваться открытой научно-технической, социально-экономической, общественно-политической информацией, а также информационными фондами сфер образования, культуры и т.д.;

– интеграция с мировым информационным пространством.

СЕКЦИЯ 1

Системы компьютерной математики

ПОЛЬЗОВАТЕЛЬСКИЕ ПРОЦЕДУРЫ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ПРЕОБРАЗОВАНИЙ В ПАКЕТЕ MAPLE ДЛЯ ДЕМОНСТРАЦИИ И ИССЛЕДОВАНИЯ СВОЙСТВ ФИГУР

Н.Р. АГЕЕВА
Татарский государственный гуманитарно-педагогический университет, г. Казань

Как известно, предметом изучения геометрии, согласно программе Ф. Клейна, является изучение свойств инвариантов группы преобразований, положенной в основу той или иной геометрии. Геометрические преобразования являются, с одной стороны, ключевым понятием геометрии, реализуя идею аналитики, а с другой – мощным инструментом исследования ее объектов. В основу аффинной геометрии положена группа аффинных преобразований, которые определяются шестью параметрами на плоскости и двенадцатью – в пространстве:

$$x'^i = C'^i_k x^k + x^i_0,$$

где C – невырожденная матрица. Подгруппой аффинных преобразований является группа движений порядка 3 и 6 соответственно. Как раз вследствие большого количества параметров аффинные преобразования могут служить хорошим инструментом для решения многих геометрических задач, для иллюстрации и исследования свойств фигур.

С помощью пакета «Maple» строятся процедуры преобразования фигур на плоскости и в пространстве. В данной статье рассмотрим частный случай аффинных преобразований — движение.

Опишем процесс создания процедур преобразования фигур в трехмерном пространстве. Имеющиеся в Maple процедуры преобразования (например, rotate) при решении некоторых задач оказываются неудобными в связи с недостаточным количеством свободных параметров, с одной стороны, а с другой — излишне формализованным заданием преобразований (с помощью углов Эйлера). Поэтому возникает необходимость в создании собственной процедуры, которая оказалась бы пригодной для решения большего числа задач и удобной для пользователя. Геометрически наглядным является задание параметров поворота с помощью отклонения единичного вектора относительно оси OZ, опреде-

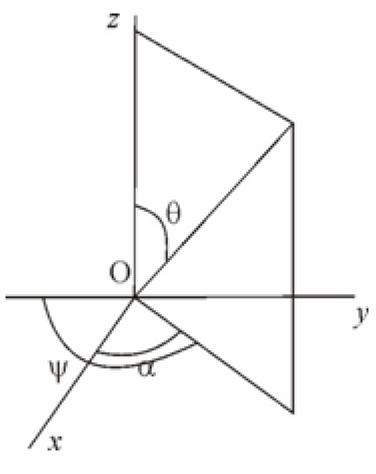


Рис. 1

ляемого двумя углами θ и ψ сферической системы координат. Связь этих углов с углами Эйлера показана на рис.1.

Таким образом, имеем $\psi = \dfrac{\pi}{2} + \alpha$, где $\alpha = \phi$ — обычный полярный угол сферической системы координат. Если единичный вектор имеет координаты (l, m, n), то его можно получить из единичного вектора $(0, 0, 1)$, полагая:

$$1= [\sin(\theta) \cos(\alpha), \sin(\theta) \sin(\alpha), \cos(\theta)].$$

Пусть исходный отрезок задан началом $[x_0, y_0, z_0]$ и концом $[x, y, z]$. Его длина равна:

$$L = \sqrt{(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 + (z - z_0)^2},$$

а единичный вектор будет иметь координаты: $l = (x\text{-}x_0)/L$, $m = (y\text{-}y_0)/L$, $n = (z\text{-}z_0)/L$. Таким образом,

$$\cos(\theta) = \frac{z - z_0}{L},\ \sin(\theta) = \sqrt{1 - \frac{(z - z_0)^2}{L^2}}$$

(заметим, что $\sin(\theta)$ всегда неотрицателен по смыслу этого угла). Далее найдем:

$$\sin(\alpha) = \frac{y - y_0}{\sqrt{L^2 - (z - z_0)^2}},\ \cos(\alpha) = \frac{x - x_0}{\sqrt{L^2 - (z - z_0)^2}}.$$

Таким образом, всю информацию об Эйлеровых углах мы точно восстановим. Это позволяет нам создать процедуру графического отображения фигуры. Параметры движения определим из общих формул движения:

$$x = (\cos(\alpha)\cos(\gamma) - \sin(\alpha)\cos(\beta)\sin(\gamma))x' - (\cos(\alpha)\sin(\gamma) + \sin(\alpha)\cos(\beta)\cos(\gamma))y' +$$
$$+ \sin(\alpha)\sin(\beta)z',$$

$$y = (\sin(\alpha)\cos(\gamma) + \cos(\alpha)\cos(\beta)\sin(\gamma))x' - (\sin(\alpha)\sin(\gamma) - \cos(\alpha)\cos(\beta)\cos(\gamma))y' -$$
$$- \cos(\alpha)\sin(\beta)z',$$

$$z = \sin(\beta)\sin(\gamma)x' - \sin(\beta)\cos(\gamma)y' + \cos(\beta)z'.$$

В соответствии с приведенными формулами создаем процедуру преобразования. Причем подобные процедуры строятся для поверхности (линии), заданной как общим, так и параметрическими уравнениями. Далее строится процедура, с помощью которой устанавливаем связь углов Эйлера с углами θ и ψ, т.е. находим $\sin(\theta)$, $\cos(\theta)$, $\sin(\psi)$, $\cos(\psi)$.

Таким образом, чтобы преобразовать геометрическую фигуру, достаточно задать лишь два угла θ и ψ. Последние, в свою очередь, могут служить параметрами анимации для получения анимационных моделей движения геометрических фигур в трехмерном пространстве.

Таким образом, основными этапами преобразования фигуры являются:

1) построение математической модели геометрической фигуры A с помощью системы уравнений и неравенств;

2) действие на входные параметры модели фигуры A процедурами преобразования, связанными с двумя углами θ и ψ сферической системы координат;

3) для построения анимационной модели движения — использование указанных углов в качестве параметров анимации.

Литература

1. Игнатьев, Ю.Г. Аналитическая геометрия. Часть I: Электронное учебное пособие / Ю.Г. Игнатьев. – Казань: ТГГПУ, 2005.
2. Проблемы информационных технологий в математическом образовании: учебное пособие / под ред. проф. Ю.Г. Игнатьева — Казань: ТГГПУ, 2005.
3. Матросов, А.В. Maple 6. Решение задач высшей математики и механики / А.В. Матросов. — СПб.: БХВ-Петербург, 2001.
4. Дьяконов, В.П. Maple 7: Учебный курс / В.П. Дьяконов. — СПб.: Питер, 2002.
5. Ильин, В.А. Аналитическая геометрия / В.А. Ильин, Э.Г. Позняк. — М.: Наука, 1971.

О ЯВНОМ РЕШЕНИИ ЗАДАЧИ ФАКТОРИЗАЦИИ ВИНЕРА–ХОПФА СРЕДСТВАМИ КОМПЬЮТЕРНОЙ МАТЕМАТИКИ[1]

В.М. АДУКОВ

Южно-Уральский государственный университет, г. Челябинск

e-mail: avm@susu.ac.ru

Задача факторизации Винера–Хопфа для матрицы-функции $a(t)$ – это задача построения канонической матрицы краевой задачи Римана с коэффициентом $a(t)$ [1]. Основная трудность здесь состоит в отсутствии эффективного способа решения этой задачи. В частности, в общем случае неизвестно, как вычислять важные целочисленные инварианты задачи – частные индексы. Существуют классы матриц-функций (например, матрицы с рациональными элементами), когда имеются эффективные алгоритмы построения решения [1–4]. Однако программных реализаций этих алгоритмов не существовало ввиду неустойчивости задачи. По этой причине любая попытка реализации вышеуказанных алгоритмов должна начинаться с построения большого количества тестовых примеров, что является достаточно трудоемкой задачей. Поэтому естественно привлечь к ее решению системы компьютерной математики.

[1] Работа выполнена при поддержке РФФИ-Урал, проект № 07-01-96010.

В данной работе в качестве среды для первоначальной программной реализации алгоритма, предложенного в [4, 5], была выбрана система компьютерной математики Maple, имеющая достаточно удобный для наших целей пакет LinearAlgebra. Создан ряд программ, объединенных в процедуру ExactFactorization.

Процедура ExactFactorization предназначена для точного построения факторизации Винера–Хопфа с помощью операций точной арифметики. Это налагает следующие ограничения на $a(t)$.

1. Элементы матрицы-функции $a(t)$ являются рациональными функциями с коэффициентами из поля $\mathbf{Q}(i)$.

2. Контур Γ состоит из попарно непересекающихся окружностей $\Gamma_j : |z - z_j| = R_j,\ j = 0,\ldots,n$. Окружности $\Gamma_1,\ldots,\Gamma_n$ лежат внутри Γ_0.

3. Полюсы $a(t)$ и нули $\det a(t)$ в области D_+ принадлежат $\mathbf{Q}(i)$.

Данные условия проверяются процедурой, и при их нарушении выдается сообщение о невозможности точного построения факторизации. В ходе выполнения процедуры проводятся описанные в работе [5] тесты, позволяющие контролировать правильность вычислений. После нахождения факторизационных множителей проводится проверка их аналитичности и обратимости в соответствующих областях. Если правые (левые) частные индексы $a(t)$ равны между собой, то строится единственная правая (левая) факторизация, нормированная условием $r_-(\infty) = I_p$ $(l_-(\infty) = I_p)$.

Процедуре ExactFactorization передаются следующие параметры: факторизуемая матрица a; матрица $zR = \begin{pmatrix} z_0 & R_0 \\ \vdots & \vdots \\ z_n & R_n \end{pmatrix}$, описывающая контур Γ, и любое число $t_0 \in D_+$. Приведем пример обращения к процедуре.

```
>with(LinearAlgebra):
A:=Matrix([[(2*t+6)/t^2,(t–1)/((t–2)*(t+99/100)^2)],[1/ t^2,(t–1)/(t*(t+1))]]):
zR:=Matrix([[0,3.1],[–1,1/5],[2,1/5]]):
>ExactFactorization(A,zR,0).
```

Процедура ExactFactorization возвращает шесть матриц–множителей в правой и левой факторизациях Винера–Хопфа рациональной матрицы-функции $a(t)$. Их имена: exactrminus, dr, exactrplus, exactlplus, dl, exactlminus.

Ограничения, наложенные на $a(t)$, вызваны в основном неразработанностью соответствующего программного обеспечения. В дальнейшем их предполагается ослабить.

Создана также процедура ApproxFactorization, которая позволяет найти приближенное решение задачи в тех случаях, когда точное построение факторизации невозможно. Вычислительные эксперименты, проведенные с данными процедурами, указывают на то, что алгоритм дает высокую степень точности даже в неустойчивом случае [5].

Литература

1. Векуа, Н.П. Системы сингулярных интегральных уравнений / Н.П. Векуа. – М.: Наука, 1970. – 380 с.
2. Расулов, К.М. Об одном методе решения векторной задачи Римана / К.М. Расулов // Доклады АН Беларуси. – 1994. – Т. 38, № 2. – С. 23–26.
3. Расулов, К.М. Краевые задачи для полианалитических функций и некоторые их приложения / К.М. Расулов. – Смоленск: СГПУ, 1998. – 344 с.
4. Адуков, В.М. Факторизация Винера–Хопфа мероморфных матриц-функций / В.М. Адуков // Алгебра и анализ. – 1992. – Т. 4, вып. 1. – С. 54–74.
5. Адуков, В.М. О точном и приближенном решении задачи факторизации Винера–Хопфа для мероморфных матриц-функций / В.М. Адуков // Вестник Южно-Уральского государственного университета. Сер. Математика, физика, химия. – 2008. – Вып. 10, №7. – С. 3–12.

О ВЫЧИСЛЕНИИ АППРОКСИМАЦИЙ ПАДЕ И ПАДЕ–ЧЕБЫШЕВА В СИСТЕМЕ MAPLE[1]

В.М. АДУКОВ, О.Л. ИБРЯЕВА

Южно-Уральский государственный университет, г. Челябинск,
e-mail: avm@susu.ac.ru, oli@susu.ac.ru

Система компьютерной математики Maple содержит пакет numapprox, который позволяет с помощью команд pade и chebpade находить аппроксимации Паде и Паде–Чебышева для аналитических функций. Однако при применении этих команд в научных расчетах авторы столкнулись с трудностями, которые не позволили их использовать.

При приближенном решении задачи факторизации Винера–Хопфа для рациональных матриц-функций возникает необходимость восстановить рациональную дробь по ее коэффициентам Тейлора, найденным на предыдущих этапах вычислительного процесса [1]. Аппроксимации Паде позволяют решить эту задачу точно в условиях точных вычислений. Известно, что знаменатели аппроксимаций Паде находятся в общем случае неединственным образом, хотя сама аппроксимация Паде и единственна. Это приводит к тому, что числитель и знаменатель аппроксимации Паде, вычисленной с помощью команды pade, могут иметь общий делитель. В

[1] Работа выполнена при частичной поддержке РФФИ-Урал, проект № 07-01-96010.

данной задаче это неприемлемо, рациональная дробь должна быть несократимой. В пакете SNAP реализован алгоритм приближенного вычисления наибольшего общего делителя многочленов, однако задача эта может оказаться плохо обусловленной, что приведет к неоправданной потере точности. Таким образом, возникает задача организовать процесс вычисления аппроксимации Паде так, чтобы ее знаменатель сразу находился единственным образом.

Что касается аппроксимаций Паде–Чебышева, то команда chebpade находит только так называемую нелинейную аппроксимацию. Желание проиллюстрировать примерами теоремы о равномерной сходимости линейных аппроксимаций Паде–Чебышева [2] привело к задаче вычисления таких аппроксимаций.

Целью работы и является решение этих двух задач.

В работе [3] была проведена параметризация множества знаменателей аппроксимаций Паде и указан алгоритм вычисления единственного (с точностью до постоянного множителя) знаменателя аппроксимации Паде, имеющего минимальную степень. Именно этот алгоритм был нами реализован. Из коэффициентов Тейлора аппроксимируемой функции строилась последовательность теплицевых матриц, ядра которых образуют цепочку вложенных пространств. Первое нетривиальное ядро в этой цепочке обязательно является одномерным, а производящий многочлен его базиса является искомым знаменателем. Для определения размерности ядер и нахождения базиса ядра необходимо вычислять ранг матрицы и решать однородную систему линейных алгебраических уравнений. Сложность этих задач – в их неустойчивости. (Все вышесказанное относится и к классическому алгоритму вычисления аппроксимаций Паде). Команды Rank и NullSpace в условиях приближенных вычислений могут давать некорректные результаты. Поэтому нами было использовано сингулярное разложение матриц (команда SingularValues) как хорошо зарекомендовавшее себя в практических вычислениях средство борьбы с данными неустойчивостями.

Примерно по такому же алгоритму строились и линейные аппроксимации Паде–Чебышева. Основное отличие здесь в том, что вместо теплицевых матриц используются теплиц-плюс-ганкелевы матрицы.

Созданные процедуры были протестированы на числовых примерах. Результаты их работы можно увидеть в статьях [1, 2].

Литература

1. Адуков, В.М. О точном и приближенном решении задачи факторизации Винера–Хопфа для мероморфных матриц-функций / В.М. Адуков // Вестник Южно-Уральского государственного университета. Сер. Математика, физика, химия. – 2008. – Вып. 10, №7. – С. 3–12.

2. Ibryaeva, O.L. Uniform convergence of Pade – Tchebysheff approximants of a meromorphic function / O.L. Ibrayeva // East J. Approx. – 2007. – V. 13, № 2. – P. 29 – 55.
3. Адуков, В.М. Задача аппроксимации Паде как краевая задача Римана / В.М. Адуков // Весці НАН Беларусі. Сер. Фізіка-матэм. навук. – 2004. – № 4. – С. 55–61.

РАССЕЯНИЕ ЗВУКА УПРУГОЙ ПЛАСТИНЧАТО-ОБОЛОЧЕЧНОЙ КОНСТРУКЦИЕЙ ВРАЩЕНИЯ[1]

С.Н. БЕШЕНКОВ, И.С. БЕРЕЗНЯК
Смоленский гуманитарный университет, г. Смоленск,
e-mail: bis@shu.ru

Рассматривается задача определения рассеянного поля замкнутой упругой конструкции, состоящей из оболочки вращения и круглых торцевых пластин при падении на неё плоской звуковой волны

$$p_0 = \exp ik_0(z\cos\theta + x\sin\theta) = \exp(ik_0\cos\theta\cdot z)\sum_{m=0}^{\infty} a_m J_m(k_0\sin\theta\cdot r)\cos m\varphi, \tag{1}$$

$$a_0 = 1,\ a_1 = 2i,\ a_2 = -2,\ a_3 = -2i,\ a_4 = 2,\ a_5 = 2i,\ a_6 = -2,\ \ldots,$$

где $k_0 = \omega / c_0$ - волновое число; ω, c_0 - частота волны и скорость звука в среде; r, φ, z - цилиндрические координаты; θ - угол между нормалью к фронту волны и осью z симметрии конструкции; J_m - функция Бесселя 1-го рода m-го порядка. Временной множитель $\exp(-i\omega t)$ в (1) и далее опущен.

После представления искомого звукового давления и нормальных перемещений (прогибов), составляющих конструкцию элементов аналогичными тригонометрическими разложениями, из интегрального уравнения Гельмгольца и условия неразрывного контакта конструкции и среды нетрудно получить следующее, связывающее гармоники указанных разложений соотношение (индекс m у p, w и p_0 опущен):

$$2\pi p(A) = \iint_S p(B)\frac{\partial}{\partial n}\left(\frac{e^{ik_0R}}{R}\right)\cos m\psi\, dS - \rho_0\omega^2\iint_S w(B)\frac{e^{ik_0R}}{R}\cos m\psi\, dS +$$

$$+\iint_S \frac{\partial p_0(B)}{\partial n}\frac{e^{ik_0R}}{R}\cos m\psi\, dS; \tag{2}$$

$$R^2 = r^2 + r_1^2 - 2rr_1\cos\psi + (z - z_1)^2.$$

Здесь $p(A)$ и $p(B)$ – давления в точках $A(r,z)$ и $B(r_1,z_1)$ на поверхности S конструкции; w(B) – перемещение точки B в направлении внешней

[1] Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ и Администрации Смоленской области, проект 07-01-96471, р_центр_а.

нормали к поверхности, $\frac{\partial}{\partial n}$ - оператор дифференцирования по этой нормали.

При численном решении уравнения (2) неизвестное распределение звукового давления p по поверхности конструкции аппроксимировалось кусочно-постоянными функциями: радиальной координаты на торцах и дуги меридиана на поверхности оболочки. Это позволяет представить выражение для прогиба каждого из составляющих конструкцию элементов в виде

$$w(B) = -\sum_k \alpha_k \left(q_k + \sum_j p_j z_{kj} \right) w_k(B), \tag{3}$$

где p_j - давления на его кольцевых участках; $w_k(B)$ - собственные формы колебаний; q_k - коэффициенты разложения рассматриваемой гармоники на данной части поверхности S в ряд по этим формам; α_k - коэффициенты, зависящие от частоты возбуждения и параметров данного конструктивного элемента, определяемые из дифференциального уравнения (уравнений – для оболочки) его гармонических колебаний.

Представляя теперь первый интеграл в (2) суммой интегралов по кольцевым участкам конструкции, а второй – суммой интегралов по поверхностям пластин и оболочки и подставляя в каждый из них соответствующую из формул вида (3), получим после вынесения постоянных величин p_j за знаки интегралов представление давления в произвольной точке A на поверхности конструкции в виде линейной комбинации значений p_j давления на её кольцевых участках.

Совмещая теперь точку A последовательно с центром каждого из этих участков, получаем разрешающую систему линейных алгебраических уравнений относительно искомых значений p_j принятой кусочно-постоянной аппроксимации распределения рассматриваемой гармоники рассеянного поля по поверхности конструкции.

Выполненные для различных частот возбуждения расчеты показывают распределение полного звукового давления по поверхностям находящихся в воде цилиндрической и усеченной конической оболочек с круглыми торцевыми пластинами. Исследованы максимумы давления, обусловленные резонансными колебаниями составляющих конструкцию элементов.

Все расчеты по описанному алгоритму были выполнены с использованием системы компьютерной математики MAPLE.

ОСНОВНЫЕ НАПРАВЛЕНИЯ ОБРАБОТКИ ОСЦИЛЛОГРАФИРУЕМЫХ СИГНАЛОВ

Т.А. ВАСИЛЬКОВА
Смоленский государственный университет, г. Смоленск
e-mail: Vasylcova@mail.ru

В наши дни современные цифровые осциллографы способны вычислять и обрабатывать свыше сотни параметров исследуемого сигнала. Для дальнейшего анализа сигнала широко используются системы компьютерной математики. В докладе рассматриваются основные типы осциллографируемых сигналов, их параметры и типичные задачи обработки осциллограмм.

Под "анализом" сигналов (analysis) имеется в виду не только их чисто математические преобразования, но и получение на основе этих преобразований выводов о специфических особенностях соответствующих процессов и объектов. Математический аппарат анализа сигналов весьма обширен и широко применяется на практике во всех без исключения областях науки и техники.

Классификация сигналов осуществляется на основании существенных признаков соответствующих математических моделей сигналов [1, 4]**.** Все сигналы разделяют на две крупных группы: детерминированные и случайные. Выделяют следующие типы сигналов, которым соответствуют определенные формы их математического описания: аналоговый, дискретный, цифровой, дискретно-аналоговый.

Рассмотрим основные параметры измеряемых сигналов:

- *мгновенное значение сигнала* ($x(t)$) - значение сигнала в заданный момент времени (рис. 1);

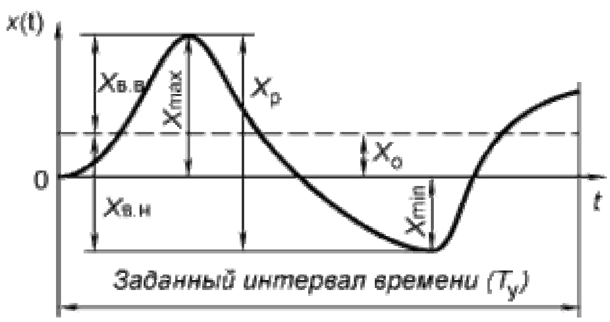


Рис. 1. Сигнал в заданный момент времени

- *максимальное значение сигнала* (X_{max}) - наибольшее мгновенное значение сигнала на протяжении заданного интервала времени (T_y). Для сигналов синусоидальной формы термин "максимальное значение" часто заменяют термином "амплитуда" (амплитудное значение, X_m);

- *минимальное значение сигнала* (X_{min}) - наименьшее мгновенное значение сигнала на протяжении заданного интервала времени (T_y);
- *постоянная составляющая сигнала* (X_0) - среднее значение сигнала:

$$X_0 = \lim_{T_y \to \infty} \frac{1}{T_y} \int_0^{T_y} x(t)dt,$$

где T_y - время усреднения;

- *средневыпрямленное значение сигнала* ($X_{с.в.}$) - среднее значение модуля (абсолютной величины) сигнала. Для синусоидальных сигналов:

$$X_0 = \frac{1}{T} \int_0^{T} x(t)dt.$$

Для однополярных сигналов:

$$X_{с.б.} = |X_0|;$$

- *среднеквадратическое (действующее, эффективное) значение сигнала* $X_{с.к.}$ - корень квадратный из среднего значения квадрата мгновенных значений сигнала.

Для синусоидальных сигналов:

$$X_{с.к.} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^{T} x^2(t)dt};$$

- *переменная составляющая сигнала* ($x\sim(t)$) - разность между мгновенным значением сигнала и его постоянной составляющей:

$$x\sim(t) = x(t) - X_0;$$

- *пиковое отклонение "вверх"* ($X_{в.в.}$) - наибольшее мгновенное значение переменной составляющей сигнала на протяжении заданного интервала времени;
- *пиковое отклонение "вниз"* ($X_{в.н.}$) - наименьшее мгновенное значение переменной составляющей сигнала на протяжении заданного интервала времени, взятое по модулю;
- *размах сигнала* ($X_{р.}$) - разность между максимальным и минимальным значениями сигнала на протяжении заданного интервала времени:

$$X_{р.} = X_{max} - X_{min} = X_{в.в.} + X_{в.н.}.$$

Обобщенная схема цифровой обработки сигнала (ЦОС) (рис. 2) отображает последовательность процедур, необходимых для преобразования исходного аналогового сигнала $x(t)$ в другой аналоговый сигнал $y(t)$ по заданному алгоритму средствами цифровой вычислительной техники. Можно выделить три основных этапа:

– формирование цифрового сигнала $x_ц(nT)$ из исходного аналогового сигнала $x(t)$;

– преобразование цифрового сигнала $x_ц(nT)$ в цифровой сигнал $y_ц(nT)$ по заданному алгоритму;

– формирование результирующего аналогового сигнала $y(t)$ из цифрового сигнала $y_ц(nT)$.

В обобщенной схеме ЦОС этим этапам соответствуют три функциональных устройства: кодер, устройство ЦОС, декодер.

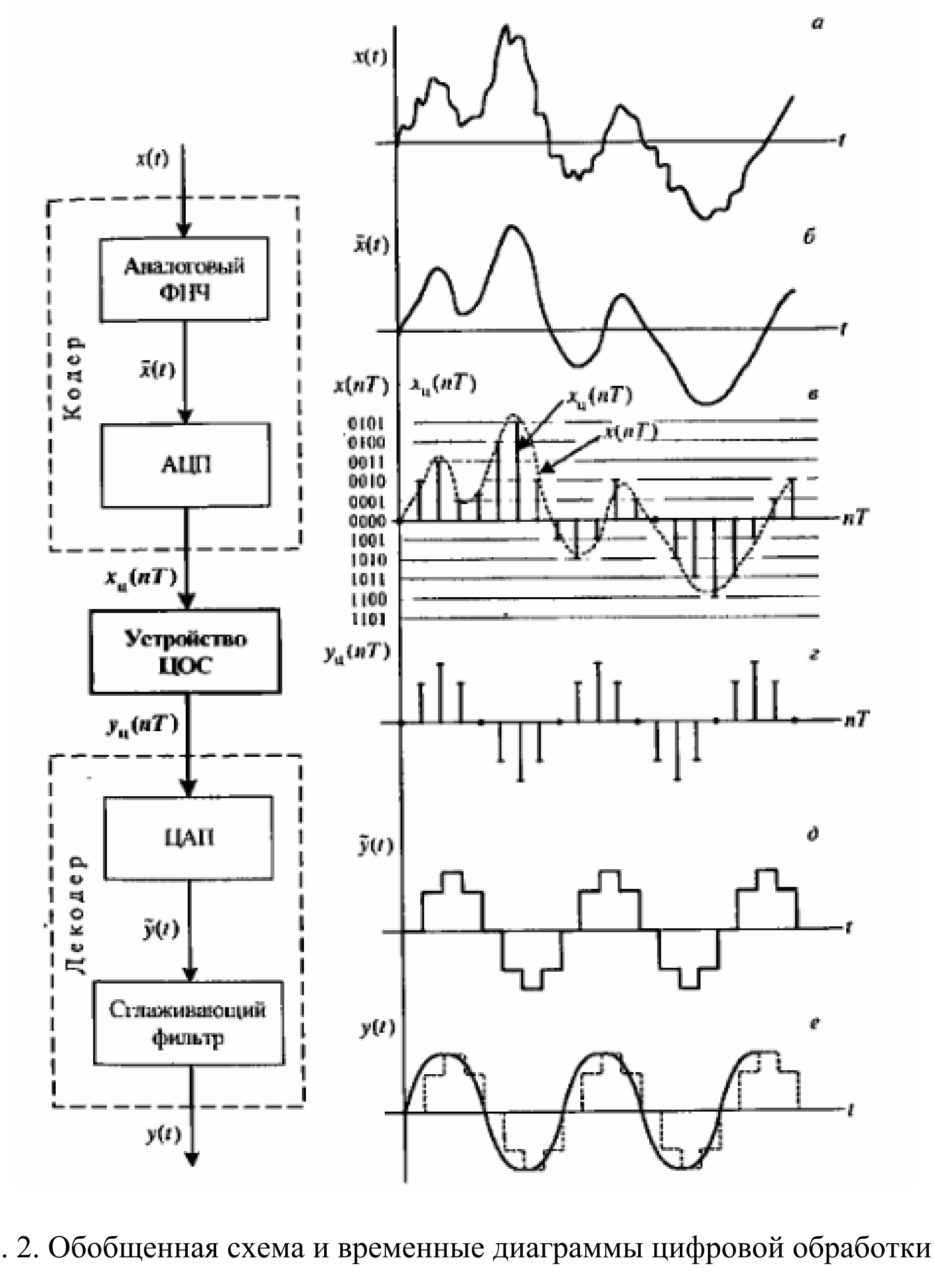


Рис. 2. Обобщенная схема и временные диаграммы цифровой обработки сигнала

В настоящее время выделяют следующие основные направления ЦОС (табл. 1): линейная фильтрация, спектральный анализ, частотно-временной анализ, адаптивная фильтрация, нелинейная обработка, многоскоростная обработка [2,3].

Таблица 1

Основные направления ЦОС

№ п/п	Направление	Примеры задач
1	Линейная фильтрация	Селекция сигнала в частотной области; синтез фильтров, согласованных с сигналами; частотное разделение каналов; цифровые преобразователи Гильберта и дифференциаторы; корректоры характеристик каналов
2	Спектральный анализ	Обработка речевых, звуковых, сейсмических, гидроакустических сигналов; распознавание образов
3	Частотно-временный анализ	Компрессия изображений, гидро- и радиолокация, разнообразные задачи обнаружения
4	Адаптивная фильтрация	Обработка речи, изображений, распознавание образов, подавление шумов, адаптивные антенные решетки
5	Нелинейная обработка	Вычисление корреляций, медианная фильтрация; синтез амплитудных, фазовых, частотных детекторов, обработка речи, векторное кодирование
6	Многоскоростная обработка	Интерполяция (увеличение) и децимация (уменьшение) частоты дискретизации в многоскоростных системах телекоммуникации, аудиосистемах

Среди многочисленных задач, решаемых на базе ЦОС, можно выделить группу наиболее полно характеризующих как традиционные, так и нетрадиционные области применения ЦОС. Каждая задача – в зависимости от конкретного приложения – может решаться с использованием различных методов и алгоритмов.

Литература

1. Дьяконов, В.П. Современная осциллография и осциллографы / В.П. Дьяконов. – М.: СОЛОН-Пресс, 2005. – 320 с.
2. Солонина, А.И. Основы цифровой обработки сигналов / А.И. Солонина [и др.]. – СПб.: БХВ-Петербург, 2005. – 768 с.
3. Солонина, А.И. Алгоритмы и процессоры цифровой обработки сигналов / А.И. Солонина, Д.А. Улихович, Л.А. Яковлев. – СПб.: БХВ-Петербург, 2002. – 464 с.
4. Сергиенко, А.Б. Цифровая обработка сигналов / А.Б. Сергиенко. – СПб.: Питер, 2006. – 751 с.

ОЦЕНКА РЕЗУЛЬТАТОВ КОМПЛЕКСНОГО ОБСЛЕДОВАНИЯ КЛИНИЧЕСКИХ ДАННЫХ ПО СМОЛЕНСКОЙ ОБЛАСТИ ПРИ ПРИМЕНЕНИИ ППП STATISTICA С ПОЗИЦИЙ КОРРЕЛЯЦИОННО-РЕГРЕССИОННОГО АНАЛИЗА

И.С. ГАЛЧЕНКОВА
Смоленский гуманитарный университет, г. Смоленск

Цель – сопоставление результатов двухэнергетической абсорбциометрии костей (ДРА) периферического скелета с ультразвуковой денситометрией (УЗД) у больных с терминальной ХПН, находящихся на гемодиализе; статистическая. Задача исследования – оценить диагностические возможности ДРА периферического скелета в динамике с корреляцией результатов ДРА и УЗД.

Настоящее исследование было основано на результатах комплексного клинического, денситометрического и рентгенологического обследования больных, получающих лечение в отделении диализа МЛПУ «Клиническая больница № 1» г. Смоленска. Было проведено динамическое (продольное) исследование данных, полученных при проведении ДРА и УЗД костей периферического скелета. Наблюдение носило пассивный характер за естественным течением заболевания. Исследования выполнялись в трех отделах скелета: пятка, предплечье и первая фаланга третьего пальца кисти и проводились на трех аппаратах.

В результате сформирован следующий тип структуры исследования: проспективное когортное (популяционное) исследование - исследование, в котором выделенная когорта участников наблюдается в течение определенного времени для выявления факторов риска, прогностических факторов, причин заболевания, для определения уровня заболеваемости. Достоверность исследования определялась тем, что структура исследования соответствует поставленной задаче сравнения результатов ДРА и УЗД. Обобщаемость результатов показала то, в какой мере результаты данного исследования могут быть применимы к другим группам больных и что участники исследования сравнимы с другими, подобными им. В исследование включено 90 больных: 45 мужчин и 45 женщин. В исследовании использовались следующие типы данных**:** качественные: пол - 1- м, 0 – ж (бинарный); количественные: возраст (дискретный); УЗД ПК (пяточной кости); УЗД КПП (костей предплечья); УЗД 3ПК (3 палец кисти); Rtg КПП - непрерывные, интервальные. Нам важно знать, насколько рассчитанное по выборке значение близко к популяционному. Классификация наиболее важных статистических методов, использованных при выборе теста для решения задачи, представлена в следующей таблице.

Таблица

Методы анализа данных в зависимости от задачи исследования и вида данных

Задача	Параметрические методы (для количественных нормально распределенных признаков)	Непараметрические методы (для количественных признаков независимо от вида распределения для качественных признаков)
Выполнение описательной статистики	Вычисление средних значений, СКО и т.д.	Вычисление медиан и интерквартильных интервалов, пропорций
Сравнение двух независимых групп по одному признаку	t-критерий Стьюдента для независимых выборок	Критерии Манна-Уитни, Колмогорова-Смирнова, Вальда-Вольфовица, хи-квадрат, точный критерий Фишера
Сравнение трех и более независимых групп по одному признаку	ANOVA	ANCOVA по Краскелу-Уоллису, медианный критерий, критерий хи-квадрат
Анализ взаимосвязи двух признаков	Корреляционный анализ по Пирсону	Критерий хи-квадрат, корреляционный анализ по Спирмену, Кендаллу, гамма и др.
Одновременный анализ трех и более признаков	Регрессионный анализ, дискриминантный анализ, факторный анализ, кластерный анализ	Логистический регрессионный анализ, логлинейный анализ, анализ древовидных диаграмм, анализ конъюнкций и др.

Статистическую обработку результатов проводили с использованием общепринятых методов статистики, применяли стандартный ППП STATISTICA. Методы описательной статистики включали в себя оценку среднего арифметического (M), среднеквадратическое отклонение (СКО) и ошибки репрезентативности (m), нахождение доверительных интервалов (ДИ) для каждого параметра. Межгрупповые различия оценивались с помощью критериев Колмогорова-Смирнова, Вилкоксона и Манна-Уитни. Для выявления зависимостей был использован метод ранговой корреляции Спирмена. Был выполнен многовариантный регрессионный анализ прогностической зависимости морфологических показателей, полученных при помощи ДРА от различных клинико-лабораторных и морфологических показателей, полученных при помощи УЗД. Применялась модель ANCOVA для проверки гипотезы о том, что данные, полученные при ДРА, могут быть подтверждены методами УЗД. В каждой из приведенных методик критический уровень значимости определен, исходя из значения не более *0,05*. Корреляционный анализ и проведенные тесты Манна-Уитни, Колмогорова-Смирнова и Вилкоксона подтвердили вышеуказанные положения, а именно: коэффициент корреляции Спирмана «DXA – предплечье» *r = 0,586* (при *p-значении = 0,0000*, что < *0,05*), т.е. существует взаимосвязь между измерениями DPA и УЗД по предплечью; тест Колмогорова-Смирнова подтвердил, что данные имеют нормальное распределение; метод Манна-Уитни подтвердил вывод о равенстве средних и вывод об отсутствии различий в группах данных, полученных при измерении на различных аппаратах; метод сравнения Краскела-Уолиса, как обобщение метода Манна-Уитни, и критерий Лиллиефорса подтвердили вышеуказанное положение; тест Вилкоксона подтвердил отсутствие различий данных по изучаемому признаку при сравнении показателей DXA и предплечья.

Выполненный сравнительный анализ данных ДРА и УЗ-денситометрии периферических отделов скелета позволяет утверждать, что существует возможность замены рентгеновских измерений ультразвуковыми и на основе измерений, полученных ультразвуковым денситометром, прогнозировать измерения на рентгеновском аппарате.

ОПТИМИЗАЦИЯ УСТАНОВКИ ВИЛЬЯМСА-ОТТО В УСЛОВИЯХ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ ИНФОРМАЦИИ В MATHCAD И EXCEL

Д.А. ДУШЕЧКИН, В.А. ХОЛОДНОВ
ГОУВПО СПбГТИ (ТУ), г. Санкт-Петербург
e-mail: holodnow@yandex.ru

В работе рассматривается оптимизация химико-технологического процесса Вильямса-Отто (рис. 1) в условиях неопределенности информации. Схема состоит из реактора с мешалкой I, теплообменника II, фильтра III и ректификационной колонны IV. В реакторе протекают следующие необратимые реакции второго порядка:

$$A + B \xrightarrow{k_1} C \qquad C + B \xrightarrow{k_2} P + E \qquad P + C \xrightarrow{k_3} G,$$

где k_i – константы скоростей реакций.

Реагенты *A, B* – сырьевые продукты, *C, E, G* – побочные, получаемый продукт – *P*.

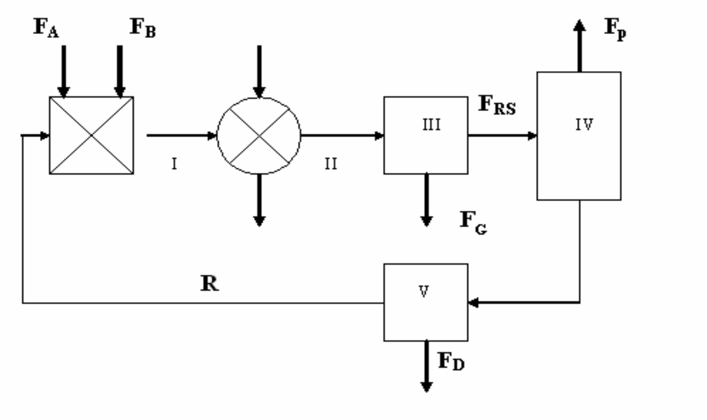


Рис. 1. Схема процесса Вильямса-Отто

Поток из реактора I подается в теплообменник II, где охлаждается до температуры, достаточной для полного отделения побочного продукта *G* в фильтре III. Поток с остальными компонентами подается на вход ректификационной колонны IV, из верхней части которой отбирается продукт *P*. Известно, что компоненты *P* и *E* образуют азеотропную смесь, в которой относительная доля *P* составляет 10% (масс.). Это определяет режим работы колонны и учитывается при ее моделировании. Поток, выходящий из нижней части колонны IV, разделяется на две части: одна выводится из схемы и утилизируется, вторая возвращается в цикл на входе реактора I.

Математическое описание рассматриваемого процесса состоит из системы 26 уравнений, из которых 13 линейных. Уравнения для критерия оптимизации включают следующие составляющие: объем сбыта, стоимость сырья, затраты на обработку отходов, затраты ввода пара и энергозатраты, затраты на научные исследования и затраты на амортизацию и ремонт. Критерий оптимизации представляет собой приведенный доход, который следует максимизировать.

Источники неопределенности информации связаны с неточностью коэффициентов математической модели, с изменениями внешних условий функционирования и экономических условий. Данная задача стохастического программирования была решена с помощью системы компьютерной математики MathCAD и электронной таблицы Excel. При решении задачи в рамках Excel используется инструмент «Поиск решений» для Excel и встроенная в MathCAD функция Minimize.

Литература

1. Холоднов, В.А. Системный анализ и принятие решений. Решение задач оптимизации химико-технологических систем в среде Mathcad и Excel: учебное пособие / В.А. Холоднов, М.Ю. Лебедева. – СПб.: СПбГТИ (ТУ), 2005. – 220 с.
2. Холоднов, В.А. Системный анализ и принятие решений. Компьютерные технологии решения задач многоцелевой оптимизации систем: учебное пособие / В.А. Холоднов [и др.]. – СПб.: СПбГТИ (ТУ), 2006. – 152 с.

АНАЛИЗАТОРЫ СПЕКТРА РЕАЛЬНОГО ВРЕМЕНИ

В.П. ДЬЯКОНОВ
Смоленский государственный университет, г. Смоленск

Компьютерная математика наших дней представлена как программными, так и аппаратными средствами, что свидетельствует о ее быстром практическом внедрении. К числу аппаратных средств компьютерной математики относятся научные микрокалькуляторы с встроенными СКМ, математические сопроцессоры, Фурье-анализаторы и другие приборы [1]. Недавно к ним прибавились анализаторы спектра реального времени, разработанные и серийно выпускаемые компанией Tektronix.

Первые анализаторы спектра были выполнены как супергетеродинные радиоприемники с перестраиваемой с помощью развертки частотой приема. Эти приборы были выполнены на аналоговых компонентах, имели низкое разрешение по частоте и не позволяли анализировать спектр быстро протекающих процессов. Приборы были очень тяжелыми и громоздкими.

Во многом эти недостатки были устранены переходом на цифровые методы анализа спектров и цифровую элементную базу. Типовая функциональная схема современного анализатора спектра показана на рис. 1 [2]. Эта функциональная схема ныне строится на стандартных компонентах (микросхемах) и выполненных на ней компонентах.

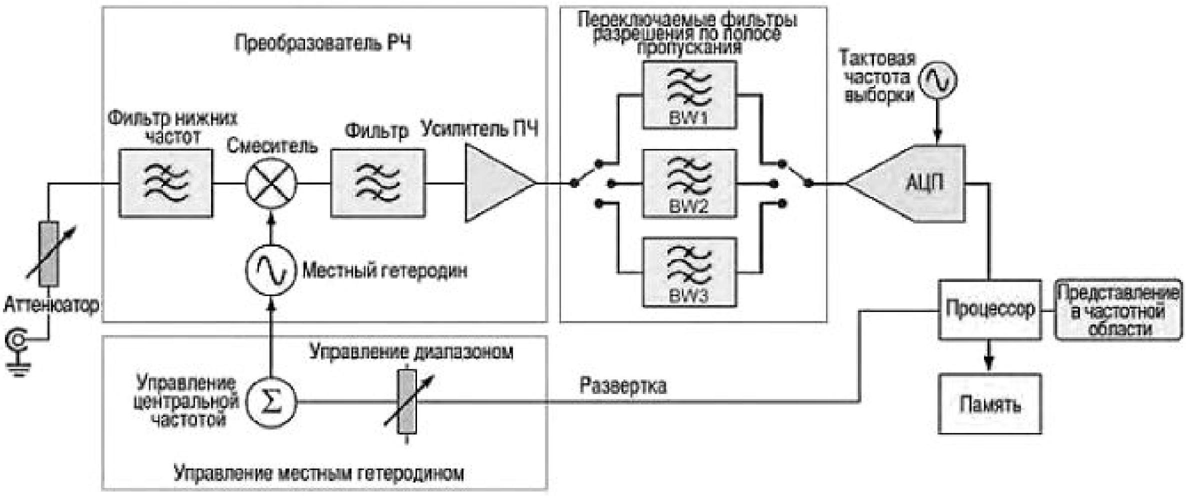


Рис. 1. Функциональная схема современного анализатора спектра с разверткой

Преобразователь радиочастот РЧ выполнен по гетеродинной функциональной схеме и переносит выбранный участок спектра в область промежуточной частоты. Разрешение при этом задается выбранным из набора фильтров фильтром. Однако в современных анализаторах спектра используются такие типичные цифровые устройства, как аналого-цифровые преобразователи (АЦП), процессор обработки цифровых сигналов, счетчики импульсов, микропроцессоры для организации удобного управления приборами. Все эти узлы являются дополнением к стандартной аналоговой части приборов. При необходимости получения высокого частотного разрешения в состав обработки вводится цифровая фильтрация с помощью процессора. Гетеродин реализует метод цифрового синтеза частоты и обеспечивает высокую стабильность частоты.

Из приведенного описания становится очевидно, что в современных анализаторах спектра, выполненных по функциональной схеме рис. 1, остается их главный и принципиальный недостаток – большое время получения спектра при высоком частотном разрешении. Поэтому сохраняется необходимость запоминания спектров. Однако эта возможность осуществляется уже цифровыми методами, что позволяет вместо громоздких, сложных и дорогих запоминающих электроннолучевых трубок использовать более простые жидкостно-цифровые индикаторы (дисплеи).

Для построения спектров в реальном масштабе времени требуется ускорение этого процесса примерно в 1000 раз. Именно такое ускорение обеспечивают новейшие *анализаторы радиочастотного спектра реального времени* корпорация Tektronix [3]. В настоящее время Tektronix единственная фирма, которая выпускает серии анализаторов спектра RSA (Real Spectrum Analyzer) только реального времени. Это серии 2000 (выпуск прекращен), 3000 и 6000. На сегодняшний день это наиболее совершенные приборы данного класса.

Анализаторы спектра реального времени корпорации Tektronix построены на платформе встроенного в них ПК и реализуют все существующие виды спектрального анализа, за исключением вейвлет-анализа [4]. Это анализаторы сигналов, спектр которых простирается от 9 кГц (и даже от 0 у некоторых моделей) до сверхвысоких частот в единицы и десятки ГГц. Анализаторы обеспечивают синхронизацию по радиосигналам и по тем или иным событиям в них (в том числе спектральным), быстрое оконное преобразование Фурье, дискретизацию и запоминание фрагмента текущего спектра, просмотр спектра в заданном диапазоне частот, выявление особенностей модуляции радиосигналов, построение специальных спектров и спектрограмм в реальном масштабе времени, выявление различных нестабильностей спектра (в том числе быстрого его изменения) и множество других возможностей.

Упрощенная функциональная схема анализатора спектра реального времени показана на рис. 2. Эта схема позволяет описать работу приборов этого класса, не вторгаясь в тонкости, которые едва ли нужны большинству их пользователей для освоения практической работы с этими сложными приборами.

Основой прибора является преобразователь супергетеродинного типа, переводящий спектр исследуемого сигнала в область промежуточной частоты (ПЧ). Гетеродин, построенный на основе цифрового синтезатора частоты, задает среднюю частоту наблюдаемого спектра CF (Central Frequency), а фильтр ПЧ формирует нужную полосу обзора BW. С помощью АЦП и блока памяти высокочастотный сигнал с выхода фильтра ПЧ оцифровывается и запоминается. При этом он представляется выборками, объединенными в кадры. *Выборка* представляет собой низший уровень иерархии данных – их точку, а *кадры* – средний уровень иерархии. Кадры подвергаются цифровой обработке сигналов (ЦОС) и быстрому оконному преобразованию Фурье. Группы кадров – *блоки* соответствуют высшей степени иерархии данных. Длина блока, называемая также *длиной регистрации*, определяет полное время анализа в течение которого анализируется сигнал без разрывов во времени. Между блоками могут быть разрывы сигнала.

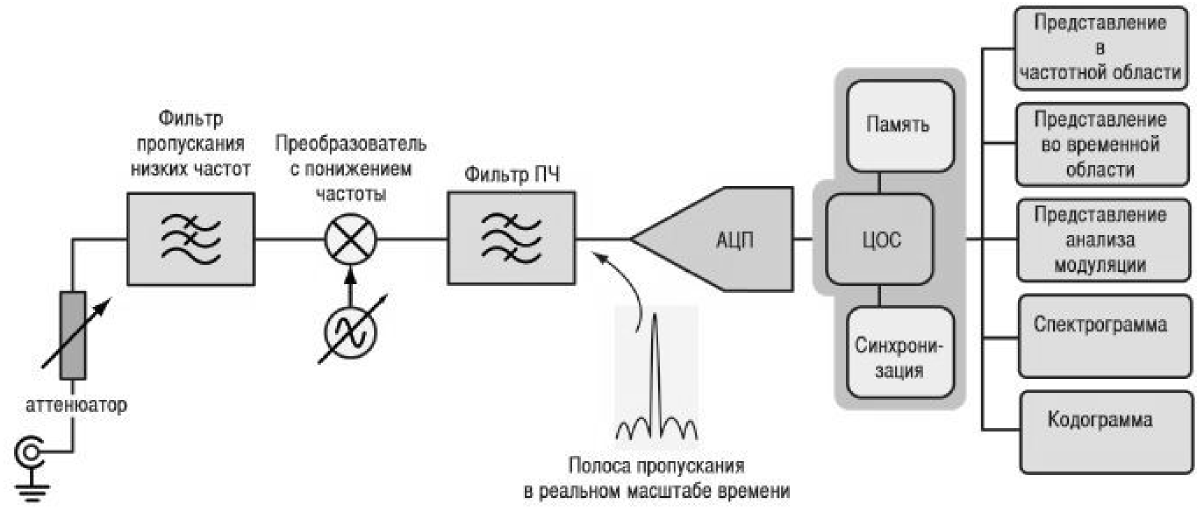


Рис. 2. Функциональная схема анализатора спектра корпорации Tektronix

Высокоскоростная цифровая обработка сигналов (ЦОС), хранение спектров реального времени в памяти и применение технологии цифрового фосфора (имитации послесвечения электронно-лучевой трубки) являются отличительными особенностями новых анализаторов спектра серии 6000 (рис. 3), которые позволяют объединить в них достоинства гетеродинных анализаторов спектра с современными цифровыми методами обработки спектров на основе применения быстрого оконного преобразования Фурье. Цифровая часть приборов способна обрабатывать до 48000 кадров (спектров) в секунду.

Рис. 3. Внешний вид анализатора радиочастотного спектра реального времени серии RSA6000 корпорации Tektronix

В правой части функциональной схемы (рис. 2) представлен ряд (далеко не полный) программных средств обработки оцифрованного спектра, позволяющих не только выжать из исходного спектра многочисленные его особенности, но и представить их на экране цветного жидкокристаллического дисплея в том или ином виде.

При построении зависимости мощности от времени вычисляется мощность сигнала для каждой выборки. Она вычисляется по формуле:

$$P = 10 \cdot \log \frac{(I^2 + Q^2)}{1\textit{мвт}}, \qquad (1)$$

где I и Q – синфазная и квадратурная составляющие сигнала. Эта мощность измеряется в децибелах на 1 мвт (дБ$_{\text{мвт}}$). Обычно зависимость мощности от времени отображается в обзорном окне анализатора спектра или в окне анализа.

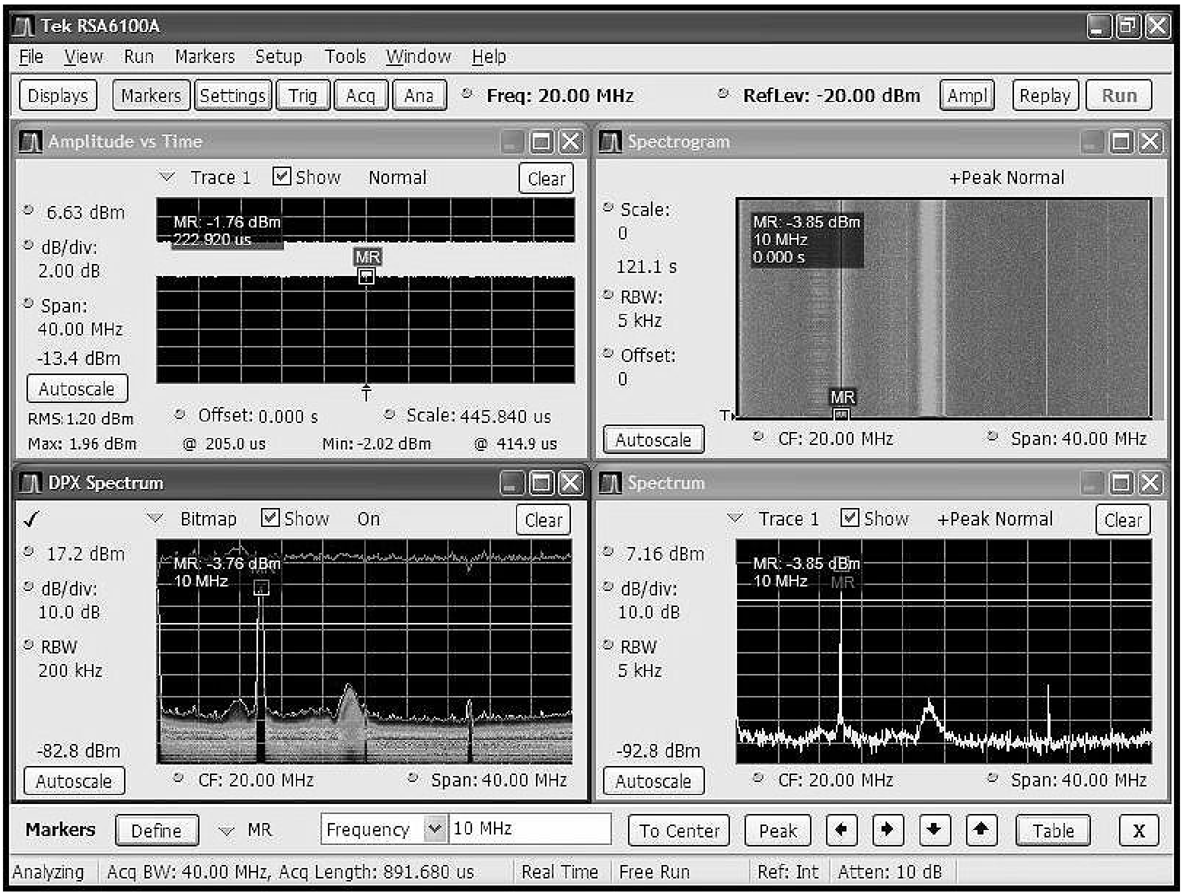


Рис. 4. Вид экрана анализатора спектра RSA6000 с различными представлениями спектра сигнала

Анализаторы спектра реального времени позволяют также оценивать и строить кумулятивную функцию распределения сигнала. Она определяет вероятность того, что отношение пиковой мощности к средней мощности превзойдет величину, отображаемую на горизонтальной оси. Вероятность в процентах отображается на вертикальной шкале в логарифмическом масштабе. Фактически при этом измеряется амплитудный коэффициент:

$$C = 20 \cdot \log\left(\frac{U_{peak}}{U_{RMS}}\right), \qquad (2)$$

где U_{peak} и U_{RMS} – пиковое и среднеквадратическое значение напряжения сигнала.

Новым видом представления спектров в анализаторах спектра реального времени являются спектрограммы (рис. 4). Они строят зависимость спектральной мощности сигналов, представленной цветом, в плоскости частота-время. Для этого используется быстрое оконное преобразование Фурье. Спектрограммы позволяют на определенном отрезке времени оценивать динамическое изменение спектров нестационарных сигналов, что принципиально отличает анализаторы спектра реального времени от обычных анализаторов спектра.

Новым видом являются также динамические спектры DPX, которые отражают наложением множества спектров с использованием технологии цифрового фосфора (Digital Phosphor) имитирующего послесвечение обычной ЭЛТ. Это, наряду с другими способами представления спектров, заметно расширяет возможности применения новых приборов.

Литература

1. Дьяконов, В.П. Компьютерная математика. Теория и практика / В.П. Дьяконов. – М.: Нолидж, 2001. – 1396 с.
2. Анализаторы спектра реального времени. Tektronix, www.tektonix.com/rsa.
3. Анализаторы спектра реального времени. Анализаторы спектра реального времени серии RSA6100A с частотным диапазоном от 6,2 ГГц до 14 ГГц. Tektronix, www.tektonix.com/rsa.
4. Дьяконов, В.П. Вейвлеты. От теории к практике / В.П. Дьяконов. – М.: СОЛОН-Пресс, 2004.

СИСТЕМЫ КОМПЬЮТЕРНОЙ МАТЕМАТИКИ В 2008 ГОДУ

В.П. ДЬЯКОНОВ
Смоленский государственный университет, г. Смоленск

Системы компьютерной математики (СКМ) являются специализированными на выполнение математических вычислений программными средствами [1]. Ранее их делили на системы компьютерной алгебры (или системы символьной математики) и системы для расчетов и математического моделирования численными методами. В наши дни такое деление становится некорректным и все имеющиеся на рынке СКМ являются универсальными системами.

В последние годы темпы развития СКМ существенно выросли. Некоторые системы, например Mathcad, Maple и MATLAB, развиваются настолько быстро, что их новые версии выходят ежегодно, а подчас и более часто. Наряду с положительными моментами (быстрое обновление систем) это имеет и отрицательные моменты – некоторые версии систем выходят довольно сырыми, замеченные в предшествующих версиях недостатки и недоделки вовремя не устраняются, в новые версии вносится мало действительно новых возможностей, затрудняется выпуск литературы по новым версиям.

В целом выпуск все новых и новых СКМ означает возникновение острой конкуренции между их разработчиками. Практически прекратилось расширение числа фирм, создающих новые СКМ. Появились случаи поглощения некоторых фирм их более мощными (нередко в направлениях, отличных от разработки СКМ) конкурентами.

Печальная новость пришла о судьбе системы Derive. Разработчика Derive – небольшую компанию Soft Warehouse Inc. – поглотила могучая корпорация Tektronix Instruments. Эта компания разработала и выпустила на рынок графические научные микрокалькуляторы с встроенной СКМ на базе Derive. Обновленные микрокалькуляторы выпускаются и сейчас, но недавно Texas Instruments объявила о прекращении поддержки Derive. Пока неясно, чем обусловлен этот шаг - ориентацией на другой тип СКМ или постепенным отказом от производства довольно дорогих микрокалькуляторов с встроенными СКМ. Явно маячит перспектива вытеснения их миниатюрными ноутбуками с операционной системой Windows, на которые могут устанавливаться полноценные СКМ.

Для многих пользователей СКМ не очень приятной вестью стало прекращение самостоятельного существования разработчика популярной СКМ Mathcad – фирмы MathSoft Engineering&Education. Она влилась в корпорацию PTC, занятую разработкой и выпуском программ автоматического проектирования различных изделий. Новая версия Mathcad 14 вышла уже под эгидой PTC с ориентацией в будущем на слияние с системой Pro/ENGINEER для инженерного проектирования.

До сих пор СКМ Mathcad выпускалась с ядром символьной математики от крупной системы Maple (разработчик фирма Maplesoft). Maple, вместе с СКМ Mathematica, многие годы занимала на рынке лидирующее место как система компьютерной алгебры с мощным ядром символьной математики. В Mathcad 14 разработчики отказались от ядра Maple в пользу ядра от сравнительно молодой и куда менее мощной СКМ MuPAD. К счастью, исследование новой версии системы Mathcad показало, что к ухудшению системы это обстоятельство не привело. Так, при переработке книги [1] под новую версию Mathcad 14 не выявлено никаких отличий в решении задач по сравнению с предшествующими версиями. Разумеется, это не является гарантией полного отсутствия расхождений в исключительных и редких случаях.

Версия Mathcad 14 имеет ряд новинок:

- возможность применения в одной конструкции операторов «:=» и «=»;
- возможность форматирования чисел по осям графиков;

- расширенное применение команд поиска Find и замены Replace;
- команда Compare для сравнения двух файлов;
- некоторое расширение методов решения дифференциальных уравнений;
- расширение числа символьных операций (4 новых ключевых слова и 6 новых функций);
- поддержка таблицы кодов Unicode, облегчающая работу с символами ряда языков.

Не стоит полагать, что эти дополнения меняют принципиально возможности системы Mathcad. Пожалуй, более важным для большинства пользователей является заметное увеличение скорости вычислений при использовании Mathcad 14.

Бурное развитие претерпевает СКМ Maple, разработанная фирмой Maplesoft (Канада) на основе университетских исследований и разработок. За книгу по предпоследним реализациям этой системы Maple 9.5/10 [2] автор стал победителем всероссийского конкурса «Лучшая научная книга 2006», проведенного среди сотрудников высшей школы РФ. Очередной новой реализацией стала версия Maple 11.

В области пользовательского интерфейса Maple 11 имеет следующие новинки:

- самодокументируемые контекстные меню;
- настраиваемая панель Favorites;
- более 35 новых шаблонов задач для курсов Calculus (Численные методы) и Algebra (Алгебраические методы), работающих по принципу «наведи и щелкни»;
- новый ассистент Backsolver позволяет быстро найти значение для любой переменной в формуле, исходя из значений других параметров;
- новый ассистент Special Functions – быстрый доступ к более чем 200 специальным функциям;
- новый ассистент Scientific Constant – доступ к БД более 20000 физических констант и свойств химических элементов;
- руководство по сообщениям об ошибках (Error Message Guide);
- загрузка и удаление загрузки пакетов расширения из позиции Tools меню (новые подменю Load Packages и Unload Packages со списками пакетов расширения);
- существенно расширены возможности создания документов.

В области графики введены следующие улучшения:

- рендеринг 2D графиков выполняется быстрее и с меньшим потреблением памяти;
- расширены возможности аннотации 2D графиков, сняты ограничения на шрифты и форматирование графиков;
- улучшены контекстные меню для параметров построения графиков;

- существенно расширен числовой диапазон для двумерных графиков;
- улучшена поддержка формата WMF;
- введены новые команды для построения трехмерного пересечения поверхностей, а также анимация с трассировкой;
- усовершенствованы команды для построения двухмерных неявных кривых и диаграмм плотности;
- модернизирован механизм цветового выделения для анимированных элементов и выбранных областей;
- отображение массивов графиков в виде таблицы обеспечивает более глубокий контроль над каждым графиком в отдельности;
- улучшены инструменты Pan и Scale, теперь при отображении текста в графиках учитывается коэффициент масштабирования.

У Maple 11 несколько улучшены возможности интеграции с другими СКМ, в частности, с табличными процессорами Microsoft Excel и языками программирования C и Fortran. Обеспечена поддержка компилятора Intel Fortran на компьютерах с операционной системой Windows. При работе с матричной системой MATLAB обеспечен более полный набор преобразований данных, в том числе строк и структур, обеспечена работа с растровыми изображениями (пакет Image Tools), введено более 20 новых команд, расширена поддержка предварительного просмотра изображений. Разработан пакет расширения Maple Toolbox for MATLAB для совместной работы Maple и MATLAB с числовыми и символьными данными, а также пакет расширения BlockBuilder for Simulink для осуществления блочного моделирования в среде Simulink.

Заметно улучшены средства программирования:

- введен пакет Threads (поддержка многопоточного исполнения);
- введено альтернативное написание параметров ключевых слов и явно объявляемые зависимые типы;
- для сопоставления цепочки из нуля или более аргументов одного типа можно задать всего один параметр;
- появились дополнительные необязательные параметры, которые порождают исключение, если следующий элемент в последовательности аргументов не отвечает требованиям объявленного типа;
- введен более удобный механизм извлечения и установки значений;
- введена дополнительная опция команды GetProperty позволяет извлекать содержимое компонента Math Expression и возвращать вычисленное выражение Maple;
- введен новый пакет ListTools для работы со списками.

Система Maple 11 предлагает широчайший набор новых и улучшенных математических инструментов как для серьезных ученых, так и для студентов технических вузов. Здесь особо стоит отметить Graph Theory по графам, Physics по теоретической физике, Differential Geometry по дифференциальной геометрии и др. Стоит особо отметить новые обширные средства решения дифференциальных уравнений:

- эллиптические решения для нелинейных ОДУ первого и второго порядков;
- новый набор алгоритмов для поиска точных решений для ЧДУ;
- 20 новых команд, основанных на свойствах симметрии, в том числе несколько оригинальных алгоритмов решения ДУ;
- интерактивный модуль построения графика ДУ;
- улучшения в команде DEPlot: возможность анимации графика как по кривым решений, так и по направлениям поля; новые типы стрелок для обозначения направлений поля;
- цветовое оформление графика в соответствии с магнитудой поля.

В символьный процессор Maple 11 введены:

- новые команды для линейных интегральных уравнений;
- расширенные возможности интеграции: неопределенные интегралы в области существования специальных функций; обработка подынтегральных выражений, содержащих двоякопериодические функции;
- средства вычисления производных четырех функций Вейерштрасса при нулевом дискриминанте;
- возможности получения полных решений линейных и нелинейных неравенств с параметрами в форме интервальных выражений;
- обработка неизвестных (искомых) функций и преобразование выражений в формальные степенные ряды вблизи некоторой точки.

Дополнительная поддержка численных методов обеспечена за счет:

- новых функций в процедурах, позволяющих задействовать расширенные аппаратные средства вычислений с плавающей запятой;
- улучшения алгоритмов численного интегрирования и суммирования;
- проведения итераций по нулям функций в положительном вещественном направлении и для изоляции вещественных корней вещественных одномерных многочленов и систем многочленов.

Отметим и средства повышения скорости вычислений:

- в состав системы входит лучший в мире сертифицированный механизм поиска действительных корней многочлена, который гарантирует нахождение действительных корней в системах многочленов;
- команда Multiply теперь использует алгоритм Карацубы для многочленов достаточно высокой степени;
- конструкции Matrix и Vector и сокращенные записи конкатенации стали работать намного эффективнее;
- изменения в механизме обработки аргументов увеличили производительность и снизили потребность в свободной памяти почти для всех вызовов процедур Maple;

- более эффективное представление данных и алгоритмы вычислений на многочленах с коэффициентами – алгебраическими числами позволяет вычислять НОД для таких многочленов намного быстрее;
- есть версия для исполнения на 64-битных платформах Windows.

Однако наиболее революционные и интересные возможности были введены в наконец выпущенную шестую версию системы Mathematica. В Mathematica 6 осуществлено:

- включение в ядро системы более 1000 новых функций различного рода, операторов и команд интерфейса, что удвоило число этих средств в ядре;
- дальнейшее существенное увеличение скорости вычислений;
- реализация новой концепции интерактивного динамического интерфейса, в корне меняющая и резко упрощающая создание ноутбуков с новейшими деталями интерфейса (кнопками, переключателями, слайдерами и т.д.), подобными маплетам в системе Maple и окнам GUI в MATLAB;
- новая позиция Graph в меню, позволяющая создавать обычные рисунки;
- введение ряда новых пакетов расширений с сохранением пакетов Add-On, имеющихся в прежних версиях системы;
- поддержка документов, созданных в прежних версиях;
- многочисленные новые функции построения графиков самого различного вида со средствами управления мышью и интерактивными динамическими средствами;
- существенное расширение типов файлов, которых поддерживает система;
- полностью переработанная и легкая в применении справочная система, удобная как начинающим пользователям, так и профессионалам;
- огромное число самых разнообразных примеров буквально на каждую функцию;
- уменьшенное время загрузки системы;
- заметно расширенные средства обращения к обширным Интернет-ресурсам.

При этом Mathematica 6 избежала присущей другим системам (например, Mathcad 14 или Maple 11) и раздражающей опытных пользователей пестроты интерфейса и уже переходящего рамки разумного обилия панелей ввода различных символов и других объектов ввода. Тем не менее такие панели есть и в Mathematica 6, но их немного и их можно вводить по мере надобности.

Самой крупной из массовых СКМ остается матричная система MATLAB, по-прежнему ориентированная на численные методы вычислений и блочное имитационное моделирование с помощью ее пакета расширения Simulink. Последние годы ежегодно выпускаются две-три новые версии системы MATLAB, например, MATLAB 2007/2007a/2007b в прошлом году. Уже появилась версия MATLAB2008. Различия между версиями в основном касаются наборов пакетов расширений и их доработкой. Число пакетов расширения приближается к сотне, и многие из них относятся к новым направлениям в науке и технике, таким как нейронные сети, биоинформатика, вейвлет-преобразования, генетические алгоритмы и т.д. Изменения базовой системы и пакета Simulink незначительны, хотя их внутренние алгоритмы вычислений и математического моделирования постоянно дорабатываются. Из таких доработок особо следует отметить поддержку ПК с многоядерными процессорами.

Литература

1. Дьяконов, В.П. Компьютерная математика. Теория и практика / В.П. Дьяконов. – М.: Нолидж, 2001.

2. Дьяконов, В.П. Maple 9.5/10 в математике, физике и образовании / В.П. Дьяконов. – М.: СОЛОН-Пресс, 2006.

СОВРЕМЕННЫЕ МЕТОДЫ СПЕКТРАЛЬНОГО АНАЛИЗА

В.П. ДЬЯКОНОВ
Смоленский государственный университет, г. Смоленск

Рассмотрим основные методы спектрального анализа, реализуемого в современных системах компьютерной математики (СКМ) [1], в цифровых осциллографах и анализаторах спектра. Методы используются при обычном и быстром преобразованиях Фурье.

Для периодической функции $y(x)$, удовлетворяющей *условиям Дирихле* на промежутке $(-\pi,\pi)$, спектральный анализ означает разложение $y(x)$ в обычный ряд Фурье

$$y(x)=\frac{a_0}{2}+\sum_{k=1}^{\infty}(a_k\sin(kx)+b_k\cos(kx)). \quad (1)$$

Коэффициенты Фурье ряда (1) находятся по формулам Эйлера-Фурье:

$$a_k=\frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{\pi}y(x)\cos(kx)dx,\quad b_k=\frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{\pi}y(x)\sin(kx)dx. \quad (2)$$

Сигналы обычно являются функцией времени с периодом $T=1/f_1$, где f_1 – частота повторения и первой гармоники периодического сигнала. В этом случае ряд Фурье записывается в виде:

$$y(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} (a_k \cos(2\pi k f_1 t) + b_k \sin(2\pi k f_1 t)), \tag{3}$$

где

$$a_k = \frac{2}{T} \int_0^T y(t) \cos(2\pi k f_1 t) dt, \quad b_k = \frac{2}{T} \int_0^T y(t) \sin(2\pi k f_1 t) dt. \tag{4}$$

Коэффициенты a_k и b_k ряда (3) описывают косинусную и синусную составляющие k–ой гармоники сигнала. Часто используется иная укороченная форма ряда Фурье, упрощающая его вычисления для конечного числа N_K гармоник:

$$y(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{k=1}^{N_K} M_k \cos(2\pi\, k\, f_1 t + \varphi_k). \tag{5}$$

Здесь амплитуды гармоник M_k и их фазы φ_k определяются выражениями:

$$M_k = \sqrt{a_k^2 + b_k^2} \quad \text{и} \quad \varphi_k = -arctg(b_k / a_k). \tag{6}$$

Современные СКМ, цифровые осциллографы и анализаторы спектра представляют сигнал в виде ряда *дискретных отсчетов* y_0, y_1,…, y_{N-2}, y_{N-1}, обычно размещаемых через постоянные промежутки времени. Последовательность отсчетов или *кадр* фиксирована по длине и характеризуется числом отсчетов N. Таким образом, сигнал представляется в виде *периодической последовательности* $y_{k+N}=y_k$. При этом сигнал можно трактовать как последовательность масштабированных и смещенных во времени дельта-функций:

$$s(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} y_k \delta(t - k), \tag{7}$$

которая может быть продолжена как вперед, так и назад.

Теоретически ряд Фурье для кадра данного сигнала определяется выражением:

$$\dot{Y}_n = \frac{1}{NT} \sum_{k=0}^{N-1} s_k \exp\left(-j\frac{2\pi nk}{N}\right). \tag{8}$$

Здесь j-мнимая единица, n – номер гармоники, k – индекс отчетов сигнала (от 0 до N-1). Обычно выражение (8) нормируется путем задания периода T=1:

$$\dot{Y}_n = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} s_k \exp\left(-j\frac{2\pi nk}{N}\right). \tag{9}$$

Используя последнее выражение, можно вычислить отсчеты амплитудно-частотной (АЧХ) и фазо-частотной (ФЧХ) характеристик дискретного сигнала, т.е. его дискретный спектр. Это широко используется в современных цифровых анализаторах спектров и в осциллографах.

Если принять, что в промежутках между узлами значения функции постоянны, то интегралы при расчете коэффициентов Фурье могут вычисляться простейшим методом прямоугольников. Следовательно:

$$a_k = \frac{2}{N}\sum_{i=1}^{N} y_i \cos\left(\frac{2\pi ki}{N}\right) \quad \text{и} \quad b_k = \frac{2}{N}\sum_{i=1}^{N} y_i \sin\left(\frac{2\pi ki}{N}\right). \qquad (10)$$

Ряд (10) в этом случае приближает исходный сигнал с минимизацией ошибки по критерию наименьших квадратов.

При непериодических сигналах используется *непрерывное преобразование Фурье*. *Прямое преобразование Фурье* в таком виде позволяет получить в аналитическом виде функцию частоты $F(\omega)$ от временной функции $f(t)$. Оно реализуется формулой:

$$F(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) e^{-i\omega t} dt \,. \qquad (11)$$

Здесь $f(t)$ - скалярная функция независимой переменной t. Спектр при этом становится сплошным (см. рис. 1).

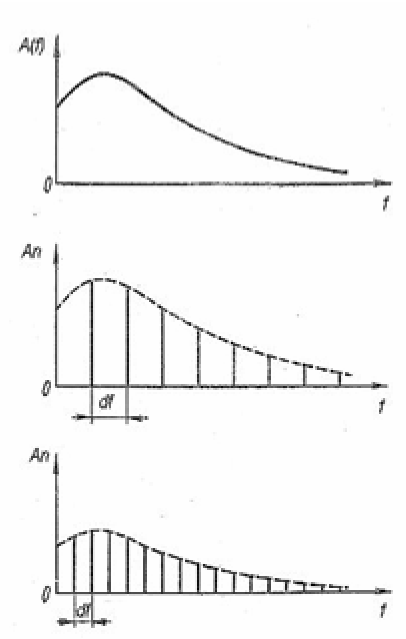


Рис. 1. Идеализированные спектры некоторого непериодического сигнала (а) и периодического сигнала с разным периодом повторения (б) и (в)

Для $f(t)$ в виде синусоидальной или косинусоидальной функции (12) может быть найдено в замкнутой форме через функцию Дирака. Для синусоидального сигнала это $-Ai\delta(\omega-\omega_0)$, а для косинусоидального – $Ai\delta(\omega-\omega_0)$. Здесь $\delta(\omega-\omega_0)$ – функция Дирака, равная 1 при $\omega-\omega_0=0$ (или $\omega=\omega_0$) и 0 во всех других случаях. Таким образом, спектр таких колебаний представляется вертикальной линией с высотой A и частотой ω_0. Учитывая, что преобразование Фурье имеет линейный характер, то для сигналов, представленных набором гармоник, мы будем иметь линейный спектр (см. рис. 1).

Увы, но преобразование (11) является теоретической абстракцией, даже если предположить, что сигнал был определен вплоть до текущего момента τ. В связи с этим было введено понятие *текущего частотного спектра*, у которого верхний предел в (11) заменяется значением τ в определенный момент времени:

$$S(\omega) = \int_{-\infty}^{\tau} f(t) e^{-i\omega t} dt \,. \qquad (12)$$

Здесь мы перешли от функции $F(\omega)$ к функции $S(\omega)$, которая представляет *спектральную плотность* сигнала. Заметим, что часто анализаторы спектра выводят спектр мощности, т.е. величину $S^2(\omega)$, причем с частотой, которая задается в линейном или логарифмическом масштабе. Выражение (12) нетрудно представить в виде:

$$S(\omega) = |S(\omega)| \cdot e^{j\varphi(\omega)t}, \tag{13}$$

где модуль спектральной плотности на частоте ω и аргумент (фаза):

$$|S(\omega)| = \sqrt{S^2(\omega)_{\sin} + S^2(\omega)_{\cos}}, \qquad \varphi(\omega) = arctg\frac{S(\omega)_{\sin}}{S(\omega)_{\cos}}. \tag{14}$$

Здесь синусная и косинусная составляющие спектральной плотности и фазы (14) определяются выражениями:

$$S(\omega)_{\sin} = \int_{-\infty}^{\tau} f(t)\sin(\omega t)dt \quad \text{и} \quad S(\omega)_{\cos} = \int_{-\infty}^{\tau} f(t)\cos(\omega t)dt. \tag{15}$$

Было доказано, что если спектр определен на конечном интервале времени *T*, то остаются справедливыми формулы, полученные из предположения периодичности сигнала. Следовательно, любой детерминированный сигнал, определенный на отрезке времени *T* его повторения, можно разложить на *конечное число гармоник*. Разумеется, чем оно больше, тем выше точность спектрального анализа и последующего синтеза сигнала.

Обратное преобразование Фурье задается следующим образом:

$$f(t) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} F(\omega)e^{i\omega t}d\omega. \tag{16}$$

Эта формула позволяет по функции *F(ω)* найти в аналитическом виде функцию *f*(*t*). Таким образом, осуществляется синтез сигнала и его восстановление во временной области.

На практике ряды Фурье с бесконечным числом членов не применимы, поскольку при вычислениях требуют бесконечно большого времени. Поэтому приходится ограничиваться конечным числом членов ряда. К сожалению, при ограничении спектра конечным числом гармоник наблюдаются характерные волнообразные колебания синтезированных сигналов, особенно заметные в области разрывов. Этот эффект получил название *эффекта Гиббса*. Поскольку пульсации при нем наиболее явно проявляются в моменты скачков анализируемой функции, ограничимся рассмотрением случая представления скачка

$$f(t) = \begin{cases} 0, & t < 0 \\ 1, & t \geq 0 \end{cases} \tag{17}$$

ограниченным спектром. Ограничение спектра можно учесть, введя в (17) в прямоугольное частотное окно

$$W(\omega) = \begin{cases} 1, & |\omega| \leq \gamma \\ 0, & |\omega| > \gamma \end{cases}.$$

Это окно задает резкое ограничение спектра. Опуская детали вывода, отметим, что в этом случае:

$$f(t) = \frac{1}{2} + \frac{1}{\pi}Si(\gamma t), \tag{18}$$

где колеблющаяся в области скачка составляющая $\mathrm{Si}(\gamma t)$ известна как интегральный синус

$$Si(\gamma t) = \int_0^{\gamma t} \frac{\sin(x)}{x} dx . \tag{19}$$

Эффект Гиббса (см. рис. 2) связан, прежде всего, с неудачно подобранной (или просто существующей изначально) формой частотного окна, резко ограничивающего число используемых при спектральном синтезе гармоник (частот) – прямоугольного. Такое окно в общем случае порождает разрывы сигнала в начале и в конце окна.

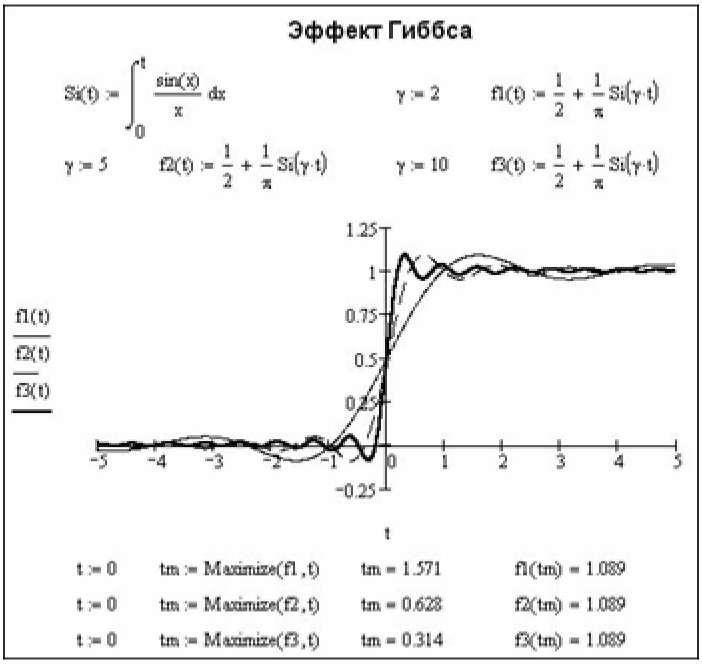


Рис. 2. Иллюстрация эффекта Гиббса (документ системы Mathcad 13)

Для преодоления проблемы разрывов сигнала в начале и конце кадра отсчетов при *прямом оконном преобразовании Фурье* используются временные окна с плавным спадом по обе стороны от центра, например косинусоидальные:

$$W_i = \sum_{m=0}^{M-1} a_m \cos\left(\frac{2\pi i}{N} m\right), \tag{20}$$

где $0 \le i \le N$. Здесь $M = 3$ – максимальное количество слагаемых, a_m – коэффициенты косинусных членов, i – текущий индекс.

Параметры ряда окон этого семейства даны в таблице 1.

Таблица 1

Параметры некоторых окон семейства (20)

Тип окна	a0	a1	A
Прямоугольное	1	0	0
Хэннинга	0,5	-0,5	0
Хэмминга	0,54	-0,46	0
С плоской вершиной	0,281	-0,521	0,198
Блэкмана-Харриса	0,423	-0,497	0,079

Уровень ослабления боковых лепестков в спектре прямоугольного окна составляет всего -13 дБ. Для сравнения отметим, что у широко применяемых окон Хэмминга и Хэннинга он составляет -43 и -32 дБ. Недавно предложенное окно Блэкмана-Харриса (рис. 1.9) имеет уникально низкий уровень боковых лепестков – их ослабление составляет -92 дБ (см. рис.3).

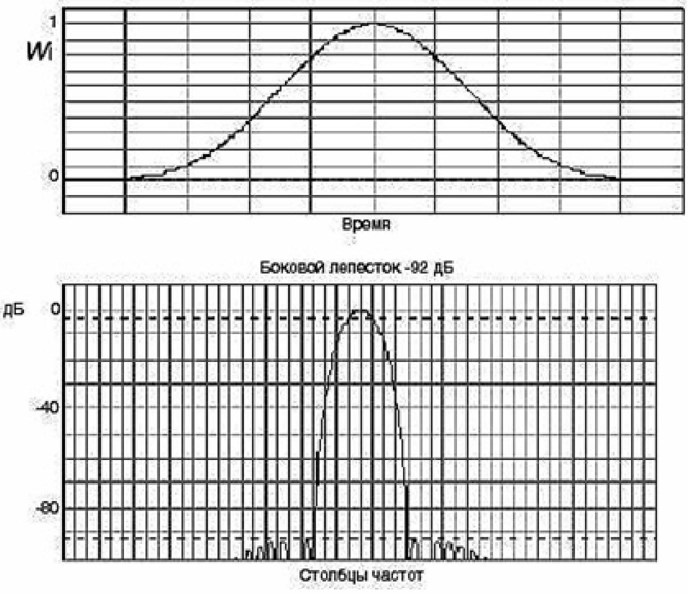


Рис. 3. Зависимость коэффициента передачи и спектр окна Блэкмана-Харриса

Технику применения временных окон наглядно иллюстрирует рис. 4. В верхней части рисунка показано умножение отсчетов сигнала на весовые коэффициенты временного окна, а внизу – применение БПФ для получения спектра. Линии спектра при этом представляются кривой АЧХ соответствующего окна.

Выбором специального *частотного окна* можно заметно ослабить влияние «зловредного» эффекта Гиббса в случае применения рядов Фурье с конечным числом членов (гармоник). Для этого в подынтегральное выражение (16) вводится множитель $W(\omega)$, задающий окно с заданной формой его АЧХ.

Тем самым реализуется *обратное оконное преобразование Фурье*. При удачном подборе окон можно значительно повысить частотное разрешение спектров, подавить эффект Гиббса и улучшить вид спектров. При этом вид частотного окна задает вид спектральных линий спектров – они отличаются от вертикальных отрезков прямых и напоминают всплески.

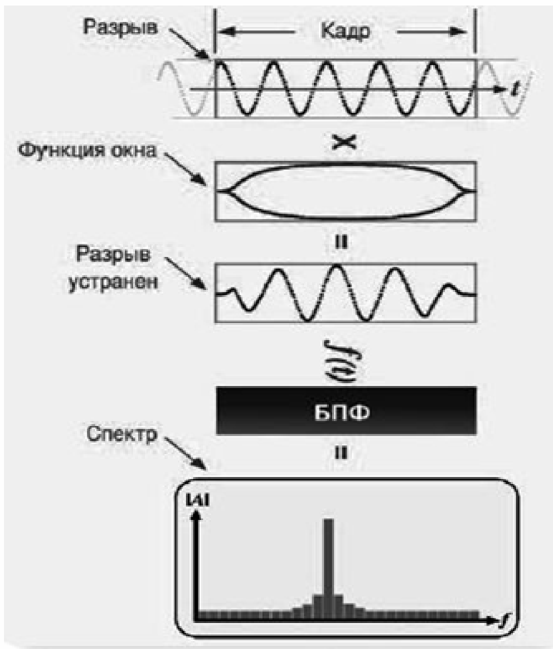


Рис. 4. Иллюстрация применения временного окна для устранения влияния разрывов на спектр кадра сигнала

Тем самым реализуется *обратное оконное преобразование Фурье*. При удачном подборе окон можно значительно повысить частотное разрешение спектров, подавить эффект Гиббса и улучшить вид спектров. При этом вид частотного окна задает вид спектральных линий спектров – они отличаются от вертикальных отрезков прямых и напоминают всплески.

Стоит отметить принципиальные ограничения базисных функций синуса и косинуса – они непрерывны, не способны описать скачки сигнала, определены в бесконечном времени как вперед, так и назад, дают медленно сходящиеся ряды и не позволяют корректно представлять нестационарные сигналы, параметры которых меняются во времени. К примеру, спектры сигнала, являющегося наложением синусоид из нескольких частот и сигнала, представленного в виде временной последовательности из этих синусоид (без их наложения), выглядят одинаково, хотя это совсем разные сигналы. По спектру сигнала с особенностями нельзя определить положение особенностей во времени, хотя оконное преобразование Фурье частично эту задачу решает – с разрешением в пределах размера временного окна.

В связи с этим в последние два десятилетия возникала и развивается новая область представления произвольных сигналов с помощью вейвлетов – коротких «волночек», или «всплесков», масштабируемых и перемещаемых по оси времени [2]:

$$s(t) = \sum_k C_k(a,b)\psi_k(t,a,b), \tag{21}$$

где параметр a задает ширину вейвлета, а b – его положение.

В основе вейвлет-преобразования лежит использование двух непрерывных и интегрируемых по всей оси t (или x) функций:

- вейвлет-функция psi $\psi(t)$ с $\int_{-\infty}^{\infty}\psi(t)dt = 0$,
- масштабирующая или скейлинг-функция $\varphi(t)$ с $\int_{-\infty}^{\infty}\varphi(t)dt = 1$.

Phi-функции, задающие грубое приближение (аппроксимацию) сигнала, присущи только ортогональным вейвлетам. А детализирующие psi-функции создаются на основе той или иной *базисной функции* $\psi_0(t)$, которая и определяет тип вейвлета. Psi-функция должна иметь свойства смещения во времени и масштабирования:

$$\psi(t,a,b) \equiv \psi(a,b,t) = a^{-1/2}\psi_0\left(\frac{t-b}{a}\right). \tag{22}$$

Прямое непрерывное вейвлет-преобразование сигнала *s(t)* задается вычислением *вейвлет-коэффициентов* по формуле:

$$C(a,b) = \langle s(t), \psi(a,b,t)\rangle = \int_{-\infty}^{\infty} s(t)a^{-1/2}\psi\left(\frac{t-b}{a}\right)dt. \tag{23}$$

С учетом обычно ограниченной области определения сигналов и *a, b*$\in$**R**, $a \neq 0$ (23) можно представить в виде

$$C(a,b) = \int_R s(t)a^{-1/2}\psi\left(\frac{t-b}{a}\right)dt. \tag{24}$$

Обратное непрерывное вейвлет-преобразование осуществляется по формуле реконструкции во временной области:

$$f = C_\psi^{-1}\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{dadb}{a^2}\langle f, \psi^{a,b}\rangle\psi^{a,b}. \tag{25}$$

В пакете расширения системы MATLAB — Wavelet Toolbox используется следующая формула рекон-струкции сигнала:

$$s(t) = \frac{1}{K_\psi} \int_{R^+} \int_R C(a,b) a^{-1/2} \psi\left(\frac{t-b}{a}\right) \frac{dadb}{a^2}, \qquad (26)$$

где K_ψ - константа, определяемая функцией ψ. Если a и b задавать дискретно, что обычно и делается, то можно реализовать *дискретное вейвлет-преобразование*.

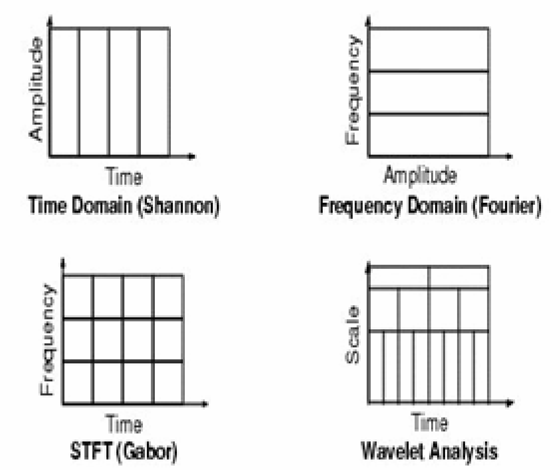


Рис. 5. Основные типы представления спектров

Рисунок 5 дает классификацию возможных вариантов представления спектров. Обычное *временное представление* сигнала Time Domain задает отсчеты сигнала в плоскости амплитуда-время. *Спектр* в частотной области Frequency Domain задает амплитуду гармоник (или спектральную площадь) в плоскости амплитуда-частота. Главный недостаток этого представления – отсутствие данных о времени тех или иных процессов.

Оконное преобразование (Габора) для блока отсчетов строится в плоскости частота-время и разбивает ее на прямоугольные ячейки, каждая из которых характеризуется амплитудой, обычно представляемой цветом. Ныне именно это представление принято называть *спектрограммой*.

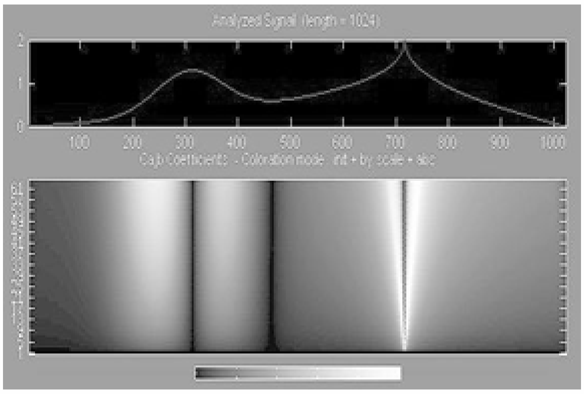


Рис. 6. Вейвлет-спектрограмма сложного сигнала, полученная с помощью системы компьютерной математики MATLAB

Для сравнения приведено также новейшее *вейвлет-представление* спектров, которое характеризуется еще большей детализацией спектрограмм (см. рис. 6).

Вейвлет-спектрограмма строится в плоскости время (или номер дискретного отсчета) – номера вейвлет-коэффициентов, а уровень вейвлет-коэффициентов задается яркостью (цветом).

Вейвлет-спектрограмма дает четкую привязку особенностей спектра к времени и позволяет легко классифицировать особенности сигналов – в том числе нестационарных, без ограничений, присущих оконному преобразованию Фурье.

Литература

1. Дьяконов, В.П. Компьютерная математика. Теория и практика / В.П. Дьяконов. – М.: Нолидж, 2001. - 1396 с.
2. Дьяконов, В.П. Вейвлеты. От теории к практике / В.П. Дьяконов. – М.: СОЛОН-Пресс, 2004.

ФИЗИКА РАБОТЫ ЛАВИННЫХ ТРАНЗИСТОРОВ С ОГРАНИЧЕННОЙ ООЗ

В.П. ДЬЯКОНОВ, Ю.А. ЕРМАЧКОВА

Смоленский государственный университет, г. Смоленск

e-mail: erm-67@yandex.ru

Причины аномально высокого быстродействия транзисторов в лавинном режиме кроются в эффекте расширения области объемного заряда (ООЗ) коллекторного перехода в глубь базы – вплоть до динамического смыкания с эмиттером, т.е. в механизм переноса неосновных носителей через базу лавинного транзистора приобретает чисто полевой (дрейфовый) характер и реализуется теоретически предельно малое время включения транзистора в доли наносекунды (1 нс = 10^{-9} с). Такие транзисторы были названы лавинными транзисторами с ограниченной областью объемного заряда (ЛТОООЗ).

Механизм расширения ООЗ коллекторного перехода наглядно поясняется на рис. 1.

Для простоты рассматривается вырезка из внутренней части кремниевого n^+-p-n-n^+ планарно-эпитаксиального транзистора. Такую структуру (или p^+-n+p-p^+) имеют практически все современные эпитаксиальные транзисторы малой и средней мощности. Транзисторы большой мощности обычно состоят из нескольких (порой десятков, а то и сотен) таких элементарных структур. Мощные транзисторы (с рассеиваемой мощностью более 1 Вт) хуже работают в качестве лавинных транзисторов ввиду неодинакового включения каждой структуры и неравномерного распределения тока по структурам.

В обычном режиме, когда коэффициент лавинного умножения M близок к 1, транзистор реализует обычное, не очень высокое быстродействие и позволяет получать небольшую амплитуду импульсов. Рисунок 1а поясняет этот случай. Прямой ток $I_б$, заданный в базу, вводит в нее неравновесные дырки (обозначены знаком «+»), которые понижают потенциальный барьер эмиттерного перехода. Это ведет к обычной инжекции в базу неосновных носителей – электронов (на рисунке показаны знаком «-»). Электроны сравнительно медленно диффундируют к левой границе ООЗ коллекторного перехода и попадают в ООЗ.

Изменение структуры ЛТОООЗ связано с рядом новых физических эффектов: расширением ООЗ коллекторного перехода в условиях роста коллекторного тока, смыканием расширяющейся (даже в условиях падения напряжения на приборе) ООЗ с эмиттером или даже металлургическим контактом базы, инжекцией со стороны эмиттера или контакта базы, резким (порою скачкообразным) уменьшением времени пролета носителями активной области транзисторов, устранением локализации распределения тока по площади эмиттера и возможностью формировать аномально (с позиций обычных представлений о работе транзисторов) большие амплитуды импульсов тока.

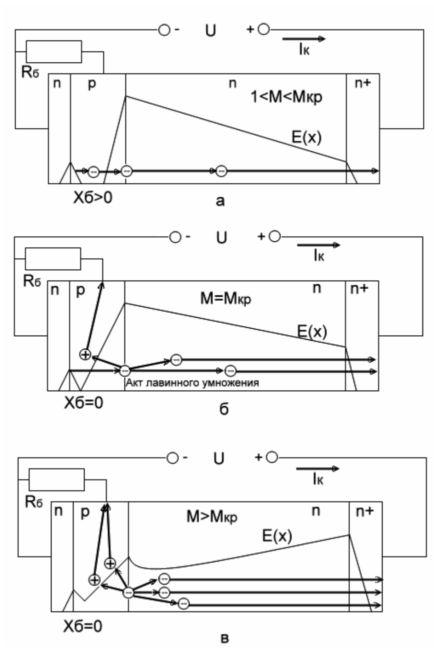


Рис. 1. Механизм работы транзистора с n+-p-n-n+ структурой: a – в обычном режиме, b – в начале лавинной инжекции, c – в режиме с ограниченной ООЗ

В ЛТОООЗ впервые оказались практически одновременно реализованы потенциальные возможности биполярных транзисторов в формировании импульсов максимально возможной амплитуды по напряжению и току с максимально малыми временами переключения. Экономически вполне оправдано и общепринято во всем мире применение обычных транзисторов в качестве ЛТОООЗ.

Феномен ЛТОООЗ никак не укладывается в рамки классической теории лавинно-инжекционных транзисторов, основные положения которой были представлены выше. В этом нетрудно убедиться, рассматривая процесс переключения простейшей ключевой схемы рис. 2 с R=51 кОм и $C_н$=15 пФ (это входная емкость современного цифрового осциллографа DS-1250 фирмы EZ Digital с полосой 250 МГц, с помощью которого снимались осциллограммы напряжения на коллекторе). Резисторы $R_к$=$R_н$=0, т.е. отсутствовали. Итак, снимались осциллограммы напряжения на коллекторе самого обычного ключа с резистивно-емкостной нагрузкой в цепи коллектора.

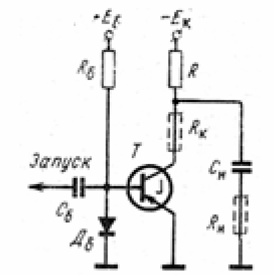


Рис. 2. Импульсная схема на лавинном транзисторе

Импульсы с амплитудой 5 В и временем нарастания около 1 нс подавались на базу через конденсатор 120 пФ от импульсного генератора Г5-78. На рис. 3 представлена серия из 4 осциллограмм, полученная с экрана цифрового осциллографа, подключенного через интерфейс USB к персональному компьютеру, что позволяло не только фиксировать, но и обрабатывать осциллограммы на компьютере. Осциллограммы сняты при разных начальных напряжениях на коллекторе $U_к(0)$, изменение которого осуществлялось изменением напряжения питания $E_к$. Заметим, что указаны абсолютные значения напряжения, реальная их полярность для *p-n-p* транзистора отрицательная.

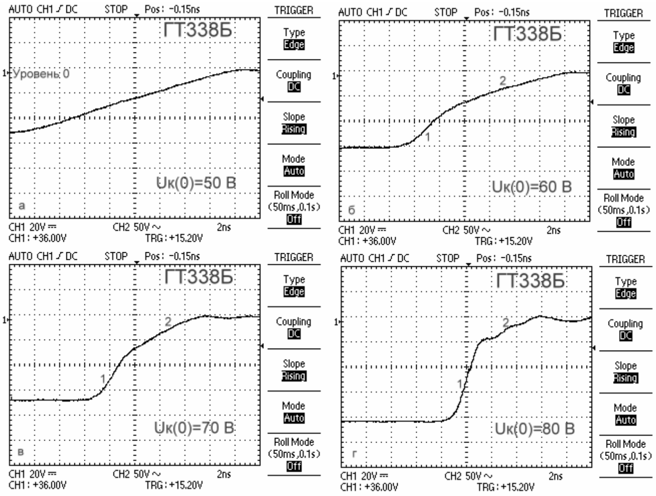


Рис. 3. Осциллограммы ключа с резистивно-емкостной нагрузкой в цепи коллектора транзистора ГТ338Б

Осциллограмма рис. 3 при $U_к(0)$=50 В соответствует примерно границе между обычным и лавинным режимом работы. Ничего примечательного в ней нет – видно довольно медленное включение транзистора, в ходе которого напряжение на коллекторе почти линейно падает от уровня $U_к(0)$ до 0 за время около 20 нс. Осциллограммы при меньших $U_к(0)$ отличаются лишь меньшим перепадом напряжения на коллекторе и немного меньшими временами переключения.

В соответствии с обычными представлениями о работе биполярного транзистора в ключевом режиме увеличение $U_к(0)$ должно вести к увеличению времени переключения транзистора из-за уменьшения степени насыщения транзистора при заданном отпирающем токе базы (он не менялся). Однако уже осциллограмма (рис. 3б) при $U_к(0)$=60 В выявляет резкое отклонение от этой закономерности. Хорошо видно, что при высоких (по абсолютному значению) напряжениях на коллекторе появляется характерный участок быстрого спада напряжения. Его влияние усиливается при увеличении $U_к(0)$ до 70 В (осциллограмма рис. 3в) и становится доминирующим при $U_к(0)$=80 В – осциллограмма (рис. 3г).

Таким образом, вопреки классическим представлениям время переключения ключа при увеличении $U_к(0)$ не только не увеличивается, а напротив, резко сокращается. Переключение происходит в две отчетливо видимые стадии – быструю 1 в условиях смыкания ООЗ переходов и медленную 2 после прекращения смыкания и перед входом транзистора в динамическое насыщение. При еще больших $U_к(0)$ схема переходит в автоколебательный режим генерации перепадов, подобных приведенному на рис. 3г.

250-МГц цифровой осциллограф DS-1250 имеет время нарастания переходной характеристики 1,4 нс. Поскольку время спада напряжения на коллекторе по осциллограмме рис. 3г равно около 2 нс, то реальное время спада будет $\sqrt{2^2-1{,}4^2}=1{,}43$ нс. Таким образом, в области быстрого изменения напряжения на коллекторе формируется перепад напряжения с приращением в 60 В за время около 1,43 нс, т.е. крутизна изменения напряжения на коллекторе составляет $4{,}2 \cdot 10^{10}$ В/с.

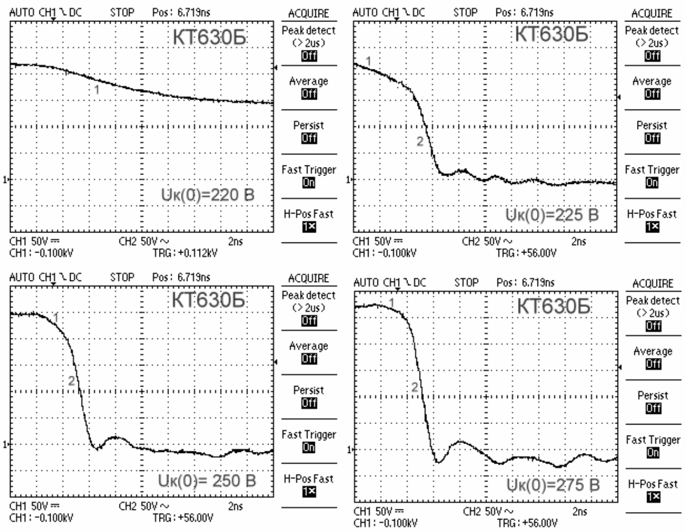


Рис. 4. Осциллограммы ключа с резистивно-емкостной нагрузкой в цепи коллектора кремниевого планарно-эпитаксиального транзистора КТ630Б

Еще более поразительные результаты дают современные кремниевые планарно-эпитаксиальные транзисторы, в том числе высоковольтные. На рис. 4 показана серия осциллограмм переключения ключа на кремниевом планарно-эпитаксиальном транзисторе КТ630 с напряжением лавинного пробоя $U_М$=280 В.

В последнем случае спад напряжения на коллекторе в примерно 250 В формируется за время примерно 1,5 нс, т.е. крутизна изменения напряжения на коллекторе транзистора достигает $1{,}7 \cdot 10^{11}$ В/с. Для сравнения отметим, что у нескольких моделей самых современных сверхскоростных монолитных микросхем операционных усилителей скорость изменения выходного напряжения достигает 10000 В/мкс или $1 \cdot 10^{10}$ В/с. При этом уровень выходных напряжений составляет лишь несколько В.

Отметим следующие особенности работы ЛТОООЗ:

1. При большом $U_к(0)$ входного отпирающего тока недостаточно для насыщения и напряжение на коллекторе медленно падает по экспоненциальному закону – кривая 1 на рис. 4а.
2. При увеличении напряжения всего на 5 В (с 220 до 225 В – рис. 4а и 4б) происходит резкое (почти скачкообразное) изменение характера переходного процесса – вслед за участком 1 медленного спада напряжения появляется участок 2 быстрого спада.
3. При дальнейшем увеличении напряжения участок медленного спада сокращается, а участок быстрого спада становится основным – рис. 4в и 4г.
4. Вход в динамическое насыщение происходит сразу в конце участка быстрого спада напряжения.
5. На участке насыщения появляются характерные затухающие колебания, вызванные индуктивностью разрядной цепи. Эти колебания заметно усиливаются при увеличении емкости $C_н$.

Исследование работы эпитаксиальных транзисторов показало, что существуют некоторые пороги по напряжению и току, достижение которых ведет к смыканию ООЗ коллекторного и эмиттерного перехода и резкому уменьшению постоянной времени $\tau_{Тэфф}$. Это и объясняет уникальное сочетание у ЛТОООЗ малых времен нарастания и больших амплитуд формируемых импульсов.

Литература

1. Дьяконов, В.П. Лавинные транзисторы и тиристоры. Теория и применение / В.П. Дьяконов. – М.: СОЛОН-Пресс, 2008.
2. Дьяконов, В.П. Применение лавинных транзисторов / В.П. Дьяконов // Схемотехника. – 2006. – №7, №8.
3. Василькова, Т.А. Исследование и контроль высоковольтных наносекундных импульсных устройств / Т.А. Василькова, Ю.А.Ермачкова // Конкурс молодых ученых: материалы конференции. – Смоленск: Универсум, 2006. – С. 175–179.
4. Дьяконов, В.П. Исследование высоковольтных кремниевых транзисторов в лавинном режиме / В.П. Дьяконов, Ю.А. Ермачкова // Системы компьютерной математики и их приложения: материалы международной конференции. – Смоленск: Изд-во СмолГУ, 2007. – Вып.8. – С. 25–29.

ЗАДАЧИ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ О КОЛЕБАНИИ МЕМБРАН В ПАКЕТЕ КОМПЬЮТЕРНОЙ МАТЕМАТИКИ MAPLE

Т.А. ЗАЙЦЕВА, Ю.Г. ИГНАТЬЕВ
Казанское высшее артиллерийско-командное училище, г. Казань
Татарский государственный гуманитарно-педагогический университет, г. Казань

Эксплуатация технологического оборудования, в котором возможен аварийный рост давления газов, сопряжена с серьезной опасностью. Аварии, связанные с разрушением емкостей под действием давления газов, часто приводят к большому материальному ущербу. Одним из самых распространенных способов защиты технологического оборудования от разрушения давления является применение предохранительных устройств для сброса давления – предохранительных мембран. Применение мембран в самых различных отраслях промышленности заключает в себе большой резерв дальнейшего повышения безопасности производства. В связи с этим необходима разработка математических моделей мембранных устройств и компьютерная реализация этих моделей. Пакет компьютерной математики Maple обладает достаточными возможностями для моделирования мембранных устройств. В книге Д.П. Голоскокова [2] показаны основные приемы решения задач математической физики, в том числе и задачи о линейных колебаниях круглой мембраны в пакете Maple. В нашей работе мы продемонстрируем анимационную линейную модель круглой мембраны.

В данной работе исследуется колебание круглой мембраны радиуса **r** с закрепленным краем при произвольных начальных условиях:

$$\mathrm{u}(r, 0) = \mathrm{f}(r)\,,\quad \left(\frac{\partial}{\partial t}\mathrm{u}(r, t)\right)\Bigg|_{t=0} = \mathrm{g}(r)\,.$$

Задача сводится к интегрированию гиперболического уравнения:

$$\Delta(u) - \frac{1\left(\frac{\partial^2}{\partial t^2}u\right)}{c^2} = 0\,,$$

(где $\Delta(u) = \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2}u\right) + \left(\frac{\partial^2}{\partial y^2}u\right)$, с – скорость звука в мембране) на плоскости (x,y) в полярных координатах: $x = r\cos(\phi)$, $y = r\sin(\phi)$ (причем нас будут интересовать решения, зависящие только от времени и радиальной переменной, $u(r,t)$), удовлетворяющие произвольным начальным и краевому условию:

$$\mathrm{u}(a, t) = 0\,.$$

Решаем полученное уравнение с учетом начальных и граничных условий.

Получим, что решение выражается в виде суперпозиции двух функций Бесселя

$$\mathrm{BesselJ}\left(0,\ \lambda^{\left(\frac{1}{2}\right)} r\right),\ \mathrm{BesselY}\left(0,\ \lambda^{\left(\frac{1}{2}\right)} r\right)$$

при $\nu = 0$ первого и второго рода, которые удовлетворяют уравнению Бесселя:

$$x\ y'' + x\,y' + (x\ -\ \nu\ )\,y = 0,$$

т.е. решение нашей задачи будет определяться лишь функциями Бесселя первого рода, где константа разделения вследствие граничного условия ($u(a,t) = 0$ или $R(a) = 0$) должна определяться из уравнения (если a =1):

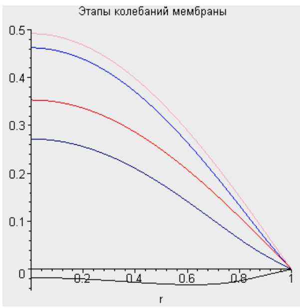
```
> Xi:=(r,k)->sqrt(2)/sqrt(BesselJ(1,BesselJZeros(0,k))^2)*
BesselJ(0,BesselJZeros(0,k)*r):
Xi(r,k);
```

Эта система собственных функций и является решением задачи Штурма-Лиувилля.

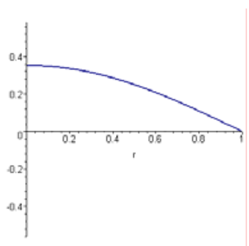
Зададим конкретные функции $f(r)$ и $g(r)$, определяющие начальные условия:

```
> f:=(r)->cos(Pi*r/2);
g:=(r)->0;
```

Найдем коэффициенты разложения этих функций в ряд по функциям Бесселя BesselJ($0,x(m)r$) и строим график колебаний мембраны при нескольких значениях:



Анимируем полученное решение сначала в поперечном сечении мембраны:



а затем и в полном трехмерном представлении:

Литература

1. Дьяконов, В.П. Maple 7: учебный курс / В.П. Дьяконов. – СПб.: Питер, 2002.
2. Голоскоков, Д.П. Уравнения математической физики. Решение задач в системе Maple / Д.П. Голоскоков. – СПб.: Питер, 2004.
3. Водяник, В.И. Предохранительные мембраны / В.И. Водяник [и др.]. – М.: Химия, 1982.

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ SCILAB В СОВРЕМЕННЫХ МЕТОДИКАХ ОБРАЗОВАНИЯ

П.Г. ИВАНОВ, Р.Ю. КУЛИШЕНКО, В.А. ХОЛОДНОВ
Санкт-Петербургский государственный технологический институт
(Технический университет), г. Санкт-Петербург
e-mail: holodnow@yandex.ru

Программный продукт Scilab разработан французскими исследовательскими институтами INRIA и ENPC и привлекает пользователей свободной формой распространения. Использование бесплатных лицензионных продуктов становиться наиболее актуальным в данное время во всех государственных учебных учреждениях РФ.

Система компьютерной математики (СКМ) Scilab выпускается под операционные системы Windows и наиболее популярные Unix/Linux, что позволяет создавать рабочую среду с полностью легальными бесплатными продуктами.

Возможности Scilab позволяют производить математические и инженерные вычисления практически любой сложности. Благодаря большому количеству встроенных функций и методов, разработанных непосредственно пользователем, Scilab может стать очень эффективным инструментом как в решении большинства математических задач, так и в обработке экспериментальных данных, а также в подготовке молодых инженеров. Так как обучение языкам программирования высокого уровня в общеобразовательных учреждениях имеет разный уровень, то Scilab как продукт, имеющий поддержку встроенного процедурного языка, может стать отличным фундаментом для углубленного изучения объектно-ориентированных языков.

Важной характеристикой этого продукта является возможность перевода готовых решений, разработанных в среде MATLAB, Maple, а также позволяет распознавать структурированный текст. Поддержка форматов этих популярных систем компьютерной математики позволяет достаточно просто перейти к Scilab. На сайте разработчика есть ссылка на официальный источник, признанный документацией на русском языке [2]. Эти материалы не являются прямым переводом с официальной документации на английском языке. Тем не менее, на наш взгляд, они могут использоваться как руководство для подготовки специалистов, студентов, так как не требуют особых знаний языков программирования, а сложность решаемых задач после усвоения курса ограничивается только умением использовать математический аппарат.

Благодаря набору библиотек можно решать задачи, включающие в себя: решение линейных и нелинейных уравнений, интерполяцию, интегрирование, решение дифференциальных уравнений, статистическую обработку результатов и т.д. Но каждый пользователь математических пакетов знает, что, сколь бы широки ни были их возможности, при решении реальных задач приходится создавать собственные алгоритмы и процедуры. Для таких целей Scilab обладает широким набором конструкций для организации циклов, условных переходов, операций ввода/вывода. Также есть возможность подключения внешних библиотек в виде файлов с расширением *.bin, откомпилированных программ, написанных на языках C или Fortran. Рассматривая пакет с такого уровня, можно представить величину внутренних возможностей приложения.

Несмотря на бесплатный статус пакета, графика Scilab выполнена на вполне профессиональном уровне.

Литература

1. http://www.csa.ru/~zebra/my_scilab/index.html

ПРИНЦИПЫ ПОСТРОЕНИЯ МОДЕЛИ ДЛИТЕЛЬНОЙ ДИНАМИКИ ЭНЕРГОСИСТЕМЫ В СРЕДЕ MATLAB

Е.Д. КАРАСЁВ, Д.В. НИКИФОРОВ, О.А. ФЁДОРОВ
ЗАО Монитор Электрик, г. Пятигорск
e-mail: kapaceb@monitel.ru, nikiforov@monitel.ru, fedorov@monitel.ru

Основой режимного тренажёра диспетчера (РТД) является динамическая модель электроэнергетической системы (ЭЭС). Поведение ЭЭС должно воспроизводиться в течение полутора-двух часов тренировки в реальном темпе процесса с учётом управляющих воздействий оператора.

Модель должна быть в меру полной, а реализованные в ней численные алгоритмы – скоры и высоконадёжны.

Спектр представленного в тренажёре силового оборудования весьма широк: это энергоблоки, электростанции, средства регулирования, противоаварийная и режимная автоматика, нагрузки, электрическая сеть. Общее число уравнений моделируемой ЭЭС в РТД может исчисляться многими десятками тысяч. Поэтому до реализации в программном коде модели отдельных или объединённых сетью элементов должны тщательно исследоваться. Для этой цели в мировой практике широко применяется MATLAB.

Тот или иной динамический элемент ЭЭС в РТД описывается собственной системой алгебро-дифференциально-разностных уравнений. Система эта, помимо высокой размерности, оказывается относительно жёсткой, причём расчленяемой: для расчёта медленных составляющих можно сконструировать существенно более простую модель. Но и её размерность очень высока.

За исключением очень непродолжительных этапов вслед за моментом большого возмущения переходные процессы, наблюдаемые диспетчером через оперативно-информационный комплекс, бывают обусловлены динамикой изменения частоты и генерации. Для описания этих медленно протекающих переходных процессов широко применяют модель среднего движения. Пренебрегая отличием скоростей вращения роторов отдельных синхронных машин, учитывают динамику первичных двигателей энергоагрегатов, теплосиловой части тепловых и атомных станций, гидродинамические явления в агрегатах ГЭС, а также всевозможные системы регулирования: блочные, станционные, общесистемные.

В докладе описывается подход к построению модели длительной динамики ЭЭС в среде MATLAB.

В принципе, для решения алгебро-дифференциальной системы уравнений её можно рассматривать как сингулярно возмущённую [1] систему дифференциальных уравнений. Такой подход избрали разработчики режимного имитатора EUROSTAG [2]. Однако в РТД расплачиваться за точность и надёжность расчётных алгоритмов пришлось бы большими затратами времени. Дело в том, что неявношаговые методы требуют итеративных процедур решения систем линейных алгебраических уравнений очень высокой размерности. Поэтому обычно (в том числе альтернативно и в [2]) систему уравнений расщепляют: для каждого динамического элемента решают его систему уравнений, формируя вектор воздействий на электрическую сеть, а затем решают алгебраические уравнения сети, формируя вектор воздействий на динамические элементы. Реализация этого подхода и является предметом обсуждения настоящего доклада.

Для каждого динамического элемента в среде Simulink компонуется блок-схема из типовых элементов. Сеть собирается из RLC-элементов и трансформаторов с использованием метафоры электрической цепи Simulink. Это допускает описание близких к синусоидальным режимов комплексными алгебраическими уравнениями. Однако для воздействия динамического элемента на режим в электрической цепи Simulink предоставляет лишь управляемые источники тока и напряжения. А для энергоагрегатов в результате решения дифференциальных уравнений оказываются известными модуль V напряжения на шинах и генерируемая мощность P – комплексы тока и напряжения известны не бывают. Это вынудило частично отказаться от использования встроенных в MATLAB средств формирования и решения общей системы уравнений динамики, реализовав следующую идею.

Процедура расчёта режима сети была оформлена в виде S-функции. Блок, описываемый этой функцией, не имеет ни входных, ни выходных портов. Всю нужную информацию он получает из рабочей области проекта или из свойств экземпляров классов компонентов модели.

Для генераторных узлов не отданная в сеть, но сгенерированная мощность считается израсходованной на ускорение ротора. Ускорение принимается единым для всех машин и вычисляется наряду с прочими неизвестными при расчёте режима сети. Собственно, основной целью расчёта режима и является определение общесистемного ускорения, слежение за которым призвано обеспечить контроль за частотой сети.

Рассчитанное ускорение импортировалось в модель Simulink с помощью отдельной S-функции.

В каждом узле сетки модельного времени уравнения сети должны решаться единожды, причём уже после того, как будут пересчитаны переменные состояния отдельных динамических блоков, т.е. процедура расчёта не должна вызываться в момент, когда обновятся лишь значения переменных. Чтобы это обеспечить, блок, решающий уравнения сети, был объявлен атомарным, равно как и маскированный блок, содержащий собственно модель ЭЭС.

Процедура формирования уравнений сети была автоматизирована. В момент начала моделирования, а также при каждой коммутации рассчитывается матрица узловых проводимостей сети. В электрическую цепь Simulink не было включено ни одного источника, и это избавило вычислительное ядро от нагрузки по моделированию цепи. Метафора электрической цепи использовалась только для того, чтобы можно было редактором Simulink нарисовать схему и указать параметры сетевых элементов и нагрузок. Процедура расчёта матрицы узловых проводимостей была основана на импорте из Simulink данных о связях и параметрах образующих сеть многополюсников.

Расчёт режима сети был сведён к задаче о наименьших квадратах. Для генераторных узлов обеспечивались требуемые значения P и V, а для прочих узлов – баланс комплексов мощностей.

Из имеющихся в составе MATLAB решателей дифференциальных уравнений оптимальным оказался метод по имени "ode23tb". В нём делается предсказание неявношаговым методом трапеций, а затем значение корректируется с использованием формул обратного дифференцирования 2-го порядка. Невысокий порядок оказался удачным выбором, поскольку модели теплосилового оборудования изобилуют блоками с разрывной матрицей Якоби, типичный пример – насыщающиеся интеграторы. Неявношаговость позволила отстроиться от проблем устойчивости при выборе не очень малых шагов интегрирования.

Отслеживание моментов перехода сигналов через ноль (Zero crossing detection) оказалось полезным инструментом, но требующим тонкой настройки. Довольно часто приемлемый результат удавалось получить, только включив этот контроль выборочно, для отдельных звеньев.

В целом, дополнение встроенных моделей Simulink, представленных в пространстве переменных состояния, пользовательскими процедурами учёта взаимосвязей элементов по электрической сети оказалось удобным средством прототипирования и исследования математических моделей энергосистем для режимных тренажёров диспетчера.

Литература

1. Хайрер, Г. Решение обыкновенных дифференциальных уравнений. Жёсткие и дифференциально-алгебраические задачи / Г. Хайрер, Г. Ваннер. – М.: Мир, 1999. – 655 с.
2. Stubbe M. The OMASES Advanced Simulation Environment. – Proc MED Power Conference. – Athens, Greece, 2002.

СИНТЕЗ СИСТЕМ РЕКТИФИКАЦИОННЫХ КОЛОНН С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ НЕЧЕТКИХ МНОЖЕСТВ

Д.А. КРАСНОБОРОДЬКО, А.Е. ПУНИН, В.А. ХОЛОДНОВ
ГОУВПО Санкт-Петербургский государственный технологический институт (технический университет) (СПбГТИ (ТУ)), г. Санкт-Петербург
e-mail:holodnow@yandex.ru

В основе предлагаемого эвристического метода синтеза экономически оптимальных систем разделения ректификацией лежат эвристические правила, полученные в результате анализа работы промышленных установок.

Синтез ректификационных колонн осуществляется с помощью "нечеткого" алгоритма с использованием системы компьютерной математики

Mathcad. Работоспособность алгоритма иллюстрируется на примере синтеза схемы разделения предельных углеводородов. Для других разделяемых соединений необходима коррекция коэффициентов, лежащих в основе метода.

При синтезе экономически оптимальной системы разделения выделяйте в виде дистиллята компоненты в последовательности температур кипения, если выполняются следующие нечеткие критерии:

Критерий *a*: сумма мольных долей *Xi* более тяжелых компонентов в смеси, поступающей на разделение, по возможности должна быть меньше, чем 0.5.

Критерий *b*: относительные летучести разделяемых компонентов *L*12 и *L*23 были не меньше двух.

Критерий *c*: все компоненты требуют одного и того же материала. Для данного критерия введен индекс коррозионной активности *W*, который для *i*-го компонента принимает следующие значения: агрессивный компонент *Wi*=1, неагрессивный компонент *Wi*=0.

Критерий *d*: ни один компонент, кроме первого, не является избыточным в смеси, поступающей на разделение.

Критерий *e*: разность температур кипения первого и второго компонента смеси, поступающей на разделение, должна быть как можно большей.

Критерий *f*: разделение является трудным, если относительная летучесть между первым и вторым ключевыми компонентами (*L*12) меньше 1.5, а разность температур кипения первого и второго компонента очень мала. Этот критерий можно, с одной стороны, охарактеризовать через относительную летучесть (*L*) и разность температур кипения (*Ts*), с другой стороны, числом компонентов, которые еще остались в смеси по сравнению с числом компонентов в первоначальной смеси. Для расчета функции принадлежности оказалась подходящей следующая функция:

$$GM(f) = MIN(GM(\alpha), GM(Ts))^{(1-GM(n1))}; \tag{1}$$

где *n*1 - число компонентов в текущей смеси, *n* - число компонентов в исходной смеси.

Функции принадлежности для расчета нечетких критериев имеют вид (2) и (3):

Функция принадлежности *F(x)*: $$F(x) = \frac{1}{1+\delta 1 * x^{\delta 2}}. \tag{2}$$

Функция принадлежности *G(x)*: $$G(x) = 1 - \frac{1}{1+\delta 1 * x^{\delta 2}}. \tag{3}$$

В формулах (2) и (3) δ1 и δ2 - коэффициенты настройки, полученные в результате обработки большого числа данных для существующих систем разделения многокомпонентных смесей, *x* - аргумент функции принадлежности (определяется по правилам, сформулированным выше для каждого из критериев). Значения коэффициентов $\delta 1$ и $\delta 2$ для 1-го правила приведены в таблице 1.

Таблица 1

Коэффициенты и тип функции принадлежности

Критерий	A	B	$R1$	$R2$	Тип функции	Коэффициенты $\delta 1$	$\delta 2$
a	0.8	0.5	0.1	0.8	$F(x)$	49.31734	7.62312
b $L12$	0.2	1.5	0.8	2.0	$G(x)$	198.790	-9.6351
b $L23$	0.5	1.5	0.9	2.0	$G(x)$	22.10984	-7.63654
c	0.7	0.05	0.2	0.5	$F(x)$	7.83246	0.96947
d	0.1	0.8	0.8	1.01	$G(x)$	0.29145	-5.41733
e	0.2	5	0.7	20	$G(x)$	53.25831	-1.60977
f $L12$	0.3	1.5	0.7	2.0	$G(x)$	25.30189	-5.88357
f $Ts12$	0.2	5	0.7	20	$G(x)$	53.25831	-1.60977
f $n1$	0.7	0.05	0.3	0.25	$F(x)$	10.02959	1.0519

Для каждой системы ректификационных колонн с использованием системы компьютерной математики Mathcad просчитывается значение каждого из критериев и на основе этих данных определяется оптимальная система разделения.

О ПРИМЕНЕНИИ СИСТЕМ КОМПЬЮТЕРНОЙ МАТЕМАТИКИ В ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКЕ

Р.Е. КРИСТАЛИНСКИЙ, В.Р. КРИСТАЛИНСКИЙ
Смоленский государственный университет, г. Смоленск
e-mail: krist1940@rambler.ru, kristvr@rambler.ru

Современные системы компьютерной математики позволяют успешно выполнять различного рода точные вычисления – точное вычисление интегралов, действия с рациональными дробями и т.д. Это позволяет их успешно использовать для решения самых различных задач прикладной математики.

Рассмотрим некоторые конкретные примеры.

1. Метод ортонормированных рядов для отыскания минимума квадратичного функционала.

Пусть A – положительно определенный оператор на линеале D_A, плотном в сепарабельном гильбертовом пространстве *H*, и пусть $f \in H$. Далее, пусть $\varphi_1, \varphi_2, \ldots$ – ортонормированный базис в пространстве H_A со скалярным произведением $(u, v_A) = (Au, v)$. Тогда, как известно [1], решение u_0 уравнения $Au = f$ дается рядом

$$u_0 = \sum_{k=1}^{\infty} a_k \varphi_k \, ,$$

где

$$a_k = (f, \varphi_k).$$

Этот ряд сходится к решению u_0 в пространстве *H*.

Таким образом, решение рассматриваемой задачи сводится к построению ортонормированного базиса в пространстве H_A. Как писал известный чешский математик К. Ректорис в своей монографии [3], «эта задача представляет собой весьма трудоемкий процесс и, как правило, с точки зрения численных методов едва ли осуществима».

Использование систем компьютерной математики позволяет в большом числе случаев успешно справиться с этой задачей. Рассмотрим следующий пример.

Пример 1. Найти решение уравнения

$$\Delta^2 u = f(x, y)$$

в квадрате $\{0 \le x \le 1, 0 \le y \le 1\}$, удовлетворяющее на контуре γ этого квадрата следующим краевым условиям:

$$u(x, y) = 0,$$

$$\frac{\partial u}{\partial n}(x, y) = 0.$$

Решение. Пусть $\{f_i(x)\}$ – система функций следующего вида:

$$f_i(x) = (1 - x)^2 x^{i+1}, i = 1, 2, \ldots, n \, .$$

Рассмотрим систему функций

$$g_{ij}(x, y) = f_i(x) \cdot f_j(y), \ i = 1, 2, \ldots, n; \ j = 1, 2, \ldots, n \, . \qquad (1)$$

Используя специальную функцию комплекса Mathematica, ортонормируем эту систему и получаем приближенное решение рассматриваемой задачи исходя из соотношения (1).

2. Метод Ритца.

Пусть, как и в предыдущем случае, A – положительно определенный оператор в гильбертовом пространстве *H*. Задача решения уравнения

$Au = f$ сводится к задаче о нахождении минимума квадратичного функционала

$$(Au, u) - Z(f, u). \tag{2}$$

Рассмотрим в пространстве H_A полную систему $\varphi_1, \varphi_2, \dots$.

Аппроксимация решения рассматриваемого уравнения ищется в следующем виде

$$u_n = \sum_{k=1}^{n} a_k \varphi_k \,. \tag{3}$$

Подставляя это значение в функционал (2), получаем функцию n переменных $a_1, \dots, a_n$. Для нахождения минимума находим частные производные по переменным $a_1, \dots, a_n$ и приравниваем их к нулю. Матрица полученной системы носит название матрицы Ритца.

Для получения более точного приближения по Ритцу следует увеличить число используемых координатных функций. При этом возрастает порядок системы Ритца.

При классическом подходе к решению этой задачи свободные члены неизбежно вычисляются с некоторыми, пусть малыми, погрешностями. Поэтому при высоком порядке системы погрешность ее решения может оказаться весьма значительной. Более того, эта погрешность может возрастать вместе с порядком самой системы.

Использование точной арифметики позволяет избежать этих осложнений. Во-первых, здесь и сами элементы матрицы Ритца, и свободные члены вычисляются точно. Во-вторых, при решении полученной системы также избегаем действий с приближенными числами.

3. Вычисление собственных чисел.

Возможность строить ортонормированные базисы для широкого класса гильбертовых пространств позволяет свести вычисление собственных значений для уравнения

$$Au - \lambda Bu = 0$$

с однородными граничными условиями, где A и B – дифференциальные операторы порядков $2k$ и $2l$ соответственно, $l < k$, к вычислению собственных чисел некоторой матрицы.

С этой целью рассматриваем пространство со скалярным произведением (Bu, v), в этом пространстве находим ортонормированный базис из функций

$$\varphi_1, \varphi_2, \dots,$$

удовлетворяющих заданным граничным условиям, а затем находим собственные числа матрицы

$$(A\varphi_i, \varphi_j).$$

В качестве примера рассмотрим вычисление собственных чисел бигармонического оператора.

Пусть М – множество функций $u(x, y)$, определенных в квадрате $\{0 \le x \le \pi, 0 \le y \le \pi\}$, имеющих в нем непрерывные частные производные до четвертого порядка включительно и удовлетворяющих граничным условиям

$$u = 0, \frac{\partial u}{\partial \vec{n}} = 0,$$

где $\vec{n}$ – единичный вектор внешней нормали к контуру.

Пусть $u(x, y)$ – отличная от нуля функция, удовлетворяющая уравнению

$$\Delta^2 u = \lambda u.$$

Число λ называется собственным числом бигармонического оператора.

Для вычисления собственных чисел рассматриваемого оператора используется следующий алгоритм.

1. Рассматривается система функций

$$x^2 y^2 (\pi - x)^2 (\pi - y)^2 x^n y^m$$
$$n = 0, \ldots, a; m = 0, \ldots, a.$$

В линейной оболочке этой системы строится ортонормированный базис.

В этом базисе для бигармонического оператора строится матрица Ритца.

Находятся собственные числа и собственные вектора построенной матрицы. Они и являются оценками собственных чисел бигармонического оператора.

Результаты вычисления первых пятнадцати чисел бигармонического оператора, выполненные американским математиком А. Вайнштейном, и первых сорока чисел, выполненные итальянским математиком Г. Фикерой, приведены в монографии С. Г. Михлина [2]. С. Г. Михлин пишет: «…к сожалению, в статьях обоих авторов нет почти никаких сведений о технике вычислений. Тем не менее, результаты названных авторов интересны».

Предложенный нами метод дает возможность получить довольно просто при вычислении верхних оценок бигармонического оператора результаты, существенно точнее результатов А. Вайнштейна и Г. Фикеры.

4. Конформные отображения.

Известна следующая теорема Римана (см. [1]).

Если B и G – односвязные однолистные области плоскостей комплексных переменных $z = x + iy$ и $w = u + iv$, отличные от всей плоскости и всей плоскости без одной точки, то существует функция $w = f(z)$, голоморфная в B и совершающая взаимно однозначное конформное отображение B на G, при этом так, что заранее указанная точка z_0 в области B переходит в произвольно избранную точку w_0 из G.

Задача об эффективном построении функции, совершающей отображение B на G, представляет очень часто весьма большие или даже непреодолимые трудности.

Поэтому весьма большое значение имеют более простые методы приближенного построения отображающей функции.

Рассмотрим один из таких методов.

Пусть функция $f(z)$ осуществляет конформное отображение области B на круг. Можно доказать, что она дает минимум интегралу

$$I = \iint_B f'(z)\overline{f'(z)}dxdy . \tag{4}$$

Следовательно, функцию, дающую требуемое конформное преобразование, можно найти как решение следующей вариационной задачи:

среди функций, аналитических в области B и подчиненных условиям $f(0)=0$ и $f'(0)=1$ найти ту, которая дает минимум интегралу (4).

Для приближенного решения этой задачи можно использовать метод Ритца.

Последовательность координатных функций выбирается следующим образом

$$\varphi_0(z)=1, \varphi_1(z)=z, \ldots, \varphi_n(z)=z^n . \tag{5}$$

Бибербах доказал, что для всякой области B, граница L которой будет одновременно и границей внешней области, последовательность (5) будет равномерно сходиться к искомой функции.

При реализации метода Ритца в этом случае удобно пользоваться системами компьютерной математики. Они дают возможность находить точные значения встречающихся при вычислениях интегралов и точное решение получающейся системы линейных уравнений.

В монографии Л.В. Канторовича и В.И. Крылова [1] строятся приближения функций, отображающих эллипс на единичный круг только в случае, когда эксцентриситет эллипса близок к нулю.

Описанным выше способом это можно реализовать для эллипса любого эксцентриситета.

Кроме того, используя возможности систем компьютерной математики, без труда можно найти приближенное значение обратного отображения.

5. Приближенное вычисление интеграла типа Коши.

Пусть область G ограничена замкнутым контуром Ляпунова. Рассмотрим интеграл типа Коши

$$\frac{1}{2\pi i}\int_L \frac{f(t)dt}{t-z},$$

где плотность $f(t)$ удовлетворяет условию Гельдера.

Пусть $w=\varphi(z)$ – функция, реализующая конформное отображение области G на единичный круг, $z=\psi(w)$ – обратная функция.

Рассмотрим функцию

$$F\left(e^{i\theta}\right)=f\left(w\left(e^{i\theta}\right)\right).$$

Обозначим через $F_n(\theta)=\sum\limits_{k=-n}^{n} a_k e^{ik\theta} = \sum\limits_{k=-n}^{n} a_k w^k$

и через $f_n(t)=\sum\limits_{k=-n}^{n} a_k \varphi(t)^k$.

Обозначим через $\tilde{\psi}(w)$ и $\tilde{\varphi}(z)$ полиномиальные приближения соответствующих функций.

В качестве приближения для интеграла типа Коши возьмем следующую функцию

$$\sum_{k=-n}^{n} a_k \frac{1}{2\pi i}\int_L \frac{\tilde{\varphi}(t)^k\, dt}{t-z}.$$

Интегралы, входящие в эту формулу, находятся непосредственно $(k \geq 0)$ и при помощи теоремы о вычетах. Вычисление вычетов реализовано в системе компьютерной математики.

Данный результат может быть использован, в частности, для приближенного решения краевых задач комплексного анализа.

Литература

1. Канторович, Л.В. Приближенные методы высшего анализа / Л.В. Канторович, В.И. Крылов. – Л.: Физматгиз, 1962.
2. Михлин, С.П. Численная реализация вариационных методов / С.П. Михлин. – М.: Наука, 1966.
3. Ректорис, К. Вариационные методы в математической физике и технике / К. Ректорис. – М.: Мир, 1985.
4. Кристалинский, Р.Е. Приближенные аналитические методы решения задач механики деформируемого твердого тела / Р.Е. Кристалинский. – Смоленск: СмолГУ, 2007.

5. Kristalinskii, V.R. An approximate method for computation of Cauchy-type integrals // 20-th Summer School «Applications of mathematics to Engineering». – Varna, 1994. – P. 81-84.
6. Kristalinskii, V.R. About the approximate solution of the usual and generalized Gilbert boundary value problems // Journal Mathematical Modeling and Analysis. – Vilnius, 2000. – Vol. 5, N 2. – P. 119-126.
7. Кристалинский, В.Р. О приближенном решении краевой задачи Римана в системе Mathematica / В.Р. Кристалинский // Системы компьютерной математики и их приложения: материалы международной конференции. – Смоленск: СГПУ, 2005. – С. 35.

ПРОГНОЗ ДЕМОГРАФИЧЕСКОЙ СИТУАЦИИ В СМОЛЕНСКОЙ ОБЛАСТИ

В.В. КРУГЛОВ
Смоленский филиал Российского университета кооперации, г. Смоленск
e-mail: pim@sfruk.ru

Для принятия обоснованных управленческих решений при управлении такой достаточно большой социально-экономической системой, как Смоленская область, необходимо иметь хотя бы приблизительные среднесрочные – на 10-12 лет – прогнозы по основным показателям, характеризующим область. Представляется, что одним из важнейших таких показателей является численность населения области.

Автором была проделана попытка получения такого прогноза, исходя из официального источника [1] и результатов статьи [2]. Данные для анализа представлены в следующей таблице.

	2002	2003	2004	2005	2006
Все население, на конец года (тыс. чел.)	1045,9	1032,4	1019	1005,9	993,5
Родившиеся	8613	9021	9075	8717	8835
Умершие	22750	22824	21817	21850	20779
Естественный прирост, убыль (-)	-14137	-13803	-12742	-13133	-11944
Миграционный прирост (+), убыль (-) – всего	-375	-201	-1220	-36	-588
На 1000 человек населения					
Родившихся	8,2	8,7	8,8	8,6	8,8
Умерших	21,6	22,0	21,3	21,6	20,8
Естественного прироста, убыли (-)	-13,4	-13,3	-12,5	-13,0	-12,0
Число рождений, приходящихся в среднем на одну женщину за всю жизнь	1,1	1,2	1,2	1,14	1,16

Простой визуальный просмотр таблицы показывает, что за последние пять лет улучшения демографической ситуации не наблюдается, более того, использование материалов источника [2] показывает, что за эти годы дискретный временной ряд – численность населения области по годам – приобрел характер переходного процесса, соответствующего неустойчивой динамической системе. Действительно, в соответствии с этим источником, невыполнение хотя бы одного из следующих неравенств

$$\left.\begin{array}{c} 1-\dfrac{x_{t+1}\cdot x_{t+2}-x_t\cdot x_{t+3}-x_{t+2}^2+x_{t+1}\cdot x_{t+3}}{x_t\cdot x_{t+2}-x_{t+1}^2}>0 \\ 1-\dfrac{x_{t+2}^2-x_{t+1}\cdot x_{t+3}}{x_t\cdot x_{t+2}-x_{t+1}^2}>0 \\ 1+\dfrac{x_{t+1}\cdot x_{t+2}-x_t\cdot x_{t+3}+x_{t+2}^2-x_{t+1}\cdot x_{t+3}}{x_t\cdot x_{t+2}-x_{t+1}^2}>0, \end{array}\right\} \qquad (1)$$

где x_t – в данном случае численность населения области в году t, означает неустойчивость рассматриваемой социально-экономической системы (Смоленской области). Используя данные приведенной таблицы и полагая t = 2003, получаем x_t = 1032,4, x_{t+1} = 1019, x_{t+2} = 1005,9, x_{t+3} = 993,5, при этом расчеты, выполненные по формулам (1) (в среде MathCAD), для левой части третьего из неравенств (1) дают значение: -8,365, т.е. это неравенство не выполняется.

Более детальное изучение статистических данных приводит к выводу, что если только область не испытает очень сильного скачкообразного, положительного (для демографии) воздействия (например, в виде очень больших внешних финансовых вложений), население области, по крайней мере, в течение ближайших 10÷12 лет (т.е. до 2020 года) будет постепенно, медленно, но неуклонно уменьшаться, к 2020 году вряд ли превысив значение 900 тыс. чел. Соответственно, численность трудоспособного населения области к этому году, по сравнению с положением на начало 2007 года, уменьшится на 15÷20%.

Изменить ситуацию может, по-видимому, только такое положение, когда:

1) качество жизни в многодетных семьях будет существенно выше, чем в малодетных (бездетных);

2) вообще уровень жизни в регионе будет существенно выше, чем в соседних, граничащих с ним.

Литература

1. Смоленская область в цифрах: статистический сборник. Смоленск: Смоленскстат, 2007.

2. Абраменкова, И.В. Экспресс-алгоритм прогнозирования катастроф / И.В. Абраменкова, В.В. Круглов // Приборы и системы. Управление, контроль, диагностика. – 2006. – № 1. – С. 5-7.

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ СТАТИСТИЧЕСКОГО ПАКЕТА SPSS ПРИ ПОСТРОЕНИИ ЛИНЕЙНЫХ МНОГОФАКТОРНЫХ МОДЕЛЕЙ В УСЛОВИЯХ МУЛЬТИКОЛЛИНЕАРНОСТИ

М.Ю. ЛЕБЕДЕВА, В.А. ДОЛГОВ
Филиал ГОУВПО «МЭИ (ТУ)» в г. Смоленске,
e-mail: feu@sci.smolensk.ru

Основной проблемой, возникающей при моделировании многофакторных линейных моделей, является наличие мультиколлинеарности при оценивании параметров модели и, как следствие этого – неустойчивость оценок параметров. О наличии мультиколлинеарности судят по матрице парных коэффициентов корреляций между факторами модели. Если коэффициенты парной корреляции этой матрицы превышают величину 0.8, то считается, что модель приходится строить в условиях мультиколлинеарности.

В данном случае при построении линейной модели возникают осложнения при вычислениях, поскольку при мультиколлинеарности появляется эффект слабой обусловленности матрицы системы нормальных уравнений – её определитель очень близок к нулю. Оценки параметров многофакторных моделей будут неточными из-за указанной выше причины; интерпретация влияния факторов на прогнозируемый показатель будет не адекватна реальной ситуации. Ценность таких моделей крайне низка.

На наш взгляд, последствия мультиколлинеарности на самом деле вызваны неприемлемостью существующих алгоритмов оценивания параметров многофакторных моделей.

Для решения задачи нами предлагается интервальное оценивание параметров множественной линейной регрессии. В этом случае уравнение множественной регрессии ищется в следующем интервальном виде:

$$\left[y_{н,i}, y_{в,i}\right] = \left[a_{1,н}, a_{1,в}\right] \cdot x_{1,i} + \left[a_{2,н}, a_{2,в}\right] \cdot x_{2,i} + \ldots \left[a_{k,н}, a_{k,в}\right] \cdot x_{k,i},$$

где *н, в* – нижняя и верхняя граница моделируемого показателя маркетингового исследования $y_{н,i}$, $y_{в,i}$ и соответствующих коэффициентов регрессии.

Продемонстрируем эффективность предлагаемого нами подхода на статистических данных показателей экономической динамики одного из регионов России [1]. Относительные значения показателей развития организации представлены в следующей таблице:

Таблица

Производство продукции, y_i	Потребление электроэнергии, $x_{1,i}$	Основные производственные фонды, $x_{2,i}$	Численность занятых, $x_{3,i}$	Фонд оплаты труда, $x_{4,i}$
1	1	1	1	1
1,041	0,948	1,0994	1,0145	1,0374
1,091	0,98	1,2108	1,0323	1,0878
1,139	1,1338	1,3346	1,0403	1,1267
1,1902	1,138	1,484	1,0565	1,1778
1,2438	1,1335	1,6759	1,078	1,2276
1,3408	1,432	1,8039	1,0968	1,3105
1,4293	1,598	1,9623	1,1127	1,3978
1,4936	1,7681	2,0949	1,1109	1,5018
1,522	2,1061	2,2011	1,1029	1,6133

С помощью пакета статистического анализа SPSS были получены парные коэффициенты корреляции, которые подтвердили наличие мультиколлинеариости, а также интервальное уравнение регрессии в следующем виде:

$$\lfloor y_{н,i}, y_{в,i} \rfloor = [0.63, 4.65] + [-0.30, 1.89] \cdot x_{1,i} + [-0.18, 0.27] \cdot x_{2,i} + \\ + [0.06, 0.64] \cdot x_{3,i} + [-5.46, -0.18] \cdot x_{4,i}.$$

Анализ выводной таблицы «Coefficients», полученной при выполнении процедуры регрессионного анализа в пакете SPSS, показал, что фактор x_2 не является статистически значимым ($p = 0{,}657$) и, следовательно, его необходимо в дальнейшем исключить из уравнения регрессии.

После исключения фактора x_2 нами получено уравнение регрессии в следующем виде:

$$\lfloor y_{н,i}, y_{в,i} \rfloor = [1.959, 3.935] + [0.455, 1.483] \cdot x_{1,i} + [0.091, 0.614] \cdot x_{3,i} + \\ + [-4.242, -2.274] \cdot x_{4,i},$$

которое существенно отличается в лучшую сторону от уравнения, полученного в [1].

Анализ построенной регрессионной модели показывает, что увеличение выпуска продукции обуславливается положительным влиянием факторов x_1 и x_3 (потребление электроэнергии, численность занятых), а увеличение фонда оплаты труда оказывает отрицательное влияние на выпуск продукции.

По утверждению того же автора, для повышения устойчивости оценок МНК в условиях мультиколлинеарности необходимо осуществить перед построением многофакторной модели элементарное действие – центрирование всех переменных и использовать уже центрированные переменные для оценивания параметров. Операция центрирования представляет собой такое преобразование исходных переменных, при котором из каждого значения переменной вычитается среднее арифметическое значение переменной. Выполненная нами обработка с помощью SPSS центрированных исходных данных не изменила ситуацию о влиянии факторов, а изменила лишь константу в уравнении: $[-0{,}009;0{,}009]$.

Литература

1. Светуньков, С.Г. Методы маркетинговых исследований / С.Г. Светуньков. – СПб.: Издательство ДНК, 2003. – 178 с.

РЕАЛИЗАЦИЯ МЕТОДА БРАУНА В EXCEL И MATHCAD

М.Ю. ЛЕБЕДЕВА, В.А. ДОЛГОВ
Филиал ГОУВПО «МЭИ (ТУ)» в г. Смоленске
e-mail: feu@sci.smolensk.ru

В работе рассмотрен известный алгоритм Брауна [1], используемый для прогнозирования, и предложена его реализация в Excel и Mathcad [2]. Метод экспоненциального сглаживания нашел широкое применение в практике экономического краткосрочного прогнозирования, поэтому вопросы его практической реализации в современных системах компьютерной математики имеют актуальное значение. Предлагаемый метод проиллюстрирован на конкретном примере.

Модель Брауна можно записать в следующем виде:

$$y_{прогн,\ t+1} = \alpha \cdot y_t + (1-\alpha)\cdot y_{прогн,t}\ ,$$

где $y_{прогн,t}$ $y_{прогн,t+1}$ – прогнозные значения показателя в предыдущий и последующий моменты времени, y_t – табличное значение показателя в момент времени t.

Для применения модели необходимо определить наилучшую величину постоянной сглаживания α. Для поиска оптимального значения на имеющемся множестве статических данных последовательно меняются значения постоянной сглаживания в общепринятых пределах $0 < \alpha < 2$. Для каждого из значений постоянной сглаживания определяется ошибка ретропрогноза: $\varepsilon_{прогн} = y_{прогн,t+1} - y_{прогн,t}$. Далее вычисляют $\varepsilon^2_{прогн}$. Значение α, для которого величина $\varepsilon^2_{прогн}$. является минимальной, считается наилучшим для данного ряда значений.

Рассмотрим предлагаемый подход на анализе следующего ряда данных:

Время, t	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Значение моделируемого показателя, y_t	20	25	24	27	31	26	24	28	27	29

Результаты решения задачи в Excel представлены ниже:

Время, t	y_t	$y_{\text{прогн},t+1}$	Относительная погрешность прогноза, %	$\varepsilon^2_{прогн}$
1	2	3,00	4,00	5,00
1	20	23,00	8,00	4,00
2	25	21,85	8,96	4,63
3	24	23,06	14,60	15,54
4	27	23,42	24,45	57,47
5	31	24,79	4,64	1,46
6	26	27,17	-13,23	10,07
7	24	26,72	4,56	1,63
8	28	25,68	4,89	1,75
9	27	26,57	8,38	5,91
10	29	26,73	Суммарное значение $\varepsilon^2_{прогн}$	102,45

Для нахождения оптимального значения параметра сглаживания α можно воспользоваться инструментом «Поиск решения» в Excel и встроенным в Mathcad программным модулем Minimize.

В результате поиска решения с помощью метода сопряженных градиентов, реализованного в инструментарии «Поиск решения», получено оптимальное значение $\alpha = 0{,}38$. При этом суммарное значение $\varepsilon^2_{прогн}$ минимально и равно 102,45. В соответствии с общепринятой рекомендацией в качестве начального значения для неизвестного прогнозного значения моделируемого показателя было принято среднее арифметическое значение из первых трех измерений. В [3] утверждается, что ошибка в определении этого значения несущественно влияет на результат. Наши расчеты в Excel и Mathcad показывают, что значение влияет на результаты вычислений.

Нами предлагается иной подход к решению задачи, когда в параметры оптимизации добавляется величина показателя, полученная на нулевом шаге вычислений. При реализации расчетов в Excel с помощью инструмента «Поиск решения» получено оптимальное значение $\alpha = -0{,}46$, при котором суммарное значение $\varepsilon^2_{прогн}$ минимально и равно 30,01. Найденное прогнозное начальное значение показателя $y = 24{,}12$. Получены существенно лучшие результаты, которые представлены ниже:

Время, t	y_t	$y_{\text{прогн},t+1}$	Относительная погрешность прогноза, %	$\varepsilon^2_{прогн}$
1	2	3	4,00	5,00
1	20	24,12	3,53	0,78
2	25	26,02	-8,42	4,08
3	24	26,49	1,88	0,26
4	27	27,64	10,83	11,27
5	31	27,94	-7,47	3,77
6	26	26,53	-10,53	6,39
7	24	26,77	4,39	1,51
8	28	28,05	-3,90	1,11
9	27	28,08	3,19	0,85
10	29	28,57	Суммарное значение $\varepsilon^2_{прогн}$	30,01

Аналогичные результаты были получены с помощью системы компьютерной математики Mathcad. Вычисление суммарного значения $\varepsilon^2_{прогн}$ оформлено в виде программного блока. Поиск оптимального значения параметра сглаживания и прогнозного начального значения показателя осуществлялся с помощью встроенной функции Minimize.

Полученное с помощью встроенной функции Mathcad predict прогнозное значение следующей точки, равное 28,77, хорошо согласуется со значением 28,57, полученным с помощью электронной таблицы Excel, и хуже со значением 26,73, полученным по методике в [3].

Таким образом, предложенная методика реализации метода Брауна с помощью вышеперечисленных программных продуктов показала что ошибка в определении прогнозного значения величины показателя, полученного на нулевом шаге вычислений, существенно влияет на результат прогнозирования.

Литература

1. Brown, R.G. Statistical Forecasting for Inventory Control. – New York: Mc Grow-Hill 1959. – 119 p.
2. Холоднов, В.А. Системный анализ и принятие решений. Решение задач оптимизации химико-технологических систем в среде Mathcad и Excel / В.А. Холоднов, М.Ю. Лебедева. – СПб.: СПбГТИ (ТУ), 2005. – 220 с.
3. Светуньков, С.Г. Методы маркетинговых исследований / С.Г. Светуньков. – СПб.: Издательство ДНК, 2003.– 236 с.

MATHCAD CALCULATION SERVER МОСКОВСКОГО ЭНЕРГЕТИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА – ОПЫТ ИННОВАЦИОННОЙ РАЗРАБОТКИ И ИСПОЛЬЗОВАНИЯ ДЛЯ УЧЕБНЫХ, НАУЧНЫХ И ПРОИЗВОДСТВЕННЫХ ЦЕЛЕЙ

В.Ф. ОЧКОВ
Московский энергетический институт(ТУ), г.Москва,
e-mail: OchkovVF@mpei.ru

В Московском энергетическом институте (ТУ) с 2003 года функционирует расчетный сервер на базе Mathcad 11. В начале 2008 года был введен в эксплуатацию расчетный сервер на базе Mathcad 14 и ведется работа по вводу в эксплуатацию сервера на базе MATLAB.

За прошедшие годы было размещено и открыто в Сети более 15 000 расчетов различного плана. Сетевые расчетные документы затрагивают следующие проблемы:

- создание «живых» графиков, таблиц и формул из справочников и учебников;

•создание галереи «живых» и псевдоанимированных иллюстраций алгоритмов численной математики; иллюстрация аналитических методов решения задач;

•создание сетевых расчетных приложений к научно-технической литературе (примеры: Справочник по элементарной математике, Справочник "Таблицы теплофизических свойств воды и водяного пара", Справочник "Теплотехника и теплоэнергетика", Справочник по гидрогазодинамике, Справочник "Физические величины», Справочник по трубопроводам ТЭС, монографии «Теория автоматического управления», «Differential Models. An Introduction with Mathcad», «Водоподготовка в энергетике», «Тепловой расчет котлов (нормативный метод)», справочник по химической кинетике, справочник по химической термодинамике и др.;

•создание сетевых документов для контроля знаний;

•создание «живых» расчетных методик практической направленности (примеры: сайт по свойствам теплоносителей и рабочих тел энергетики, сайт по расчетам термодинамических циклов и др.

Отдельные расчеты были сертифицированы двумя способами. Во-первых, на некоторые расчеты была поставлена «печать» годности, где сделана ссылка на письмо организации, авторитетной в данной проблеме. Во-вторых, на некоторые сетевые расчеты были сделаны ссылки из сайтов «авторитетных» организаций. Например, из сайта Международной ассоциации по свойствам воды и водяного пара (International Association on Property Water and Steam – www.iapsw.org) сделана ссылка на расчеты свойств воды и пара, открытые в Сети автором.

Какие задачи стоят перед MAS-сообществом.

•Остается важной задача наполнения МС-сервера новыми интересными и/или полезными расчетными методиками, задача поиска новых сфер применения технологии MCS в учебной и инженерно-технической практике. Актуальна и задача модернизации ранних расчетных документов, создававшихся без учета наработанного трехлетнего российского и мирового опыта, открытия их в новых версиях Mathcad.

•Необходимо и дальше исправлять и совершенствовать инструментарий MCS, адаптировать наработанные приемы создания сетевых расчетных документов (включая и недокументированные) к новым версиям Mathcad.

•Актуальной остается проблема открытия через MCS тех приложений Windows, к которым имеет доступ сам пакет Mathcad при «несетевой» своей работе: Excel, MATLAB, AutoCAD и т.д. Сейчас такой динамический обмен данными на MCS заблокирован и это проблема больше «политическая», чем техническая: если у пользователя стоит на компьютере Excel, например, то он лицензирован (если это вообще сделано) для индивидуального, а не сетевого использования.

•Очень важно решить проблему распараллеливания расчетов. Задачу, поступившую на сервер, можно разбить на отдельные составляющие и запустить их решение на отдельных компьютерах. Это может существенно повысить скорость расчетов, открыть доступ к особому классу задач, требующих значительных вычислительных ресурсов.

•О неком распараллеливании решения можно говорить и в плане повышения надежности работы самих MC-серверов за счет выстраивания их в некую MCS-сеть. Автор, например, старается размещать свои задачи на двух-трех MCS-серверах – на собственном и на сервере фирмы Mathsoft, например, а в списке сетевых расчетов делать запись «дубль» правее основной ссылки. Если один из MC-серверов зависнет или будет перегружен, то сетевой расчет можно перевести на запасной сервер. Этот процесс желательно автоматизировать, внеся в него некие элементы оптимизации.

•Многие расчеты, открытые в сети по технологии MCS, должны подвергнуться некой сертификации – на них, как уже отмечалось, должна быть проставлена «печать» соответствия тем или иным требованиям. Речь может идти и о так называемых сертифицированных «наполнителях» MC-серверов (content manager), работающих на стыке информатики и какой-либо прикладной научно-технической дисциплины, которые бы имели прямой доступ к папкам дисководов MC-серверов без лишнего, часто «бестолкового» и запаздывающего «внимания» сетевых администраторов.

•Речь нужно вести о платном доступе к некоторым расчетам – о создании коллекции сертифицированных расчетных документов коммерческой направленности. Этим можно будет материально поддержать и самих разработчиков расчетных методик и тех, кто обслуживает сам MC-сервер.

Литература

1. Александров, А.А. Математические пакеты – новые подходы при расчетах процессов термодинамики и других научных дисциплин / А.А. Александров, К.А. Орлов, В.Ф. Очков // Известия высших учебных заведений. Проблемы энергетики. – 2005. – № 11–12. – С. 80—86.
2. Очков, В.Ф. Математические пакеты и сетевой интерактивный теплотехнический справочник: проблемы и решения / В.Ф. Очков // Теплоэнергетика. – 2006. – № 6. – С. 71—77.
3. Александров, А.А. Теплофизические свойства воды и водяного пара в Интернете / А.А. Александров [и др.] // Промышленная энергетика. – 2007. – № 2. – С. 29—35.

МОДЕЛИРОВАНИЕ АЛГОРИТМА ЦИФРОВОГО УПРАВЛЕНИЯ ИМПУЛЬСНЫМИ ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЯМИ НА ОСНОВЕ ЭНЕРГЕТИЧЕСКОГО БАЛАНСА В СРЕДЕ MATLAB

А.А. ПЕНЬКОВ, К.Н. СТРОЕВ, Н.Н. СТРОЕВ
Филиал ГОУ ВПО «МЭИ (ТУ)» в г. Смоленске, г. Смоленск

Задача улучшения динамических свойств импульсных источников питания остаётся весьма актуальной и в настоящее время. Системы управления (СУ) импульсными источниками питания должны обеспечивать выполнение жестких требований минимизации выбросов и провалов выходного напряжения, подавления субгармонических составляющих в пульсациях в индуктивных элементах схем при заданных точностных характеристиках. Использование цифровых методов реализации СУ источниками питания открывает новые возможности для решения этих задач, позволяет использовать новые нелинейные алгоритмы управления. Методы синтеза таких алгоритмов построены на основе анализа математических моделей процессов в силовых цепях преобразователей [1,2]. Одним из известных принципов управления динамическими объектами является обеспечение энергетического баланса в системе [2]. В работе [3] был предложен новый универсальный подход к синтезу СУ импульсных регуляторов на основе рассмотрения энергетических процессов в силовых цепях преобразователя. Закон управления преобразователем должен обеспечивать в среднем поддержание баланса энергии в системе: на каждом периоде работы в установившемся режиме избыточная энергия, накопленная в элементах схемы на одних интервалах времени, полностью расходуется на последующих интервалах работы за счет отдачи в нагрузку или первичный источник питания. Анализ динамических свойств системы управления с ШИМ для понижающего преобразователя, синтезированной на основе такого принципа, показал его преимущество перед традиционным построением с обратными связями по току и напряжению с цепями частотной коррекции [4].

Однако в рассмотренном варианте от СУ требуется работа в реальном масштабе времени [3,4]. На протяжении каждого такта работы преобразователя с частотой дискретности работы системы управления $f_Д$, как минимум, на порядок большей, чем частота коммутации ключа $f_к$, измеряются сигналы обратных связей – переменных состояния системы: тока дросселя i_L и напряжения на конденсаторе u_C, тока нагрузки $i_н$ и проводятся вычисления согласно уравнению закона управления ШИМ. Результаты расчета энергетического баланса используются на текущем такте работы для проверки условия переключения ключа. Несложный анализ показывает, что при f_k=50 кГц на каждый такт работы СУ отводится время не более чем 1 мкс. Это требует использования достаточно скоростных вычислителей – сигнальных процессоров и ПЛИС и быстродействующих каналов аналого-цифрового преобразования сигналов обратных связей. Поэтому предлагается алгоритм управления с предсказанием энергетического баланса – информация о состоянии системы в начале текущего такта работы, используется для вычисления требуемого времени замкнутого состояния ключа на следующем такте, обеспечивающем поддержание баланса энергии. Значения переменных состояния экстраполируются на момент начала следующего такта и используются для решения уравнения энергетического баланса. Таким образом, для формирования сигнала управления ключом, СУ отводится время, равное такту работы преобразователя, что позволяет использовать относительно медленную элементную базу.

Для исследования такого алгоритма управления использована интегрированная среда системы MATLAB+Simulink. В отличие от инженерных САПР (например, OrCAD или Proteus) она позволяет легко описать реализацию алгоритма СУ на функциональном уровне. При помощи стандартных блоков библиотек Simulink описана аппаратная часть преобразователя, в том числе учтены дискретность цифрового ШИМ и сигналов обратных связей, формируемых АЦП. На внутреннем языке программирования MATLAB заданы функции блоков типа Fcn пакета Simulink, обеспечивающие прогноз переменных состояния и решение уравнения энергетического баланса. Использование блоков Fcn совместно с ET–подсистемами (управляемыми блоками Enable и Trigger) позволило в среде Simulink имитировать функционирование алгоритма программы для управляющего преобразователем микроконтроллера.

Моделирование работы понижающего преобразователя с предлагаемым алгоритмом управления показало, что при допустимом во многих случаях снижении быстродействия (длительность переходных процессов возросла по сравнению с исходным вариантом с 2-3 до 5-10 тактов работы преобразователя) сохраняются точностные характеристики, астатический характер СУ. Результаты расчетов подтверждают работоспособность СУ при комплексной нагрузке, учитывающей типичные параметры цепей питания электронной аппаратуры.

Литература

1. Chen, J. Predictive digital current programmed control / J. Chen, A. Prodic, R. Erickson, D. Maksimovic // IEEE Transactions on Power Electronics. – 2003. – Vol. 18. Issue 1. Part 2. – P. 411-419.
2.Gupta, P. A stable energy-based control strategy for DC-DC boost converter circuits / P. Gupta, A. Patra // Power Electronics Specialists Conference. – 2004. – Vol. 5. – P. 3642–3646.

3. Пеньков, А.А. Принцип синтеза систем управления импульсными преобразователями на основе энергетических соотношений / А.А. Пеньков // Практическая силовая электроника. – 2006. – Вып. 22. – С. 28-33.
4. Пеньков, А.А. Сравнительный анализ динамических характеристик понижающих преобразователей с различными способами управления ШИМ / А.А. Пеньков, К.Н. Строев // Практическая силовая электроника. – 2007. – Вып. 25. – С. 26-31.

ПРОГРАММИРОВАНИЕ ПРОМЫШЛЕННЫХ КОНТРОЛЛЕРОВ В СИСТЕМЕ SIMULINK

Е.В. ПЕТРОВА
Смоленский государственный университет, г. Смоленск

Программируемые логические контроллеры (ПЛК) являются базовым интеллектуальным элементом современных систем промышленной автоматизации [1]. Он используется для управления разнообразного оборудования: от световых витрин, до турбин электростанций. В отличие от компьютера типовой ПЛК не имеет дисплея и клавиатуры. Вместо этого он оснащен интерфейсами для подключения датчиков и исполнительных механизмов. Алгоритм управления задается программно, может быть без дополнительных затрат доработан или изменен. Алгоритм работы классического ПЛК строится на основе непрерывно-циклического метода, состоящего из трех фаз.

Первая фаза определяется копированием значений дискретных и аналоговых входов в память, создавая так называемый образ входов.

Вторая фаза называется вычислительной, она состоит из выполнения программных процедур по формированию образа выходов на основе образа входов и значений внутренних переменных (памяти состояний).

Третья фаза заключается в передаче образов выходов из памяти на физические выходы.

Таким образом, ПЛК воздействует на объект управления, заставляя его функционировать согласно определенной программе. Во время вычислительной фазы, значения входов не изменяются, что позволяет упростить алгоритмы обработки взаимосвязанных во времени значений.

Технологически программирование ПЛК практически не отличается от программирования компьютеров. Здесь применяется аналогичный математический аппарат. Специалист, имеющий базовые знания программирования, может в кратчайший срок освоить программирование ПЛК. Для ПЛК очень важно обеспечить возможность понимания прикладных программ специалистами из других областей, например, технологами производства, наладчиками оборудования и др. По этой причине в ПЛК практически не применяются языки программирования общего назначения, такие как Паскаль, C++, Java.

Для ПЛК разработаны специализированные языки. В настоящее время они стандартизированы. Международный стандарт МЭК 61131-3 определяет 5 языков программирования ПЛК. В их число входят следующие языки:

- простейший аппаратно независимый ассемблер (IL);
- Паскаль – подобный язык структурного программирования (ST);
- язык релейных диаграмм (LD);
- язык функциональных блоковых диаграмм (FBD);
- язык последовательных функциональных схем (SFC).

Последние три в списке языка относятся к графическим языкам. Они существенно облегчают представление простых алгоритмов управления для неспециалистов в области программирования, например, технологов или наладчиков.

Кроме стандартизации языков программирования, унифицировался инструментарий программирования. Если первые ПЛК программировались с помощью автономного пульта управления, то в настоящее время практически все ПЛК программируются при помощи персональных компьютеров. Программа составляется на компьютере, отлаживается и копируется в память ПЛК, после чего он может работать автономно.

Программирование происходит в интерактивной среде, обладающей всеми современными средствами ускорения ввода и отладки программ. Изготовители ПЛК все меньше сами занимаются разработкой инструментального программного обеспечения и все более широко применяют универсальные комплексы программирования на языках МЭК 61131-3. Примером такого комплекса может служить пакет CoDeSys, разработанный немецкой компанией 3S-Smart Software Solutions GmbH [1]. Эту систему используют более 200 европейских и российских изготовителей ПЛК.

Но в настоящее время круг задач, решаемых на ПЛК, существенного расширяется и усложняется [2]. При решении сложных задач сервисные возможности универсальных пакетов программирования, как правило, ограничены. Поэтому к технологии программирования стремятся привлечь более интеллектуальные системы. В первую очередь, это системы компьютерной математики. И, в частности, примером подобного привлечения, может служить система MATLAB Simulink, разработанная компанией MathWorks Ins. Данный пакет широко известен в научных кругах [3].

Однако перенос результатов работы из Simulink в ПЛК представляет непростую и трудоемкую задачу.

По этим причинам представляет большой интерес изучение первого опыта автоматического переноса моделей Simulink в системы МЭК программирования ПЛК. В прошлом году датской компанией HybridTech ApS был разработан пакет PLClink. Он и Simulink позволяют автоматически генерировать программы для системы CoDeSys, компилировать их и загружать в память ПЛК. Кроме того, он обеспечивает обратную связь по данным. Результаты вычислений из ПЛК могут быть переданы в Simulink и отображены одновременно с работой модели. Таким образом, происходит верификация конечного кода, скопированного в ПЛК и отлаженной модели. Такой подход позволяет существенно ускорить процедуру разработки и отладки. Исключаются ошибки, связанные с ручным кодированием.

В докладе демонстрируется пример разработки аналогового фильтра в системе Simulink, его отладки, компиляции и загрузки в SoftPLC CoDeSys SP WinNT. В данном случае ПЛК запускается непосредственно на персональном компьютере и для работы не требуется дополнительного оборудования.

Описанный подход к разработке промышленных систем управления на базе ПЛК может быть интересен не только инженерам, но и студентам, изучающим информатику и программирование, поскольку он расширяет представление о возможностях и способах применения систем компьютерной математики.

Литература

1. Петров, И.В. Программируемые контроллеры. Стандартные языки и приемы прикладного проектирования / И.В. Петров. – М.: СОЛОН-Пресс, 2004. – 256 с.
2. Ицкович, Э.Л. Проблемы развития контроллеров российских производителей / Э.Л. Ицкович // Промышленные АСУ и контроллеры. – 2007. - №2. – С. 1-5.
3. Дьяконов, В.П. MATLAB 6.5 SP1/7 + Simulink 5/6. Основы применения / В.П. Дьяконов – М.: СОЛОН-Пресс, 2005. – 800 с.

ПРИМЕНЕНИЕ ВЕЙВЛЕТ-КОМБИНИРОВАННЫХ ПРЕОБРАЗОВАНИЙ ДЛЯ ПОВЫШЕНИЯ ТОЧНОСТИ СГЛАЖИВАНИЯ

А.Г. СУХАНОВА, М.Б. СУХАНОВ

Санкт-Петербургский государственный технологический институт
(технический университет), г. Санкт- Петербург
e-mail: Ann-Sukhanova@yandex.ru, MSukhanov@yandex.ru

В работе [1] предложен алгоритм сглаживания сигналов, заключающийся в комбинированном применении стандартных методов очистки зашумленных данных. В данной работе приводятся результаты исследования влияния выбора метода сглаживания сигнала на точность сглаживания. В качестве методов сглаживания использованы стандартные методы и вейвлет-комбинированные преобразования. Под сглаживанием в данной работе понимают очистку принимаемого сигнала от шума.

$N := 1024 \quad i := 0..N-1 \quad x_i := i \quad X(i) := \cos\left(\frac{i}{50}\right)$ Исходная зависимость $X_i := X(i)$

$Y_i := X_i + rnd(0.4) - 0.2$ Наложение шума на исходную зависимость

$Sm := medsmooth(Y,7)$ Очистка по методу скользящей медианы

$Sp := movavg(Y,7)$ Очистка по методу усреднения

$Se := expsmooth(Y,0.9)$ Очистка с использованием экспоненциальной фильтрации

$sk := ksmooth(x,Y,0.5)$ Сглаживание на основе распределения Гаусса

$Ss := supsmooth(x,Y)$ Сглаживание на основе использования процедуры линейного сглаживания методом наименьших квадратов по правилу k-ближайших соседей с адаптивным выбором k

комбинированные методы

$Sm1 := medsmooth(Se,7) \quad Sm2 := medsmooth(Sp,7) \quad Sm3 := medsmooth(Sm,7) \quad Sm4 := medsmooth(sk,7) \quad Sm5 := medsmooth(Ss,7)$

$Sp1 := movavg(Sp,7) \quad Sp2 := movavg(Sm,7) \quad Sp3 := movavg(Se,7) \quad Sp4 := movavg(sk,7) \quad Sp5 := movavg(Ss,7)$

$Se1 := expsmooth(Sp,0.09) \quad Se2 := expsmooth(Sm,0.09) \quad Se3 := expsmooth(Se,0.09) \quad Se4 := expsmooth(sk,0.09) \quad Se5 := expsmooth(Ss,0.09)$

$Ss1 := supsmooth(x,Sm) \quad Ss2 := supsmooth(x,Se) \quad Ss3 := supsmooth(x,Sp) \quad Ss4 := supsmooth(x,Ss) \quad Ss5 := supsmooth(x,sk)$

Рис. 1. Сглаживание данных стандартными и комбинированными методами

Методика исследования в системе Mathcad заключалась в моделировании зашумленной зависимости в результате наложения на чистую (исходную) зависимость шума с помощью функции rnd и ее последующей очистки с помощью встроенных функций, вейвлет-преобразований, а также вейвлет-комбинированных сглаживаний [2].

На рисунках 1-2 показано сглаживание данных с помощью имеющихся в системе Mathcad функций, а также использованы комбинированные методы сглаживания. В качестве критерия оценки были выбраны дисперсия и среднее квадратическое отклонение. Так как был использован датчик случайных чисел, то проведено несколько исследований.

В таблице 1 приведены значения дисперсии очищенных данных от чистой зависимости для различных комбинированных методов очистки. Из таблицы 1 видно, что если в качестве критерия улучшения метода сглаживания использовать среднеквадратическое отклонение или дисперсию, то наилучшим методом оказывается применение к зашумленным данным метода скользящей медианы, а затем к полученным данным необходимо опять применить метод скользящей медианы. Следующим по величине наименьшей дисперсии идет комбинированный метод медианно-экспоненциального сглаживания.

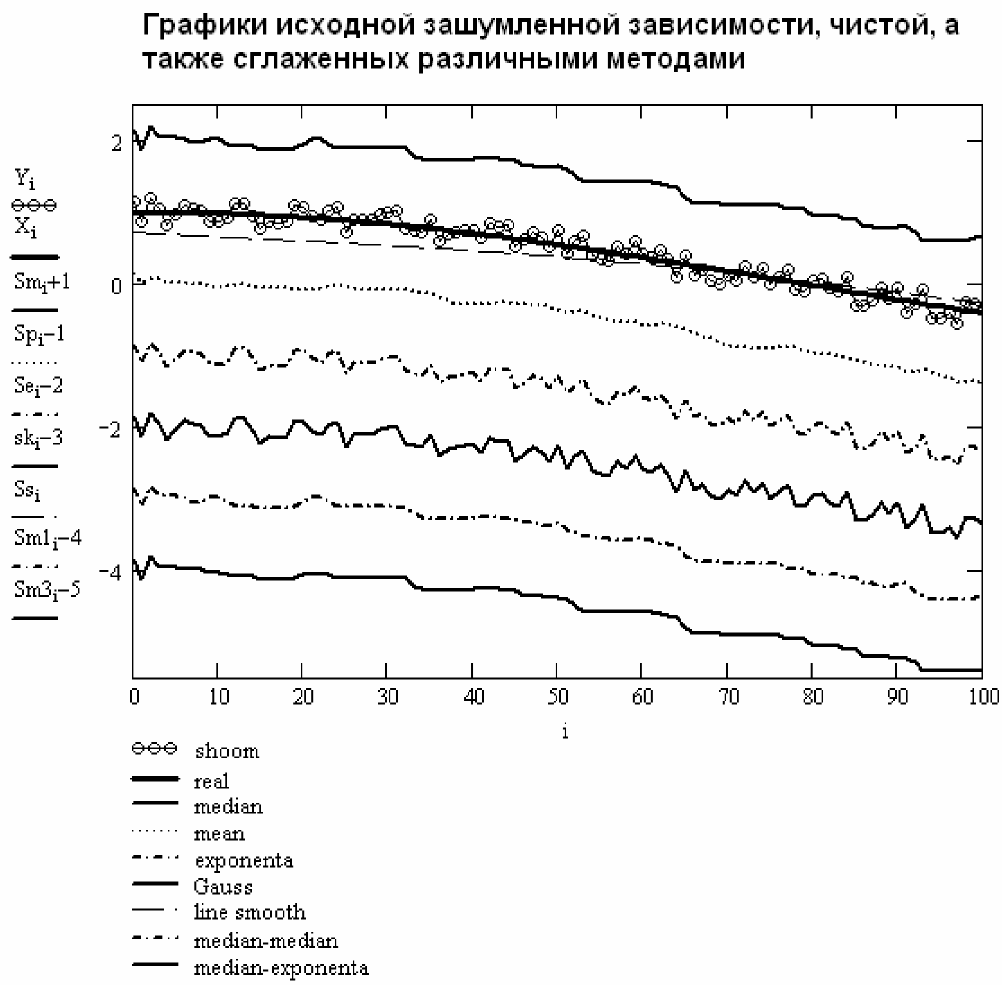


Рис. 2. Графики зависимостей, определенных на рис. 1

В таблице 2 показано уменьшение среднеквадратического отклонения вейвлет-комбинированных методов сглаживания по сравнению с обычными методами в процентах. Из таблицы 2 видно, что улучшение вейвлет-комбинированных методов превышает 7%.

Таблица 1

Дисперсия комбинированных методов сглаживания

Комбинированный метод сглаживания		Среднее значение дисперсии в 10 исследованиях
Сглаживание по методу скользящей медианы	**Сглаживание по методу скользящей медианы**	**0.00373**
	Метод усреднения	0.00438
	Экспоненциальное сглаживание	**0.00384**
	Сглаживание на основе распределения Гаусса	0.00438
	Линейное сглаживание	0.0280
Метод усреднения	Сглаживание по методу скользящей медианы	0.00438
	Метод усреднения	0.0132

	Экспоненциальное сглаживание	0.0109
	Сглаживание на основе распределения Гаусса	0.0132
	Линейное сглаживание	0.0280
Экспоненциальное сглаживание	Сглаживание по методу скользящей медианы	0.0204
	Метод усреднения	0.0204
	Экспоненциальное сглаживание	0.0206
	Сглаживание на основе распределения Гаусса	0.0204
	Линейное сглаживание	0.0469
Линейное сглаживание	Сглаживание по методу скользящей медианы	0.0257
	Метод усреднения	0.0281
	Экспоненциальное сглаживание	0.0279
	Сглаживание на основе распределения Гаусса	0.0280
	Линейное сглаживание	0.0641
Наименьшая дисперсия		**0.00373**
Вторая наименьшая дисперсия		**0.00384**

Таблица 2

Исследование вейвлет-медианного сглаживания

№ испытания	Улучшение по сравнению с обычными методами, %		
	вейвлет-сглаживание	вейвлет-медианное сглаживание	комбинированных методов
1	6,7	10,5	8,9
2	19,5	24,1	5,4
3	15,2	18,9	7,7
4	12,4	17,2	7,8
5	12,8	16,6	6,9
6	14,7	18,6	6,2
7	16,2	20,8	5,3
8	21,2	25,8	6,5
9	7,4	10,8	8,4
10	11,2	15,2	7,8
Среднее	13,7	17,9	7,1

Повышение точности сглаживания за счет применения вейвлет-комбинированных преобразований может найти применение, в частности, для повышения качества связи при передаче данных по зашумленным линиям связи.

Литература

1. Дьяконов, В.П. Компьютерная математика. Теория и практика / В.П. Дьяконов. – М.: Нолидж, 2001. – 1296 с., ил.
2. Дьяконов, В.П. Вейвлеты. От теории к практике / В.П. Дьяконов. – М.: СОЛОН-Р, 2002. – 448 с.

МОДЕЛИРОВАНИЕ ДУБЛЬ-БЛОКА ТЭС, РАБОТАЮЩЕГО НА СКОЛЬЗЯЩИХ ПАРАМЕТРАХ ПАРА, В РЕЖИМНОМ ТРЕНАЖЕРЕ ДИСПЕТЧЕРА

О.А. ФЁДОРОВ, Е.Д. КАРАСЁВ
ЗАО Монитор Электрик, г. Пятигорск
e-mail: fedorov@monitel.ru, kapaceb@monitel.ru

Для обучения и аттестации диспетчерского персонала энергосистем широко используются режимные тренажеры. Они представляют собой программные комплексы, имитирующие поведение энергосистемы в динамике и предоставляющие средства контроля и управления её компонентами.

На сегодняшний момент актуальна задача представления в тренажере энергоблоков электрических станций, которая сочетала бы достаточную степень детальности с приспособленностью к выполнению диспетчерских действий над этими объектами. Наименее проработаны учёт особенностей тепловых энергоблоков со связями парогенераторов, работающих на общий паропровод, и моделирование режимов со скользящими параметрами пара. В докладе предлагается математическая модель дубль-блока ТЭС, учитывающая особенности работы систем автоматического регулирования скорости (АРС) турбины, выработки активной мощности, нагрузки парогенерирующей части в режимах номинального и скользящего давлений свежего пара при наличии между котлами общей паровой магистрали. Данная модель отражает режимные и технологические особенности работы энергоблока, важные с точки зрения влияния на диспетчерское управление ими. Модель не предназначена для воспроизведения подготовительных, пусковых и расхолаживающих режимов блока, являющихся объектом изучения для дежурного персонала электростанций.

Структурная схема модели дубль-блока разделена на несколько отдельных моделей: система регулирования турбины, паровая турбина и парогенератор. Выходным сигналом является развиваемая турбиной механическая мощность $P_{T(о.е.)}$, выраженная в долях от номинальной мощности паровой турбины. Основными внешними воздействиями являются: задание диспетчерского графика $P_{(о.е.)}$ (μ_{T0}), задание на внеплановое изменение $\mu_{ВНЕПЛ(о.е.)}$ и сигналы от датчика частоты.

Регулятор скорости обладает зоной нечувствительности Δf_Z,которая может устанавливаться оператором (звено 1). По достижении скоростью порогового значения $\Delta f_{max\setminus min}$ срабатывает моделируемая технологическая защита – автомат безопасности турбины. Дозирующее воздействие учитывается звеном 2, в котором $\sigma_S=-(dP/df)^{-1}$, это статизм регулятора по частоте. Величина люфта (звено 3) характеризует техническое состояние системы регулирования турбины в целом и может быть определена лишь экспериментально. Это звено отмечено пунктиром. Его влиянием в первом приближении можно пренебречь, поскольку люфт невелик, а его учёт заметно осложняет решение дифференциальных уравнений – момент смены знака производной управляющего сигнала сопровождается дроблением шага интегрирования и понижением порядка метода.

Рис. 1. Структурная схема модели системы регулирования турбины энергоблока ТЭС

Скорости нагружения энергоблоков и сброса ими нагрузки всегда лимитируются. Это касается как плановых изменений (по диспетчерскому графику или третичное регулирование частоты), так и внеплановых (первичное и вторичное регулирование). В модели это учитывается двумя блоками ограничителей темпа задания нагрузки (ОТЗ). ОТЗ1 соответствует плановым, а ОТЗ2 – внеплановым изменениям.

Регулирование турбины построено на основе работы системы золотник – сервомотор – обратная связь, на вход которой поступают сигналы с выхода модели АРС $\mu(t)$ от механизма управления турбиной $\mu_{зд}$, от АРМ $\Delta\mu_{зд\Sigma РМ}$ и РДС $\Delta\mu_{зд\Sigma РДС}$. Интегрирующее звено 6, охваченное жесткой отрицательной обратной связью, представляет собой гидравлический серво-привод регулирующих паровпускных клапанов турбины, характеризующийся постоянной времени T_C. Звено 5 отражает ограничения в золотнике АРС по скорости перемещения клапанов в сторону открытия $\rho_О$ и закрытия $\rho_З$.

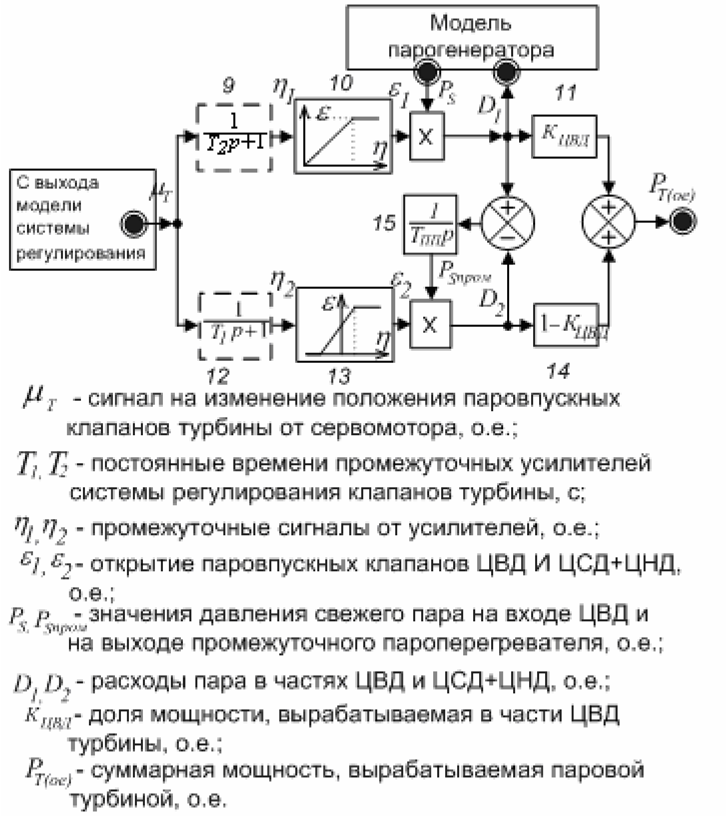


Рис. 2. Структурная схема модели паровой турбины энергоблока ТЭС

Параметры модели ПИ-регулятора мощности АРМ (звено 29 и 30) должны обеспечивать согласование параметров централизованных систем регулирования частоты и мощности энергосистем по каналу воздействия $\mu_{ВНЕПЛ}$ и частотной коррекцией (звено 28) с динамическими свойствами системы регулирования турбины. Сигнал $P_{ЭЛ(о.е.)}$ обеспечивает главную обратную связь по электрической мощности. Частотная коррекция нагрузки парогенератора (звено 27) присуща только современным САУМ-1 и САУМ-У (пунктир означает возможность отказа от данного воздействия).

Модель турбины с промежуточным перегревом пара, представленная на рисунке 2, отражает наличие двух групп регулирующих клапанов: перед цилиндром (частью) высокого давления (ЦВД) и перед цилиндром среднего + низкого давления (ЦСД+ЦНД). При этом клапаны ЦВД (блоки 9–11) являются основными (регулирующими), и зависимость их открытия ε_1 от сигнала сервомотора μ_T представляется линейной. Клапаны ЦСД+ЦНД (блоки 12–14) служат лишь для отсекания от турбины при аварийных сбросах мощности больших объемов пара, накопленных в контуре промперегрева. Промежуточные усилители (звенья 9 и 12) в системе управления клапанами обладают инерционностью, которая важна для исследований устойчивости. Предлагаемая модель паровой турбины позволяет имитировать противоаварийное управление мощностью – импульсную разгрузку агрегата, которая осуществляется от быстродействующего сигнала, посылаемого электрогидравлической приставкой (ЭГП – звено 7).

Расходы пара через ЦВД (D_1) и ЦСД+ЦНД (D_2) пропорциональны произведению открытия соответствующих групп клапанов на давление пара перед клапанами P_S и $P_{S\text{пром}}$. Звено 15 представляет собой емкость промежуточного перегревателя пара. Мощность турбины на выходе складывается из мощности каждой части, где на ЦВД приходится доля, определяемая коэффициентом $K_{ЦВД}$.

Предлагаемая модель дубль-блока ТЭС учитывает взаимовлияние котлов, обусловленное их работой на общий паропровод. Блок-сема модели представлена на рисунке 3. Значение мощности энергоблока определяется давлением свежего пара P_S на входе паровой турбины. Оно поддерживается либо постоянным (режим номинального давления), либо изменяется (режим скользящего давления) системой регулирования котла – главным ПИ-регулятором давления (звенья 17 и 18), через тракт топливоподачи (звенья 21 и 22).

При параллельной работе двух котлов в предлагаемой модели тепловая нагрузка каждого котла в установившемся режиме стабилизируется действием задатчиков нагрузки, изменяющих подачу топлива в их топку. При этом главный регулятор давления выполняет функцию корректирующего регулятора. Второй котел работает в базовом режиме при максимальной загрузке, которая обеспечивает наилучшие технико-экономические показатели. Перевод второго корпуса в регулирующий режим осуществляется в случаях, когда исчерпывается допустимый регулировочный диапазон (в сторону уменьшения загрузки, где необходимо соблюдать технический минимум парогенератора) выделенного регулирующего парогенератора. Тогда автоматический переключатель управления (АПУ) вводит управляющий сигнал в систему топливоподачи второго котла [1]. Данную модель можно распространить на произвольное число котлов, объединенных общей паровой магистралью, а также при любом числе подключенных турбин (варианты работы ТЭЦ). Переключение управления между котлами происходит после срабатывания реле по достижении нагрузки регулирующего котла уровня его технологического минимума. При этом АПУ меняет сигнал от задатчика нагрузки на управляющее воздействие главного регулятора давления, корректирующего паропроизводительность второго котла для полной компенсации возникшего возмущения. Задание тепловой нагрузки каждого котла (включая и регулирующий) осуществляется подачей сигнала Q_O=$D_{ЗАД}$, измеряемого в долях от номинальной паропроизводительности данного парогенератора.

Управление тепловой нагрузкой прямоточных котлов может вестись путём изменения начального давления P_S перед турбиной. Скользящее давление позволяет получить ряд эксплуатационных преимуществ по скорости изменения нагрузки, которая значительно отличается от значений, характерных для режима номинального давления [1]. Моделирование особенностей подобных эксплуатационных режимов повышает степень адекватности энергоблока как объекта диспетчерского управления, важного для комплекса задач режимного тренажера.

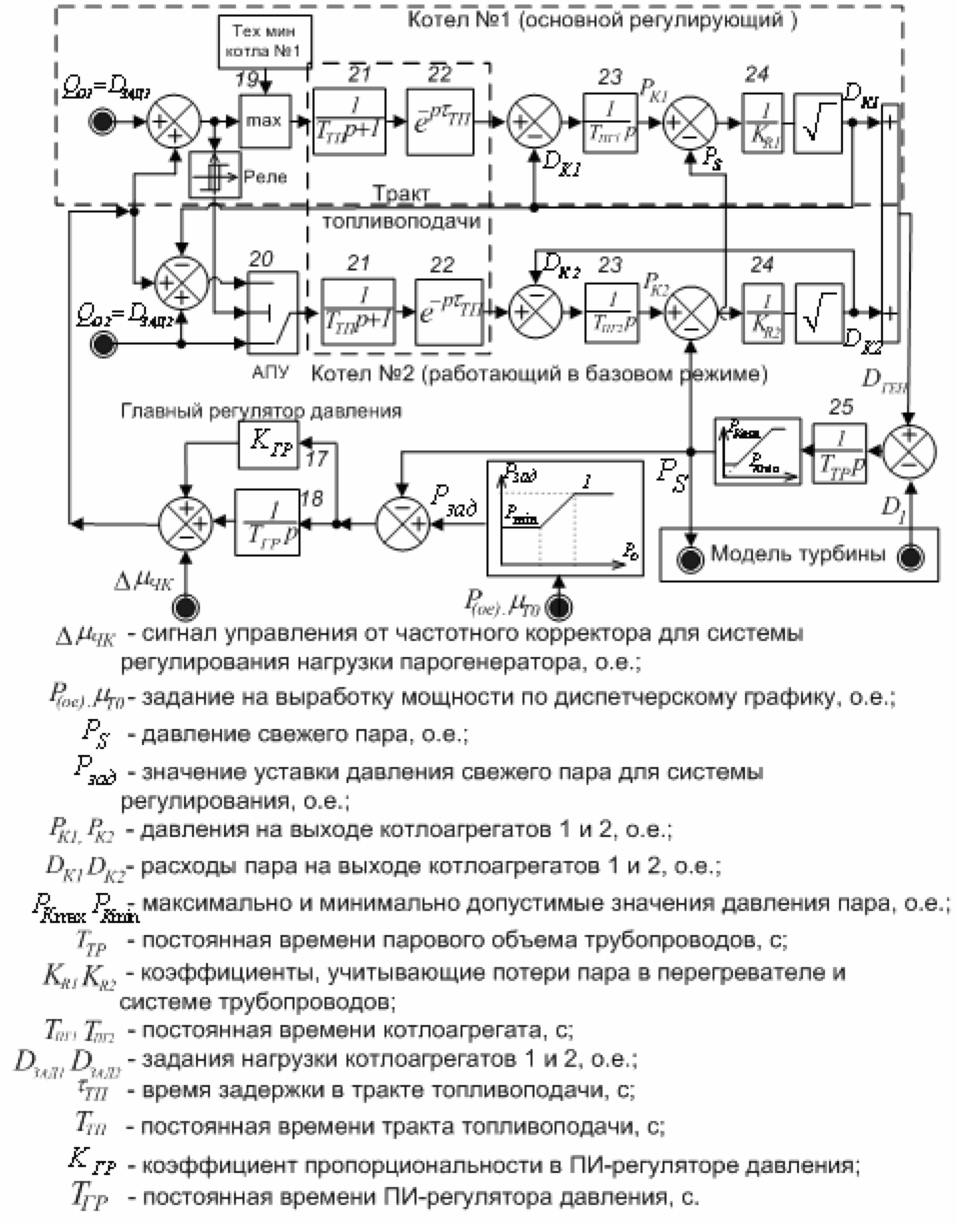


Рис. 3. Структурная схема модели парогенерирующей части

Модель каждого котлоагрегата (звенья 23-25) учитывает отдельно влияние парового объема котла и пароперегревателя с трубопроводами за счет введения различных постоянных времени. Давление в котле P_K изменяется с постоянной времени $T_{ПГ}$, пока не станет равным нулю разность между количеством генерируемого в котле пара и расходом пара на выходе из котла D_K. Перепад давления в системе трубопроводов свежего пара определяется потерями, задаваемыми коэффициентами K_R. Изменение давления P_S по отношению к P_K происходит инерционно, поскольку пар аккумулируется в трубопроводе и пароподогревателе, емкость которых учитывается постоянной времени интегратора T_{Tp}. Для поддержания на номинальном уровне давления P_S может использоваться также ПИ-регулятор "до себя" (блоки 31 и 32) с возможностью его блокировки или перевода в стерегущий режим работы (за счет изменения ширины мертвой полосы по отклонению давления – звено 34).

Введение блока 33 и функциональной зависимости $\mu_{CK}=f$(текущего режима) моделирует комбинированный режим работы энергоблока – на скользящем давлении при частичных нагрузках и постоянном давлении в зоне нагрузок, близких к номинальным. При высоких нагрузках давление P_S поддерживается автоматической системой регулирования котлов на номинальном уровне P_{HOM}. Переход на режим скольжения с фиксированным (в статике) положением регулирующих клапанов $\mu_T=\mu_{CK}$ производится, когда нагрузка достигает уровня $P_{Tгран1}$=70% номинальной мощности. При уменьшении нагрузки скользящий режим сохраняется до тех пор, пока давление не снизится до минимально допустимого значения порядка $P_{Smin}=0{,}5P_{SHOM}$. $P_{Tгран2}=\mu_{CK}\cdot P_{Smin}$.

Рассмотренная модель дубль-блока ТЭС была реализована в среде MATLAB. Её адекватность проверялась на отработке возмущений, характеризующихся большими отклонениями частоты и небалансами мощностей. Планируется включить модель в режимный тренажер диспетчера Финист, разрабатываемый компанией Монитор Электрик, г. Пятигорск. Поскольку в его основу закладывается представление оборудования по стандарту CIM, для предложенной модели была разработана структура данных, расширяющая определенные в этом стандарте классы новыми атрибутами.

Литература

1. Тепловые и атомные электрические станции: справочник / под ред. А.В. Клименко, В.М. Зорина. – М., 2003.– 645 с.

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ В УЧЕБНОМ ПРОЦЕССЕ

В.А. ХОЛОДНОВ
ГОУВПО Санкт-Петербургский государственный технологический институт (технический университет) (СПбГТИ (ТУ)), г. Санкт-Петербург
e-mail: holodnow@yandex.ru

В докладе представлена информационно-образовательная среда, используемая в учебном процессе на кафедре математического моделирования и оптимизации химико-технологических процессов Санкт-Петербургского государственного технологического института.

На кафедре функционирует корпоративная учебная сеть с доступом к ресурсам сети Интернет, 5 учебных классов с 35 рабочими местами, оснащенных современными лицензионными программно-инструментальными средствами. Кафедра использует прогрессивные формы организации образовательного процесса и активные методы обучения.

На неофициальном сайте кафедры (http://www.chmm.spb.ru) в свободном доступе представлены конспекты лекций по читаемым дисциплинам. В локальной сети кафедры представлены в свободном доступе электронные учебники и учебные пособия по компьютерным технологиям.

В докладе коротко представлены изданные кафедрой учебные пособия по математическому моделированию, оптимизации химико-технологических объектов и систем [1-6]. Учебные пособия имеют гриф УМО по университетскому политехническому образованию.

В лабораторном практикуме используются современные автоматизированные средства компьютерного моделирования ASPENPLUS (для студентов) и HYSIS (для магистров, аспирантов, слушателей ФПК) для имитационного моделирования, оптимизации и экономической оценки химических производств. Программные продукты позволяют решать задачи имитационного моделирования при создании систем управления объектами химической технологии, что дает возможность осуществлять междисциплинарную связь с кафедрой автоматизации института.

Для моделирования химико-технологических процессов, биологических процессов и моделирования процессов по защите окружающей среды используются свободно распространяемые программы, которые содержатся в монографиях авторов Jonathan B. Snape, Irving J. Dunn, John Ingham, Jin E. Prenosil:

Chemical Engineering Dynamic. Modeling and Simulation.

Biological Reaction Engineering. Modeling and Simulation.

Dynamic of Environmental Bioprocesses. Modeling and Simulation.

Эти программные продукты используются в учебном процессе всех крупнейших университетов мира. Кафедра – единственная в РФ, которая использует эти программные продукты в учебном процессе технологических вузов РФ.

В докладе проиллюстрирована работа этих программных продуктов. В учебном процессе используется свободно распространяемый учебник «Materials and Energy Balances» и свободно распространяемый программный продукт для оптимизации систем GAMS.

Преподавателями кафедры разработана оригинальная система тестирования и обучения студентов и магистров по дисциплинам «Информатика», «Системный анализ химических технологий», «Компьютерные технологии в науке и образовании», разработаны мультимедийные лекции по дисциплинам кафедры. В докладе проиллюстрированы лекции по дисциплине «Системный анализ химических технологий».

Институт и кафедра проводят большую работу в области «Информационно-коммуникационных технологий» на факультете повышения квалификации для преподавателей вузов и учителей средних школ РФ.

В рамках договора о научно-техническом сотрудничестве с техническим университетом Дрездена выполняется научно-исследовательская работа «Экспериментальное исследование, оптимизация и моделирование инновационных химических процессов в микрореакторах». Некоторые результаты этой работы представлены в докладе.

Литература

1. Холоднов, В.А. Системный анализ и принятие решений. Решение задач оптимизации химико-технологических систем в среде Mathcad и Excel / В.А. Холоднов, М.Ю. Лебедева. – СПб.: СПбГТИ (ТУ), 2005. – 220 с.
2. Холоднов, В.А. Системный анализ и принятие решений. Компьютерные технологии решения задач многоцелевой оптимизации систем / В.А. Холоднов [и др.]. – СПб.: СПбГТИ (ТУ), 2006. – 152 с.
3. Холоднов, В.А. Системный анализ и принятие решений. Компьютерные технологии моделирования химико-технологических систем / В.А. Холоднов, К. Хартманн. – СПб.: СПбГТИ (ТУ), 2007. –160с.
4. Крылов, В.М. Теория и практика математического моделирования / В.М. Крылов, В.А. Холоднов. – СПб.: СПбГТИ (ТУ), 2007. –178 с.

ПРИМЕНЕНИЕ ИНТЕРВАЛЬНОГО АНАЛИЗА ДЛЯ РАСЧЕТА ПАРАМЕТРОВ МАТЕМАТИЧЕСКОГО ОПИСАНИЯ

В.А. ХОЛОДНОВ, Е.С. БОРОВИНСКАЯ,
В.П. РЕШЕТИЛОВСКИЙ, А.В. ГАЙКОВ
ГОУВПО Санкт-Петербургский государственный технологический институт
(технический университет) (СПбГТИ (ТУ)), г. Санкт-Петербург
t-mail: holodnow@yandex.ru

Традиционно при моделировании и оптимизации химико-технологических процессов (ХТП) и систем (ХТС) принято использовать средние значения параметров математического описания. Однако на самом деле параметры математического описания находятся в некотором интервале возможных значений, так как определяются по экспериментальным данным. Моделирование процессов на основе средних значений параметров математического описания не всегда может гарантировать режим функционирования, который может возникать в процессе эксплуатации [1].

Математическая статистика интервальных данных – перспективное и быстро развивающееся направление последних лет, когда в качестве данных используются не абсолютные числа, а интервалы.

Работы по интервальному анализу появились почти одновременно во многих странах. Первая отечественная теоретическая работа по интервальному анализу принадлежит Канторовичу [2]. Ведущей российской научной школой в области интервальных данных признана школа профессора А.П. Вощинина [3, 4], активно работающая с конца 1970-х годов.

В работе предлагаются методы определения интервальных оценок параметров математического описания ХТП.

Решение задач интервального оценивания параметров существенно отличается от решения задачи нахождения среднего значения параметров. Так, например, при традиционном поиске параметров линейной зависимости уравнение имеет вид: $y_i = a \cdot x_i + b \quad i = 1,2,\dots,n.$

В интервальной постановке то же уравнение должно быть записано в следующем виде:

$$[inf\ y_i, sup\ y_i] = [inf\ a, sup\ a] \cdot [inf\ x_i, sup\ x_i] + [inf\ b, sup\ b]\ , \quad i = 1,2,\dots,n, \tag{1}$$

где *inf, sup* обозначают нижнюю и верхнюю границы переменных.

Основные идеи методов предлагается рассмотреть на примере интервального оценивания параметров математического описания для нелинейной зависимости константы скорости химической реакции k от температуры T, приведя ее к виду (1):

$$k_i = k_0 \cdot exp\left[-E/(R \cdot T)\right] \text{ или } ln\, k_i = ln\, k_0 - E/(R \cdot T), \tag{2}$$

где k_0 – предэкспонента, E – энергия активации, R – универсальная газовая постоянная.

С помощью вычислительного эксперимента были получены экспериментальные данные с различной погрешностью.

Для интервального оценивания параметров нелинейной зависимости был использован алгоритм интервального метода наименьших квадратов.

С помощью линеаризации для *95%* доверительного интервала и с использованием пакета программ Mathcad были определены интервальные оценки параметров a и b в виде: $a = 5995 \pm 98$, $b = 27{,}490 \pm 0{,}037$, используя которые можно было получить интервальные оценки k_0 и E:

$$k_0 = 10^{11} \cdot [8{,}342; 8{,}976],\ E = [11700; 12090].$$

Рассмотренный метод обладает рядом недостатков:

- не использует погрешность экспериментальных данных;
- не позволяет решать задачу (1) в общем виде;
- не позволяет применять его для существенно нелинейных зависимостей;
- является непригодным для решения интервального оценивания параметров математического описания при математическом моделировании ХТП.

Интервальное оценивание параметров математического описания по предлагаемому методу состоит из следующих этапов:

1. Расчет относительной погрешности отклонения экспериментальных и расчетных данных константы скорости при изменении параметров a и b от нижних значений интервалов an, bn до верхних значений интервалов av, bv с некоторым шагом по каждому параметру.

2. Сохранение тех значений параметров a и b, для которых относительная погрешность отклонения экспериментальных и расчетных данных константы скорости по всем экспериментальным точкам меньше или равна известной погрешности.

3. Определение по найденным таким образом значениям a и b их нижних и верхних границ.

Модификация 1. На первом этапе метода для уменьшения вычислительных затрат возможно использование метода статистических испытаний. При этом параметры a и b изменяются от нижних значений интервалов an, bn до верхних значений интервалов av, bv с использованием равномерно распределенных случайных чисел.

В результате анализа полученных результатов после расчета самим методом и его модификацией был сделан вывод о возможности применения и модификации 1 для уменьшения вычислительных затрат. Последнее обстоятельство весьма важно при большом числе параметров математического описания.

Предлагаемый метод пригоден и для решения задачи интервального оценивания с учетом погрешности измерения независимых переменных, например, температуры. В рассматриваемом случае речь идет об определении параметров зависимости (1). Полученные при этом результаты значительно отличаются от результатов без учета погрешности измерения независимой переменной – температуры.

Модификация 2. В этой модификации метода производится декомпозиция задачи на две. При решении первой традиционной задачи определяются средние значения параметров. Решение второй задачи направлено на определение допустимых диапазонов изменения параметров.

Анализ полученных методов показал, что для решения задач об определении параметров математического описания по экспериментальным данным наиболее приемлема модификация 1.

Литература

1. Холоднов, В.А. Системный анализ и принятие решений. Решение задач оптимизации химико-технологических систем в среде Mathcad и Excel / В.А. Холоднов, М.Ю. Лебедева. – СПб.: СПбГТИ (ТУ), 2005. – 220с.
2. Канторович, Л.В. О Некоторых новых подходах к вычислительным методам и обработке наблюдений / Л.В. Канторович // Сиб. матем. журнал. – 1962. – Т.3, №5. – С. 701-709.

3. Вощинин, А.П. Оптимизация в условиях неопределенности / А.П. Вощинин, Г.Р. Сотиров. – М.: МЭИ – София: Техника, 1989. – 224 с.
4. Вощинин, А.П. Оптимизация по регрессионным моделям и планирование эксперимента / А.П. Вощинин, Р.А. Акматбеков. – Бишкек: Илим, 1991. – 164 с.

ИНФОРМАЦИОННАЯ ТЕХНОЛОГИЯ АВТОМАТИЗАЦИИ РАБОТЫ ПРИЛОЖЕНИЯ MICROSOFT OFFICE ПРИ ПОМОЩИ HTML HELP WORKSHOP

В.А. ХОЛОДНОВ, А.Г. ПЕВНЕВА, В.Н. ЧЕПИКОВА
Санкт-Петербургский государственный технологический институт
(технический университет), г. Санкт-Петербург
e-mail: holodnow@yandex.ru

Визуализация объектов встроенных библиотек, их свойств и методов позволяет свести к минимуму абстрагирование, неизбежно возникающее при вводе объектно-ориентированной концепции программирования. Таким образом, достигается наглядная иллюстрация работы современных инструментов разработки приложений. Далее отметим универсальность объектной модели VISIAL BASIC FOR APPLICATION (VBA), позволяющей демонстрировать возможности связывания документов и структуру технологии ActiveX, в частности, средства AUTOMATION [1]. Наконец, простота использования сложных математических инструментов (например, методов оптимизации) и специальных конструкторов (например, создание сводных таблиц в EXCEL) выгодно отличает методику от непосредственного изучения языков программирования высокого уровня [2]. Основным преимуществом предлагаемой научно-методической разработки обучения основам программирования, на взгляд авторов, является возможность использования для занятий со слушателями всех уровней подготовленности. Данный метод реализован в виде системы справочных файлов, конструированных в HTML HELP WORKSHOP и проектов VISIAL BASIC FOR APPLICATION. Новаторский характер комплекса обусловлен применением интерактивных методов и позволяет существенно сократить время, отводимое на отработку классических приемов алгоритмизации.

В применении комплекса на основе VBA авторы выделяют три этапа:

- приобретение начальных навыков работы в приложениях;
- приобретение навыков автоматизации работы в приложениях;
- самостоятельное создание электронных документов со сложной структурой с использованием современных приемов программирования.

После завершения каждого этапа предусмотрено компьютерное тестирование.

На первом этапе используются специально разработанные электронные рабочие тетради, содержащие пошаговые руководства. Они могут быть использованы как самостоятельно, так и совместно с пособиями на бумажных носителях. Это, фактически, документы в формате приложения (WORD, EXCEL), содержащие модули VBA, реализующие всплывающие диалоговые окна. Также используется электронный учебник, подготовленный с помощью HTML HELP WORKSHOP.

Второй этап можно условно разделить на несколько частей: во-первых, слушатель создает по образцу в имеющейся рабочей книге функции, определенные пользователем, во-вторых, записывает процедуры-макросы с помощью макрорекордера, затем создает интерфейс с помощью форм пользователя. При анализе макросов обращается особое внимание на создание у слушателя ментальной связи: действие пользователя в приложении – запись этого действия операторами языка VBA При создании форм пользователя акцент делается на событийной модели программирования. Отдельно проводится анализ структуры проекта. Структура программы иерархическая:

первый уровень – приложение;

второй уровень – проекты, связанные с фактическими документами приложения (модули приложения, модули форм, модули пользователя и т.п.);

третий уровень – модули класса;

последний уровень – процедуры и функции модулей.

Таким образом, слушатель создает сложный проект в приложении (например, в EXCEL), которому соответствует справочная система, разработанная с помощью HTML HELP WORKSHOP. Соответствие структуры справочной системы и проекта рабочей тетради являются условием перехода к следующему этапу.

На заключительном этапе пользователю предлагается самостоятельно разработать проект VBA. Этот проект создается с помощью электронного учебника, который содержит следующие разделы:

- введение – содержит формулировку индивидуального задания, цели и задачи проекта, основные этапы его реализации.
- Руководство по применению технологии ActiveX, в частности, средства AUTOMATION для связывания документов в различных приложениях.
- Руководство по конструкции классов объектов в VBA. Этот раздел предназначен для самостоятельной работы слушателей.
- Руководство по использованию HTML HELP WORKSHOP. Этот раздел содержит ссылки на справочные системы по языку разметки HTML и краткий справочник по работе с конструктором web-страниц FRONTPAGE.

В заключение необходимо отметить соблюдение принципа открытой архитектуры, неотъемлемого при разработке современной информационной технологии.

Литература

1. Кузненко, В.Г. VBA 2002 / В.Г. Кузненко. – М.: Издательство Бином, 2002.
2. Стоцкий, Ю. Самоучитель Office XP / Ю. Стоцкий. – СПб.: Питер, 2004.

О ВОЗМОЖНОСТЯХ ПАКЕТА ПО ГЕНЕТИЧЕСКИМ АЛГОРИТМАМ СИСТЕМЫ MATLAB В РЕШЕНИИ ОПТИМИЗАЦИОННОЙ ЗАДАЧИ

Ф.А. ХОТОВА

Смоленский государственный университет, г. Смоленск

Генетические алгоритмы (ГА) – это стохастические, эвристические оптимизационные методы, впервые предложенные Джоном Холландом в 1975 г. Идея генетических алгоритмов состоит в организации эволюционного процесса, конечной целью которого является получение оптимального решения в сложной комбинаторной задаче. На сегодняшний день ГА доказали свою конкурентоспособность при решении многих трудных задач и особенно в практических приложениях, где математические модели имеют сложную структуру и применение стандартных методов типа ветвей и границ, динамического или линейного программирования крайне затруднено.

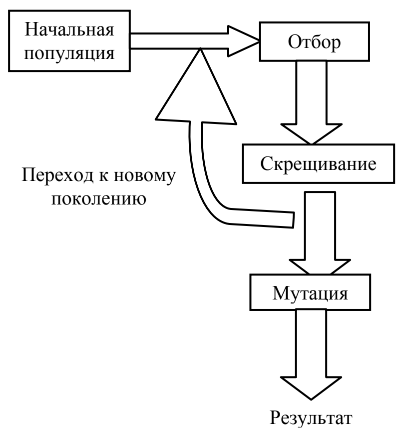


Рис.1. Алгоритм работы классического ГА

Структура ГА

ГА состоит из следующих компонент:

- **хромосома** – решение рассматриваемой проблемы;
- **начальная популяция хромосом;**
- **набор операторов** для генерации новых решений из предыдущей популяции. Стандартными операторами для всех типов ГА являются селекция, скрещивание и мутация;
- **целевая функция** для оценки приспособленности (fitness) решений.

Алгоритм работы простого ГА представлен диаграммой, показанной на рис. 1.

Итак, генетический алгоритм – это последовательность управляющих действий и операций, моделирующая эволюционные процессы на основе аналогов механизмов генетического наследования и естественного отбора.

В связи с тем, что генетические алгоритмы имеют в настоящее время достаточно широкое применение, естественно, что современные математи-ческие пакеты тоже используют их при решении различных, достаточно сложных оптимизационных задач. Так, в системе MATLAB имеется пакет расширения по генетическим алгоритмам и алгоритмам прямого поиска Genetic Algorithm and Direct Search Toolbox, который рассматривается создателями системы MATLAB как эффективное инструментальное средство для нахождения экстремумов функций. Для работы с этим пакетом используется специальная интерактивная (диалоговая) программа – графический интерфейс генетического алгоритма. Вызов данной программы происходит путем набора ее имени – gatool - в командной строке системы MATLAB. После выполнения данной команды открывается окно графического интерфейса (рис. 2).

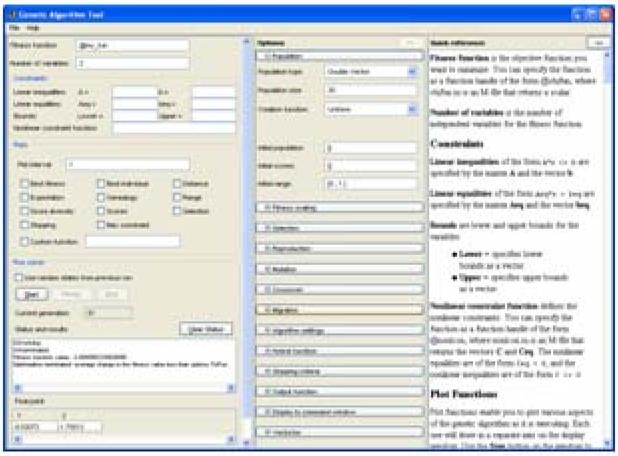


Рис. 2. Окно графического интерфейса генетического алгоритма

Для того чтобы воспользоваться возможностями данной программы, необходимо задать следующие параметры:

- функцию приспособленности (fitness function). Это целевая функция, которую необходимо оптимизировать в формате @fitnessfun. При этом для дан-ной функции должен быть заранее записан М-файл;
- количество переменных данной функции (number of variables);
- необходимые опции алгоритма.

Для запуска нужно нажать кнопку start.

В качестве примера рассмотрим функцию двух переменных $f(x, y)$, которую необходимо минимизировать:

$$f(x, y) = e^{\sin(50x)} + \sin(60e^{y}) + \sin(70\sin(x)) + \sin(\sin(80y)) - \sin(10(x + y)).$$

График данной функции, приведенный на рис. 3, показывает, что она имеет множество локальных минимумов и один глобальный.

Для начала создадим М-файл с названием my_fun.m, имеющий вид

```
function z=my_fun(x)
z=exp(sin(50*x(1)))+sin(60*exp(x(2)))+sin(70*sin(x(1)))+
+sin(sin(80*x(2)))-
-sin(10*(x(1)+x(2))).
```

Введя далее в поле окна интерфейса Fitness function имя @my_fun и в поле Number of variables – 2 (число переменных) и нажав кнопку start, получим следующие результаты (при этом остальные опции установлены по умолчанию) (рис.4).

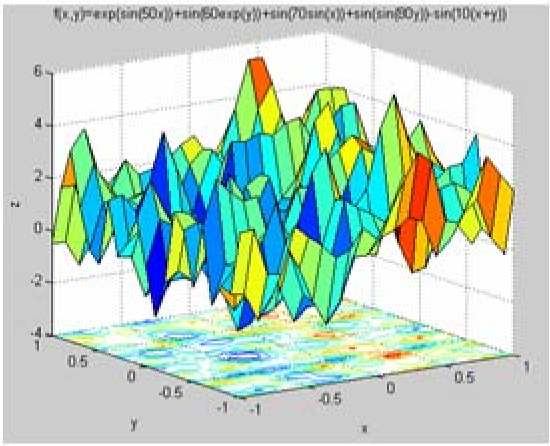


Рис. 3. График функции f(x,y)

Смысл данной информации следующий:

1) выполнение алгоритма закончено (GA terminated);

2) причина останова – в среднем изменения в значении функции приспособленности меньше, чем опция «TolFun» (Function Tolerance);

3) координаты найденной итоговой точки минимума – x1=2.48861, x2=0.21042;

4) значение целевой функции в данной точке – -3.32284804832039.

При установленных по умолчанию параметрах в результате выполнения генетического алгоритма получаются не очень хорошие результаты, причем если посмотреть по графику, то, скорее всего, находится не глобальный минимум, а один из локальных. Для получения более точных результатов следует менять некоторые параметры. Например, изменим значение опции population size на 100. В этом случае причина остановки алгоритма Stall time limit – неизменность результата за заданный интервал времени. Увеличим теперь эту опцию до 50. При этом воспользуемся графическими возможностями интерфейса, который позволяет пользователю выводить различные графики, позволяющие наблюдать за работой генетического алгоритма и оценивать ее. Такая информация может быть полезна для повышения точности решения задачи оптимизации (путем изменения опций алгоритма). Выбор различных графиков осуществляется в панели Plots (графики) окна интерфейса путем выбора вида выводимого графика (или графиков) в соответствующем окошке панели. Опция Plot Interval (по умолчанию - 1) устанавливает, через сколько поколений производится вывод заданной величины. Например, график Best fitness value выводит лучшие значения функции приспособленности по поколениям, а вверху графика приведены лучшее (Best) и среднее (Mean) значения для последнего поколения (рис.5) [1].

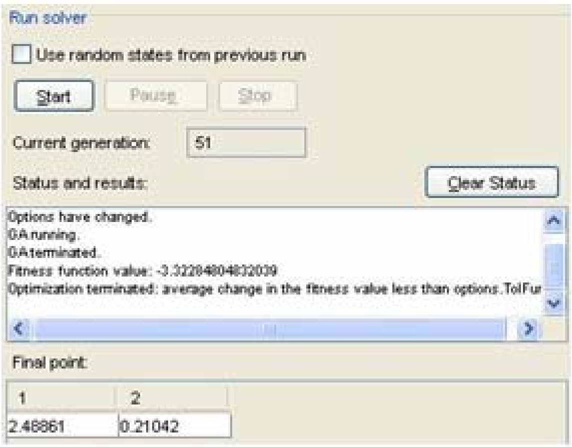


Рис.4. Результаты работы ГА

Кроме того, если уменьшить опцию Function Tolerance до 1e-1, то имеем следующие результаты: значение целевой функции = 3.2166762… при x = -0.39304 и y =-0.00906 – что больше подходит той точке, которую можно приблизительно определить на графике функции $f(x,y)$ (рис.3). При этом можно вывести полученные результаты в виде двух графиков, первый из которых, как уже отмечалось выше, отражает изменения по поколениям лучших и средних значений целевой функции (Best fitness), а второй - изменение соответствующих переменных (Best individual) (рис. 6).

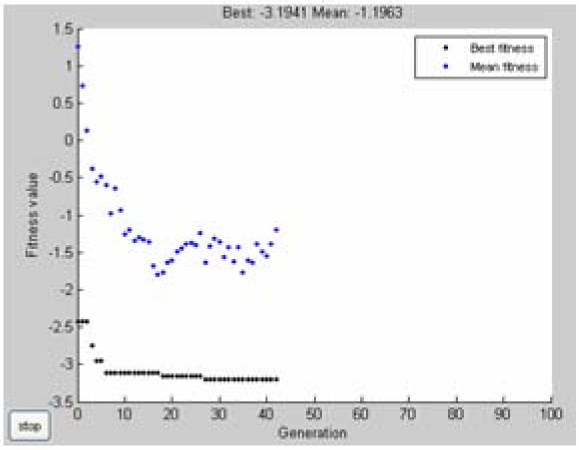


Рис. 5. Средние и лучшие по поколениям значения целевой функции

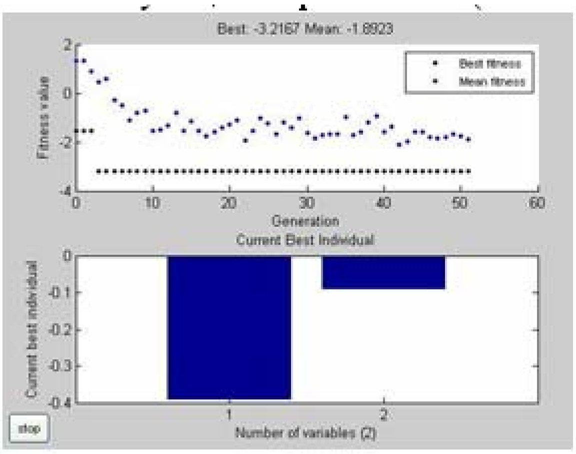


Рис.6. Отображение двух типов графиков в одном окне.

Таким образом, для того чтобы получить хорошие результаты при решении задач оптимизации, необходимо, во-первых, построить график функции, которую нужно минимизировать (максимизировать) и определить примерное нахождение глобального минимума (максимума), а затем, меняя различные опции в генетическом алгоритме пакета Genetic Algorithm and Direct Search Toolbox, добиваться получения наиболее правдоподобных результатов.

Литература

1. Дьяконов, В.П. MATLAB 6.5 SP1/7/7 SP1/7 SP2 + Simulink 5/6. Инструменты биоинформатики и искусственного интеллекта / В.П. Дьяконов, В.В. Круглов. – М.: Солон-Пресс, 2005.
2. Емельянов, В.В. Теория и практика эволюционного моделирования / В.В. Емельянов, В.В. Курейчик, В.М. Курейчик. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2003. – 432 с.

ДИНАМИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ СФЕРИЧЕСКИХ ВОЗМУЩЕНИЙ ВО ВСЕЛЕННОЙ ФРИДМАНА. АВТОМОДЕЛЬНЫЕ РЕШЕНИЯ И ИХ ИССЛЕДОВАНИЕ В ПАКЕТЕ MAPLE

Ю.Г. ИГНАТЬЕВ, Н. ЭЛЬМАХИ
Татарский государственный гуманитарно-педагогический университет, г. Казань
e-mail: ignatev-yurii@mail.ru, Nourdino@yahoo.com

В [1], [2] был получен класс точных запаздывающих решений для линейных сферических возмущений вселенной Фридмана с ультрарелятивистским уравнением состояния заполняющей его идеальной жидкости, соответствующих наличию центрального сингулярного источника и имеющих вид полиномов по радиальной переменной. При этом было отмечено, что при нулевых граничных условиях на звуковом горизонте для возмущений метрики класса C^1 возмущения плотности энергии имеют разрыв первого рода на звуковом горизонте. Будем исследовать запаздывающие решения эволюционного уравнения для сферических возмущений ([1] с. 84):

$$\ddot{\Psi} + \frac{2}{\eta}\dot{\Psi} - \frac{6(1+\kappa)}{(1+3\kappa)^2}\frac{\Psi}{\eta^2} - \kappa\Psi'' = 0 \tag{1}$$

с граничными условиями на звуковом горизонте, соответствующими нулевым значениям возмущений метрики и ее первых радиальных производных:

$$\Sigma_0: \quad r = \sqrt{\kappa\eta}, \tag{2}$$

$$\Psi(r,\eta)|_{r\sqrt{\kappa\eta}} = \mu(\eta),\ \Psi'(r,\eta)|_{r\sqrt{\kappa\eta}} = 0, \tag{3}$$

где $\mu(\eta)$ – масса сингулярного центрального источника, причем:

$$\Psi(0,\eta) = 0. \tag{4}$$

Будем искать решения эволюционных уравнений для возмущений с нулевыми граничными условиями на нулевом звуковом горизонте (2). Полагаем в (1)

$$\Psi(r,\eta) = \eta^\alpha G_\alpha(z),$$

где $z = \dfrac{r}{\sqrt{\kappa\eta}}$. В нашем случае значения параметра α равны

$$\alpha = \left(\frac{2}{1+3\kappa}, -\frac{3(1+\kappa)}{1+3\kappa}\right) \tag{5}$$

и являются одновременно корнями квадратного уравнения

$$\frac{6(1+\kappa)}{(1+3\kappa)^2} - \alpha(1+\alpha) = 0.$$

Поэтому в этом случае уравнение (5) вырождается в более простое:

$$(1-z^2)G''_\alpha(z) + 2\alpha z G'_\alpha(z) = 0,$$

однократно интегрируя которое, получим:

$$G'_\alpha(z) = C_1(1-z^2)^\alpha. \tag{6}$$

Интегрируя теперь формально уравнение (6) с учетом условия в начале координат (4), найдем его формальное решение на всем интервале значений $r=[0,+\infty)$:

$$G(\kappa,z)=C_1\left\{zF\left(\frac{1}{2},-\frac{2}{1+3\kappa},\frac{3}{2},z^2\right),(z\le 1);\frac{\sqrt{\pi}\,\Gamma\left(\frac{2}{1+3\kappa}+1\right)}{2\Gamma\left(\frac{2}{1+3\kappa}+\frac{3}{2}\right)}+\int\limits_0^{\ln(z+\sqrt{z^2-1})}{}^{\frac{4}{1+3\kappa}+1}x\,dx,(z>1),\right.$$

где $F(a,b,c,x)$ – гипергеометрическая функция:

$$F(\alpha,\beta,\gamma,z)=\frac{\Gamma(\gamma)}{\Gamma(\beta)\Gamma(\gamma-\beta)}\int\limits_0^1 t^{\beta-1}(1-t)^{\gamma-\beta-1}(1-tz)^{-\alpha},\quad \Re(\gamma)>\Re(\beta)>0;|\arg(1-\mathrm{z})|<\pi.$$

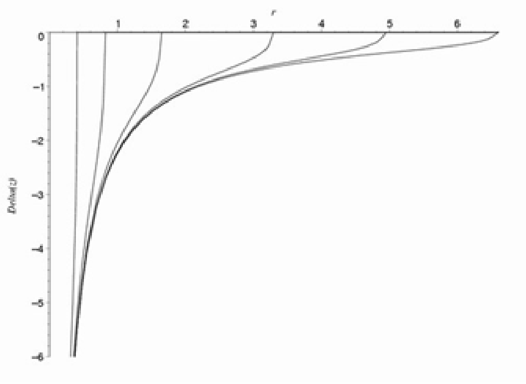


Рис. 3. Эволюция приведенной относительной плотности энергии $\Delta(z)$ как функция r при $\kappa=1/6$. Слева направо: $\eta=1;\,2;\,4;\,8;12;16$

В работе методами компьютерной математики с помощью системы Maple строится и исследуется численная модель динамически сферических возмущений. Для этого создана библиотека программных процедур, позволяющая проводить манипуляции с найденным решением и осуществлять графическое представление физических характеристик сферических возмущений. На рисунке представлены результаты моделирования эволюции плотности сферического возмущения в случае коэффициента баротропы κ = 1/6.

Литература

1. Игнатьев, Ю.Г., Эльмахи, Н. Известия вузов. Физика. – Т. 51, № 1. – 2008. – С. 66-76.
2. Игнатьев, Ю.Г., Эльмахи, Н. Известия вузов. Физика. – Т. 51, № 5. – 2008. (в печати)

ANALYTICAL HIERARCHY PROCESS: ORIGINAL AND SIMPLIFIED MODIFICATIONS. MATHCAD FUNCTIONS OF PROBLEM SOLUTIONS

D. BORODIN, V. GORELIK, I. BAVRIN, A. RODYUKOV
Moscow State Pedagogical University, Moscow
Dorodnicyn Computing Centre of Russian Academy of Sciences, Moscow
Borisoglebsk Pedagogical State University, Borisoglebsk

Introduction and modifications

Originally developed by Thomas Saaty (1980), Analytical Hierarchy Process (AHP) provides a proven and effective means to deal with complex decision making and can assist with identifying and weighting selection criteria, analyzing the data collected for the criteria and expediting the decision-making process.

AHP is especially suitable for complex decisions which involve the comparison of decision elements which are difficult to quantify. It is based on the assumption that when faced with a complex decision the natural human reaction is to cluster the decision elements according to their common characteristics.

The simplified modification was offered and developed by Nogin (2004). Its main idea is in reducing expert's work and getting rid of the consistency index in order to the so-called 'modeling' error doesn't affect the final calculations. Two items of the original modification have been altered: the process of forming a paired comparison matrix is radically simplified – now the expert should fill in only one matrix row or column; the non-linear criteria convolution is used instead of the linear one.

Process Steps and MathCAD Calculations

The first step is for the team to decompose the goal into its constituent parts, progressing from the general to the specific. In its simplest form, this structure comprises a goal, criteria and alternative levels. Each set of alternatives would then be further divided into an appropriate level of detail, recognizing that the more criteria included, the less important each individual criterion may become.

Next, assign a relative weight to each one. Each criterion has a local (immediate) and global priority. The sum of all the criteria beneath a given parent criterion in each tier of the model must equal one. Its global priority shows its relative importance within the overall model.

In the original modification a paired comparison matrix looks like M1, in the Nogin's – like M2

$$M1 := \begin{pmatrix} 1 & 5 & 7 & 9 \\ 1 & 1 & 5 & 3 \\ 1 & 1 & 1 & 8 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \qquad M2 := \begin{pmatrix} 1 & \frac{4}{9} & \frac{3}{9} & \frac{6}{9} \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

To find a global priority, we should find the eigenvector of the matrix.

For this, MathCAD provides a set of functions:

eigenvec(M,z) – returns an eigenvector associated with eigenvalue *z* of the matrix **M**;

eigenvals(M) – returns the eigenvalues of **M**;

eigenvecs(M) – finds normalized eigenvectors corresponding to the eigenvalues of the matrix **M**;

genvals(M,N) – finds generalized eigenvalues;

genvecs(M) – finds generalized eigenvectors.

For example, applying eigenvals(M) for matrices M1 and M2 results in

$$\mathrm{eigenvals}(M1) = \begin{pmatrix} 8.858 \\ -1.429 + 2.069i \\ -1.429 - 2.069i \\ -2 \end{pmatrix} \qquad \mathrm{eigenvals}(M2) = \begin{pmatrix} 0.437 \\ 3.563 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Finally, after the criteria are weighted and the information is collected, put the information into the model. Scoring is on a relative basis, not an absolute basis, comparing one choice to another. Relative scores for each choice are computed within each leaf of the hierarchy. Scores are then synthesized through the model, yielding a composite score for each choice at every tier, as well as an overall score.

References

1. Dyakonov, V. Mathcad 8/2000 / V. Dyakonov. – Sankt-Peterbourg: Piter, 2000.
2. Nogin, V. Simplified modification of Analytical Hierarchy Process based of non-linear criteria convolution / V. Nogin // Computing Mathematics and Mathematical Physics Journal. – 2004. – Vol. 44, № 7. – P. 1259-1268.
3. Saaty, T. Decision Making for Leaders: The Analytical Hierarchy Process for Decisions in a Complex World / T. Saaty. – Wadsworth, 1988.

STUDYING THE ROLE OF WEB 2.0 IN EDUCATION: EXPERIENCES, PROBLEMS AND SOLUTIONS

D. BORODIN, V. GORELIK, S. ZHDANOV

Moscow State Pedagogical University, Moscow

Dorodnicyn Computing Centre of Russian Academy of Sciences, Moscow

Introduction

In just 15 years the World Wide Web has grown from a work group tool for scientists into a global information nexus with over a billion users.

The incredible power of the Web has had a great impact upon many areas of life across the world. At the end of 2006, Time magazine humorously named its person of the year as 'You'. On the cover of the magazine, underneath the title of the award, was a picture of a PC with a mirror in place of the screen, reflecting not only the face of the reader, but also the general feeling that 2006 was the year of the Web.

As Times magazine rightly identified, it was 2006 that saw the advent of a new and improved version of the Web – a user-generated second version known as Web 2.0. However, although this term has now come into common usage, it is firstly important to deconstruct this perception of the so-called 'Web 2.0'.

Can any real substance be identified behind the hyperbole? Can Web 2.0 really be called a social revolution or is it solely a technological revolution? In fact, is it even possible to refer to Web 2.0 as a revolution at all? These questions become even more important in relation to the role of education, a sector that is particularly affected by the demands of Internet-related change. It is important to recognize if there are real opportunities to be gained from Web 2.0 in order to begin a new age of educational technology and practice.

In order to address this debate, it is important to identify the capabilities of Web 2.0. Media coverage of Web 2.0 concentrates on common applications and services such as blogs, video sharing, social networking and podcasting – forming a more socially connected Web in which people can contribute as much as they consume. Many of these services are built on the technologies and open standards that have been around since the earliest days of the Web. These services have been refined, and in some cases concatenated, to provide a technological foundation for delivering services to the user through the browser window (based on the key idea of the Web, rather than the desktop, as the technology platform).

Web 2.0 implications for education: experiences

To sum up the experience of using Web 2.0 services within the educational process, some of the most common applications can be outlined:

- Wiki-style technologies aimed at involving students in a collaborative work of different topics, eg a wiki-based glossary of technical terms learned while on a university course (University of Arizona). This medium can be used by students to work together to interpret texts, author articles and essays, share ideas, and collectively improve research and communication skills.
- Blogging facilities to allow University staff and students to create their own personal pages. The intention here is that the system will have a variety of education-related uses such as developing essay plans, creating photo galleries and recording personal development.
- Using systems like ClassMates.com and MySpace.com for educational purposes.
- Collaborative work of professors and students to add resources and different data into libraries, repositories and archives.

Developing Virtual Learning Environments (VLEs). In the educational environment this means that the VLE connects the user to university resources, regulations, help, and individual user-specific content such as modules and assessment. The argument here is that as the system holds this kind of data, there is potential to tailor the interface and the learning environment to the individual (such as the type of learning resources, complexity of material etc). This is particularly the case where e-learning is concerned, although so far it is difficult to substantiate these claims as relatively little use has been made of, for example, usage statistics of VLEs or tailored content.

A framework for action

It is important to identify the following problems:

1. There are no exact borders of Web 2.0, i.e. there are some web-services that cannot be classified as definitely belonging to Web 2.0.

2. Education needs special Web 2.0 services; the problem cannot be solved by adapting existing common services.

3. Separate universities often design and develop exclusive educational services within a Web 2.0 framework. The problem is that no universal concepts and standards exist for applying Web 2.0 to education.

4. All forces are directed in two strict avenues: development on either a technological or pedagogical basis. Currently there is no combination of the two or middle-ground.

5. Referring to the main Web 2.0 thesis it is possible to conclude that the educational process in the form of Web 2.0 services must involve as many users as possible depending on the service purposes. These service usage borders can be classified according to a number of levels: local level (university), regional level (city or region), country level, and global level (international). The problem is establishing a body and method to oversee such services for each level. The solution is quite obvious for the local and regional levels but there may be difficulties with country and global levels. The difficulty lies in establishing the criteria and structure of such a body. Should it take the form of a professional society? If a professional society, is it possible to agree on a common set of values and regulations? And how can common language barriers be resolved? These questions are at the heart of the debate.

Formulating a practical set of solutions

This article aims to provide some ideas and solutions to the aforementioned problems.

One idea is that Web 2.0 itself can help develop official concepts and standards of Web 2.0 for education. This can be achieved by instituting global resources (although there must only be a few of them), to offer and discuss ideas and enable brainstorming of the subject. The system may be organized by opening branches on each new idea and making the organization that opened the branch responsible for it. Such a system should involve the leading universities and all those wishing to participate in developing the concept.

Another approach is that many of the ideas proposed can and should first be described as mathematical models. This makes particular sense in the development of further services as effective automation is based on mathematical algorithms. Such services could begin as mathematical problems (usually operations research) described in the form of mathematical models. Once the approval of the aforementioned professional society has been gained, the mathematical model can be expanded into a web-based service for the collaborative work of a particular level (eg a region or university).

To summarize, it is clear that a new technological power is rising in the field of education. The development of Web 2.0 has unleashed a collective movement that has the potency to form a new way of learning.

СЕКЦИЯ 2

Параллельные вычисления и многоядерные процессоры

КОМПОНЕНТЫ НЕЧЁТКИХ СИТУАЦИОННЫХ СЕТЕЙ

В.В. БОРИСОВ, М.М. ЗЕРНОВ
Филиал ГОУ ВПО «МЭИ (ТУ)» в г. Смоленске
e-mail: zmmioml@yandex.ru

Для решения задач поддержки принятия решений (ППР) при планировании и оперативном управлении в организационно-технических системах (ОТС) успешно применяется нечеткий ситуационный подход, определяющим принципом которого является использование не модели системы, а модели ее управления. Данный подход позволяет решать задачи ППР с учетом недостаточности или неопределенности знаний об исследуемой системе, сложности или невозможности получения требуемой информации о системе, неточности или некорректности представления данных, невозможности построения «четкой» модели системы, экспертного или эвристического описания процессов функционирования системы [1, 2].

Задачи определения рациональных путей достижения целей функционирования системы и оценки возможных последствий последовательности управляющих решений решаются в рамках данного подхода на основе аппарата нечётких ситуационных сетей (НСС) [1]. Под НСС в широком смысле понимается некоторая структура, описывающая возможную совокупность состояний системы, представленную узлами сети, и путей перехода между ними, соответствующих управляющим решениям.

Решение задач ППР при управлении сложной ОТС на основе НСС подразумевает наличие соответствующих компонентов, обеспечивающих её построение, адаптацию к изменениям состава управляемой системы и применение. Предлагается следующая структура компонентов НСС (см. рис. 1, стрелками указаны информационные зависимости между ними).

Определяющим для всей остальной структуры является компонент, описывающий форматы узлов и переходов сети. Он разрабатывается, исходя из требований к НСС. Формат узла сети диктует описание некоторого состояния, отображаемого в узел сети. Он может как совпадать с форматом эталонных ситуаций, описывающих типовые случаи принятия решений, так и нет. Формат переходов сети соответствует выбранному способу представления управляющих решений. Данная составляющая особенно важна в случае невозможности дать обозримую картину состояний системы. Тогда НСС формируется динамически относительно некоторого исходного состояния. Способ описания управляющих решений во многом определяет способ получения новых узлов сети. Естественно различными оказываются виды переходов для НСС, учитывающих случайность исходов управляющих решений и не учитывающих эту случайность.

Исходя из требований к НСС и выбранных форматов узлов и переходов сети, определяется способ её адаптации к изменению структуры управляемой системы, позволяющий переносить и применять уже имеющуюся экспертную информацию в новых условиях. Вместе указанные компоненты определяют способ формализации управляемой системы, на основе которого и составляется её описание. На основе данного описания составляется иерархически организованный набор эталонных ситуаций. Структура иерархии эталонных ситуаций может быть тривиальной – единственная группа ситуаций на базе общего множества признаков, а может иметь сложную разветвлённую структуру.

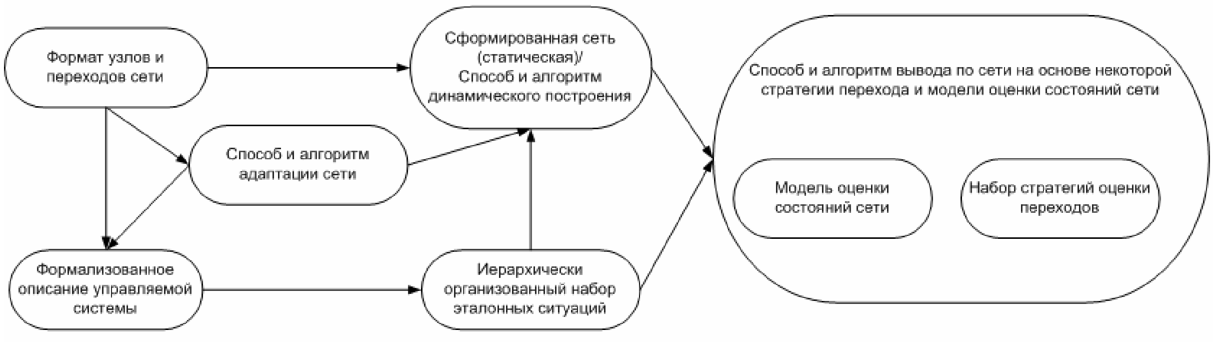


Рис. 1. Структура компонентов НСС

В результате совместного использования моделей узлов и переходов сети, способа её адаптации, а также набора эталонных ситуаций приходим или к полностью сформированной статической ситуационной сети, или способу и алгоритму динамического построения НСС.

На основе двух наборов эталонных ситуаций и сформированной ситуационной сети (или способа её построения) определяется способ вывода по НСС. Данный способ, во-первых, определяет возможные последовательности управляющих решений, а во-вторых, позволяет выбрать наилучшую из них. Указанный выбор осуществляется на основе некоторой стратегии оценки управляющих решений и модели оценки состояний. Модель оценки состояний позволяет оценить последствия принимаемых решений, тогда как различные стратегии оценки управляющих решений позволяют по-разному учитывать данные последствия.

Литература

1. Мелихов, А.Н. Ситуационные советующие системы с нечеткой логикой / А.Н. Мелихов, Л.С. Берштейн, С.Я. Коровин. – М.: Наука, 1990.
2. Борисов, В.В. Нечёткие модели и сети / В.В. Борисов, В.В. Круглов, А.С. Федулов. – М.: Горячая линия – Телеком, 2007.

АНАЛИЗ МУЛЬТИАГЕНТНЫХ СИСТЕМ НА ОСНОВЕ НЕЧЕТКИХ ИГРОВЫХ И КОГНИТИВНЫХ МОДЕЛЕЙ

В.В. БОРИСОВ, Е.С. УСТИНЕНКОВ
Филиал ГОУ ВПО «МЭИ (ТУ)» в г. Смоленске
e-mail: eustin@gmail.com

Мультиагентные системы являются важным и интенсивно развивающимся направлением в решении задач разработки систем искусственного интеллекта и искусственной жизни. В рамках этого направления исследуются взаимодействия и кооперации небольшого числа интеллектуальных агентов, например, классических интеллектуальных систем, включающих базы знаний и решатели. В данных системах групповое интеллектуальное поведение образуется на основе индивидуальных интеллектуальных поведений.

Важными задачами исследователей в данной области являются задачи согласования целей, интересов и стратегий различных агентов, координации их действий, а также разрешения конфликтных ситуаций, в частности, путем переговоров и выработки совместных компромиссных стратегий.

Решением аналогичных задач анализа конфликтных ситуаций и согласованности целей элементов системы занимаются такие научные дисциплины, как теория игр и когнитивное моделирование.

В докладе освещается использование аппарата теории игр и когнитивного анализа для построения и анализа мультиагентных систем в виде следующей методики.

1) Каждому агенту системы ставится в соответствие концепт когнитивной модели или игрок в терминах игрового подхода.

2) Выбирается ресурс или набор ресурсов, которыми оперируют агенты. Каждому концепту системы ставится в соответствие переменная, определяющая текущее значение ресурсов агента. В рамках игровой модели мы называли ее текущим выигрышем.

3) Набор возможных состояний агентов формализуется в виде состояний концептов, которым с точки зрения применения игрового подхода соответствуют возможные стратегии игроков. Стратегии задаются в виде множества нечетких значений.

4) Возможные отношения между агентами формализуются в виде нечетких отношений, задающих влияния концептов друг на друга или правила передачи выигрышей. Согласно описанной ранее модели эти выигрыши зависят от текущих состояний концептов, а также могут зависеть от текущего уровня ресурсов.

5) Задаются правила перехода концептов из одного состояния в другое, т.е. способ выбора текущей стратегии в рамках игрового подхода. Это реализуется в виде набора нечетких продукций.

6) Формируются цели исследования. Данная модель может решать следующие задачи:

- Моделирование работы мультиагентной системы (можно посмотреть развитие заданной системы в динамике), определение общих тенденций движения ресурсов в данной системе.

• Сравнение различных стратегий поведения агентов и оценка их эффективности по результатам моделирования. В качества критерия сравнения могут использоваться например, уровни ресурсов по завершении заданного числа шагов моделирования, переход агента в заданное состояние. Анализируя успешность применения тех или иных стратегий, возможно дать агенту конкретные рекомендации по поведению в рамках данной системы.

• Анализ достижения целей агентами. Под целью может пониматься переход концепта, представляющего агента, в заданное состояние, либо получение агентом необходимого уровня ресурсов.

• Анализ согласованности либо рассогласованности действий различных агентов, наличие общих целей. В качестве метрик согласованности и несогласованности действия агентов могут применяться такие системные характеристики, как консонансы, диссонансы, взаимные консонансы, взаимные диссонансы и т.п.

• Анализ вклада каждого из агентов в деятельность всей системы. В качестве метрик оценки вклада агентов могут применяться такие системные характеристики, как влияние концепта на систему, влияние системы на концепт.

• Анализ коалиций агентов в рамках достижения общих целей. При рассмотрении иерархических отношений, возможных между агентами, можно говорить о наличии коалиций и общих целей агентов в рамках коалиции. В данном случае можно проводить анализ системы с учетом наличия коалиций, например, решать задачи достижения всеми концептами, входящими в данную коалиция заданных состояний, накопления заданных суммарных ресурсов всеми игрокам коалиции.

Литература

1. Тарасов, В.Б. От многоагентных систем к интеллектуальным организациям / В.Б. Тарасов. – М.: УРСС, 2002.
2. Борисов, В.В. Обобщенные нечеткие когнитивные карты / В.В. Борисов, А.С. Федулов // Нейрокомпьютеры: разработка, применение. – 2004. – № 4. – С. 3–20.

АЛГОРИТМЫ ДЛЯ ПАРАЛЛЕЛЬНЫХ ПРОЦЕССОВ

А.С. ГРИНБЕРГ, О.Н. ЛАБКОВИЧ

Академия Управления при Президенте Республики Беларусь, г. Минск

Белорусский национальный технический университет, г. Минск

В докладе рассматривается типовой пример **параллельных процессов** на примере таможенного управления межгосударственными материальными потоками на основе комплексных критериев качества.

Торговля между государствами является жизненно необходимым условием экономического благополучия. Трасса Минск–Москва – одна из связующих артерий между государствами, проходящая через территорию России и Республики Беларусь. Растущие транспортные, людские, информационные, финансовые **параллельные потоки** пересекают границы государств, на страже которых находятся таможенные пункты пропуска. Жизненно важные для государства таможенные органы могут справляться с возрастающими внешнеторговыми товаропотоками только в случаях использования информационных технологий в условиях **параллельной обработки** информации.

Для устранения препятствий на пути международных товаропотоков необходима структуризация **параллельных** потоков, гармонизация процедур, стандартизация формальностей, оптимизация вычислений, для чего могут быть использованы параллельные инструменты: объединения ряда административных процедур в единый документ, принцип «единого окна», принцип «единой остановки», компьютеризация таможенной очистки.

"Единое окно" – это система, которая позволяет всем участникам торговли и транспорта **параллельно предоставить** всю необходимую информацию одному таможенному ведомству в стандартном формате, чтобы осуществить импортные, экспортные и транзитные операции.Преимущество применения принципа «Единого окна» заключается в **распараллеливании** информационных потоков, что предоставляет возможность подачи необходимой информации и документации через единый пункт ввода для последующего выполнения всех требований, которые связаны с ввозом, вывозом и транзитом, предполагает единый ввод данных при предоставлении информации в электронном виде.

Принцип "единой остановки" связан с **распараллеливанием** физических схем движения транспортных средств через пограничную зону. Данный принцип заключается в сведении к минимуму количества остановок при пересечении границ, что достигается за счет совместных программ пограничных структур двух государств на одном пункте на каждом из направлений либо на одном общем пункте.

Компьютеризация таможенной очистки способна распараллеливать контрольные операции таможни. Примером может быть созданная в ЕС компьютеризированная транзитная система NCTS (New Computerized Transit System). Система содержит электронные данные о перемещении грузов, которые доступны различным таможенным органам, участвующим в транзите, а также в завершении сделки в пунктах назначения.

Гармонизация – приведение различных национальных процедур, операций и документов в соответствие с международными конвенциями, стандартами, присоединение государства к различным международным конвенциям, международно-согласованным формулярам документов, процедур, информации, кодам, **действующим параллельно**.

В результате важную роль играют методы алгоритмизации обработки **параллельных информационных процессов** административных процедур, цель которых – гарантированная безопасность общества, обеспечение значения фискальных функций, равновесие между мероприятиями по контролю и по стимулированию торговли, точное применение действующих нормативных актов, ввод новых и модернизация существующих таможенных информационных систем, обеспечение взаимодействия как на национальном, так и на международном уровне, использование современных информационных технологий в условиях **параллельной обработки информации**.

В докладе анализируется возможность и целесообразность построения алгоритмов **таких параллельных процессов** с **применением аппарата гиперкомплексных чисел**, алгебры кватернионов и октав, где параметры каждого из **параллельных процессов** в кодируются мнимыми единицами, преобразуемыми в действительные оценки реальных потоков и общего агрегированного потока.

Рассматривается возможность и целесообразность алгоритмизации системы **взаимосвязанных параллельных процессов** на **основе тензорных методов**, где система индексов отображает характер взаимосвязи отдельных групп потоков.

АРИФМЕТИЧЕСКИЕ ВЫЧИСЛЕНИЯ НАД НЕЧЁТКИМИ ЧИСЛАМИ НА ОГРАНИЧЕННОМ БАЗОВОМ ДИАПАЗОНЕ

М.М. ЗЕРНОВ
Филиал ГОУ ВПО «МЭИ (ТУ)» в г. Смоленске
e-mail: zmmioml@yandex.ru

Системы поддержки принятия решения и модели процессов для различных классов задач зачастую оперируют нечёткими значениями системных характеристик, параметров объектов, физических величин. Возникает вопрос о выборе реализации применяемых арифметических операций над нечёткими числами, оказывающем существенное влияние на характер результатов вычислений. Он определяется требованиями, накладываемыми каждой конкретной прикладной задачей.

Определим реализации расширенных арифметических операций, соответствующие техническим задачам с итерационными нечёткими вычислениями. В частности, это задачи построения и использования нечётких ситуационных сетей, характерные требования для них представлены ниже.

1. Требование адекватности результата расширенной операции чёткому аналогу. Часто выражается в требовании соответствия моды результата интервальному аналогу чёткой операции и адекватности знака элементов носителя результата.

2. Отсутствие или минимизация “накопления нечёткости” – роста показателя размытости результата в ходе многократного использования расширенной операции.

3. Ограничение выхода результата за границы базового диапазона.

4. Уменьшение вычислительных затрат.

5. Возможность использования функций принадлежности различных типов с некоторыми ограничениями. Типичное ограничение: выпуклые нечёткие числа с непустой областью модальных значений с любой непрерывно-монотонной формой функции принадлежности неубывающей и невозрастающей ветви. На границах носителя и/или области модальных значений допускается разрыв первого рода.

6. Сохранение результатов определённых свойств операндов. Часто заключается в сохранении ограничений на форму.

Такие требования, как ассоциативность, наличие нулевого, обратного элементов и дистрибутивность, для операций сложения и умножения не являются в данном случае существенными.

Введём ряд обозначений. Пусть $\circ$ – некоторая арифметическая операция, заданная на множестве действительных чисел, тогда $\hat{\circ}$ будет обозначать аналогичную ей операцию над нечёткими числами. В двуместном случае для нечётких чисел $\widetilde{X}_1 = \{\mu_1(x_1)/x_1\}(x_1 \in R)$ и $\widetilde{X}_2 = \{\mu_2(x_2)/x_2\}(x_2 \in R)$ с множествами модальных значений соответственно $M(\widetilde{X}_1)$ и $M(\widetilde{X}_2)$ результатом нечёткой арифметической операции $\hat{\circ}$ над ними будет нечёткое число $\widetilde{Y} = \widetilde{X}_1 \,\hat{\circ}\, \widetilde{X}_2 = \{\mu_y(y)/y\}\ (y \in D = [a;b] \subset R)$, определенное на некотором базовом множестве действительных чисел.

Требованиям 1, 2 и 4–6 в достаточной мере удовлетворяют операции, построенные на основе понятия совместного распределения возможностей аргументов, при котором они считаются взаимодействующими по модальным значениям [1]:

$$\widetilde{Y} = \widetilde{X}_1 \,\hat{\circ}\, \widetilde{X}_2 : \mu_y(y) = \sup_{y = x_1 \circ x_2} (\sup(\mu_1(x_1) \cdot \chi_2(x_2), \mu_2(x_2) \cdot \chi_1(x_1))),$$

где $\chi_1(x_1)$ и $\chi_2(x_2)$ – характеристические функции, определяемые как:

$$\chi_1(x_1) = \begin{cases} 1, x_1 \in M(\widetilde{X}_1) \\ 0, x_1 \notin M(\widetilde{X}_1) \end{cases}, \quad \chi_2(x_2) = \begin{cases} 1, x_2 \in M(\widetilde{X}_2) \\ 0, x_2 \notin M(\widetilde{X}_2) \end{cases}.$$

При этом на один операнд оказывает влияние только множество модальных значений другого операнда, а не весь его носитель, что существенно снижает вычислительные затраты (особенно для унимодальных нечётких чисел). Остаётся проблема выхода носителя результата за границы базового диапазона.

Введём дополнительное преобразование интерпретации результата, позволяющее привести любое нечёткое число описанной формы $\widetilde{Y}$ к нечёткому числу того же вида $\widetilde{Y}'$ с носителем в пределах $[a;b]$. При этом часть нечёткого числа, лежащая в пределах $[a;b]$, не должна изменяться, а значение функции принадлежности на границах интервала $[a;b]$ должно учитывать физическую невозможность выхода значений нечёткой переменной за указанные границы. Иначе говоря, утверждения *"число Y меньше a"* и *" число Y больше b"* лишены физического смысла и должны трактоваться как *"число Y равно a"* и *"число Y равно b"* соответственно. Естественным образом множество подобных элементарных утверждений заменяется одним, сворачивая степеней уверенности элементарных утверждений за счёт некоторой S-нормы. Для S-нормы *max* получаем выражение:

$$\mu_{y'}(y) = \begin{cases} \max\limits_{y \le a} \mu_y(y), y = a \\ \mu_y(y), y \in (a;b) \\ \max\limits_{y \ge b} \mu_y(y), y = b \end{cases}.$$

Легко убедиться, что если исходное число $\widetilde{Y}$ удовлетворяло ограничениям по виду функции принадлежности, то и результат преобразования интерпретации также удовлетворяет данным требованиям в силу ограниченности и непрерывности функции преобразования.

Литература

1. Федулов, А.С. Вид взаимодействия нечетких чисел, ограничивающий возрастание неопределенности при выполнении операций нечеткой арифметики / А.С. Федулов // Вестник МЭИ. – 2006. – № 1. – С. 101–110.

ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЬ ОБУЧЕНИЯ НЕЙРОСЕТЕВОГО КЛАССИФИКАТОРА

К.В. КИСЕЛЕВ

ВА ВПВО ВС РФ им. А. М. Василевского, г. Смоленск

Самой распространенной и типичной задачей для нейронных сетей является задача распознавания. В этом направлении ведутся интенсивные исследования и получены результаты, доказывающие высокое качество нейросетевых систем распознавания [1].

Приверженность исследователей традиционным алгоритмам распознавания не позволяет рационально использовать имеющуюся информацию, выраженную в нечеткой форме, что приводит к снижению вероятностей распознавания для сложных случаев, таких, как, например, распознавание типов воздушных объектов, контроль их состояний и действий [3].

Одним из важнейших этапов при подготовке нейросетевого классификатора к работе является его обучение.

В общем случае обобщенная задача обучения состоит в представлении для нейросетевого классификатора исходных данных (образа) и цели, которую должна достигать сеть в процессе обучения, при этом признаки заложены в исходном образе. Задача сети при этом сводится к «обнаружению» признаков и их запоминанию [2].

Основной особенностью, при которой целесообразно прибегнуть к нейросетевой обработке, является случай, когда поставленная задача трудно формализуема и пути решения ее неизвестны.

Нейросетевые алгоритмы решения различных задач представляются в единой структуре, определяемой методикой синтеза многослойных нейронных сетей. Данная структура имеет следующие этапы [2], [3]:

1. Физическая или геометрическая постановка задачи;
2. Математическая постановка задачи;
3. Нейросетевая постановка задачи:
   - 3.1. Описание исходных данных;
   - 3.2. Определение входного сигнала (вектора) x_n для нейронной сети;
   - 3.3. Формирование функционала первичной оптимизации нейронной сети при решении поставленной задачи;
   - 3.4. Определение выходного сигнала (вектора) y_t нейронной сети;
   - 3.5. Определение желаемого выходного сигнала нейронной сети;
   - 3.6. Определение вектора сигнала ошибки нейронной сети при решении задачи;
   - 3.7. Формирование функционала вторичной оптимизации нейронной сети при решении поставленной задачи;
   - 3.8. Выбор метода поиска экстремума вторичной оптимизации нейронной сети через сигналы в системе;
   - 3.9. Аналитическое определение преобразования, осуществляемого нейронной сетью; выбор конкретной структуры сети;
   - 3.10. Нахождение аналитического выражения для градиента функционала оптимизации по настраиваемым параметрам для конкретной сети.
   - 3.11. Формирование алгоритма настройки нейронной сети при решении поставленной задачи;
   - 3.12. Выбор начальных условий при настройке нейронной сети;
   - 3.13. Выбор типовых входных сигналов для тестирования процесса решения поставленной задачи;
   - 3.14. Разработка плана экспериментов.

Перечисленные выше этапы синтеза нейросетевых алгоритмов решения различных математических задач определяют функциональную схему работы с пакетом программ.

Рассмотрим требования к нейросети, от которых зависит ее эффективность. Во-первых, сеть должна быть «гибкой», понимая под этим правильность решения поставленной задачи на примерах обучающей выборки, таким образом, в сети должно быть достаточное количество нейронов и связей между ними. На практике, в этом случае, прибегают, в основном, к двум способам. Первый – эвристический, когда исследователь из каких-то соображений определяет сам необходимое количество нейронов и связей между ними. Второй – обучают сеть со структурой, предлагаемой программойнейроимитатором, и, если сеть не может обучиться, пробуют обучить сеть большего размера. При выполнении этого требования основной особенностью является то, что в исходном образе не должна присутствовать противоречивая выборка (с одинаковыми исходными данными, но разными по цели). Во-вторых, обучающая выборка для сети должна быть репрезентативной и в процессе тестирования сети, и после обучения сеть должна принимать правильное решение.

Таким образом, задача обучения нейросетевого классификатора сводится к следующим этапам: подготовка представительной обучающей выборки; определение конечной цели, которую должна достигать сеть в процессе обучения; выбор типа нейросети, количества нейронов, слоев, связей между ними, а также алгоритма ее обучения.

Литература

1. Нейрокомпьютеры в системах обработки изображений. Кн. 7: / общ. ред. А.И. Галушкина. – М: Радиотехника, 2003.
2. Круглов, В.В. Нечеткая логика и искусственные нейронные сети / В.В. Круглов, М.И. Дли, Р.Ю. Голунов. – М.: Горячая линия – Телеком, 2001.
3. Коцур, Г.А. Методика представления обучающей выборки для нейросетевого классификатора его и обучение / Г.А. Коцур, А.В. Николаев, А.В. Сафонов // Научные труды ВУ войсковой ПВО ВС РФ. – Смоленск, 2003. – Вып. 9.

ТЕОРЕТИКО-МНОЖЕСТВЕННАЯ МОДЕЛЬ ОБРАБОТКИ ДАННЫХ

В.И. МУНЕРМАН

Смоленский государственный университет, г. Смоленск

Реализация операций слияния данных относится к числу наиболее сложных задач, которые возникают в процессе разработки систем управления базами данных. И при последовательной, и при параллельной реализации слияния возникает проблема оптимизации как структур и методов хранения исходных данных, так и алгоритмов их совместной обработки. Эта проблема настолько сложна, что и в настоящее время нет общих методов ее решения. Разработчики программного обеспечения СУБД используют для реализации слияний практические приемы, определяемые уровнем искусства программистов, и держат эти приемы в секрете. Существующие сегодня теоретические модели баз данных, основанные на реляционном подходе, не отвечают на вопрос о том, как эффективно реализовать операции слияния.

Пусть $A=\{A_1,\ldots,A_p\}$ – некоторая конечная система конечных множеств, а $N=\{N_1,\ldots,N_p\}$ – конечное множество элементов, называемых *име-*

нами множеств $A_1,\dots,A_p$. Множества $A_1,\dots,A_p$ могут состоять из элементов любой природы: чисел с фиксированной или плавающей точкой, строк, а также таких структур, как массивы, кортежи и тому подобные. На множествах $A_1,\dots,A_p$ могут быть заданы операции и отношения, тогда эти множества называются *типами*. *Полем записи* называется пара $F=<N_i, A_i>$ $(i=1, \dots, p)$. N_i – имя, а A_i – множество значений поля. Кортеж $R=\{F_1,\dots,F_n\}$ называется записью типа R. Кортеж вида $R^* = \{< N_1, A_1^* >, \dots, < N_n, A_n^* >\}(A_i^* \in A_i, i = 1,\dots, n)$ называется экземпляром записи типа R.

Множество $\boldsymbol{X}$ экземпляров записей типа R называется множеством записей типа R или множеством однотипных записей. Конечное множество $K = \{K_1,\dots, K_m\}$ полей записи R такое, что $K_1 = F_{\alpha_1},\dots,K_m = F_{\alpha_m}$, причем все $A_{\alpha_i}\,(i=1,\dots,m)$ типы, на которых заданы отношения порядка, называются множеством ключей, а его элементы ключами. Кортеж $K^* = \{K_1^*,\dots,K_m^*\}$, для элементов которого выполняется правило $K_i^* \in A_{\alpha_i}\,(i=1,\dots,m)$, называется экземпляром множества ключей (K_i^* называется экземпляром ключа).

Очевидно, что любая совокупность экземпляров множества ключей может быть лексикографически упорядочена. Одновременно упорядочивается и множество однотипных записей $\boldsymbol{X}$, тип которых включает множество ключей K. Две однотипные записи называются эквивалентными, если они содержат одинаковые экземпляры множества ключей. Задание множества ключей K разбивает множество однотипных записей $\boldsymbol{X}$ (индуцирует разбиение $\boldsymbol{X}$) на группы (классы), содержащие записи с одинаковыми значениями ключей – эквивалентные записи. Эти классы называются *классами эквивалентности*. Совокупность всех классов эквивалентности по отношению к заданному множеством ключей образует *фактор-множество* X_K множества однотипных записей $\boldsymbol{X}$, состоящее из классов эквивалентности – X_{K^*}. Полезно рассматривать экземпляры множества ключей, которым во множестве $\boldsymbol{X}$ не соответствует ни одна запись. Таким экземплярам множества ключей соответствует универсальная неопределенная запись Θ. Класс эквивалентности, соответствующий экземпляру множества ключей K^* и состоящий из единственной записи Θ, обозначается Θ_{K^*}

Пусть даны множество однотипных записей $\boldsymbol{X}$ и множество ключей K. Файлом называется фактор-множество множества $\boldsymbol{X}$ по отношению эквивалентности, порожденному множеством K.

Если каждый класс эквивалентности файла X_K содержит единственную запись, то файл X_K называется строго упорядоченным, если же в каждом классе эквивалентности может быть более одной записи – нестрого упорядоченным.

В терминах этой модели легко задать теоретико-множественные описания операций над файлами. Рассмотрим наиболее сложную операцию – слияние нестрого упорядоченных файлов.

Пусть X_K и Y_L – файлы, упорядоченные (возможно строго) по множествам ключей K и L, причем выполняется условие $K \cap L \neq \varnothing$, и пусть M – множество ключей, связанное с множествами K и L соотношениями:

1. $M \subseteq K \cup L$,
2. $M \cap K \neq \varnothing$ и $M \cap L \neq \varnothing$.

Это означает, что множество ключей M состоит из ключей, входящих в множества K и L, причем в M содержится, по крайней мере, по одному ключу из каждого множества. Тогда, по крайней мере, один файл X_M или Y_M нестрого упорядочен по множеству ключей M. Если $K \not\subset L$ и $L \not\subset K$, то оба файла нестрого упорядочены по множеству ключей M. Слияние файлов производится по множеству ключей M. Пусть M^* – фиксированный экземпляр множества ключей M, а K^* и L^* – такие экземпляры множеств ключей K и L, что значения одноименных ключей в M^*, K^* и L^* совпадают. Тогда можно задать вычисление класса эквивалентности файла Z_M по следующему правилу:

$$Z_{M^*} = \begin{cases} \Theta_{M^*}, & \text{если } X_{K^*} = \Theta_{K^*}, \text{ или } Y_{L^*} = \Theta_{L^*} \\ f_3(X_{K^*}, Y_{L^*}), & \text{в противном случае} \end{cases}.$$

Функция $f_3(X_{K^*}, Y_{L^*})$ определена на декартовом произведении классов эквивалентности X_{K^*} и Y_{L^*}, а ее значение состоит из всех элементов класса эквивалентности Z_M, каждый из которых, в свою очередь, вычисляется из пары элементов, принадлежащей $X_{K^*} \times Y_{L^*}$. Эта операция совпадает с реляционной операцией Join, которая тоже осуществляет слияние нестрого упорядоченных таблиц.

Предложенный подход позволяет решить многие задачи оптимизации обработки данных, в том числе и проблему распараллеливания операций.

СПОСОБ СЖАТОГО ПРЕДСТАВЛЕНИЯ И БЫСТРОГО ДОСТУПА К ИНФОРМАЦИИ НА ОСНОВЕ КАРДИНАЛЬНЫХ ДЕРЕВЬЕВ

В.В. СМИРНОВ
Филиал ГОУ ВПО «МЭИ (ТУ)» в г. Смоленске
e-mail: aist11@gmail.com

Алгебраические функции являются достаточно универсальной системой описания, позволяющей отразить не только качественные, но и количественные отношения между информационными объектами. Одним из способов задания таких функций является геометрическое место точек в *k*-мерном пространстве. На рисунке 1 приведен пример задания отношения между множествами [*Xa', Xb'*] и [*Ya'', Yb''*].

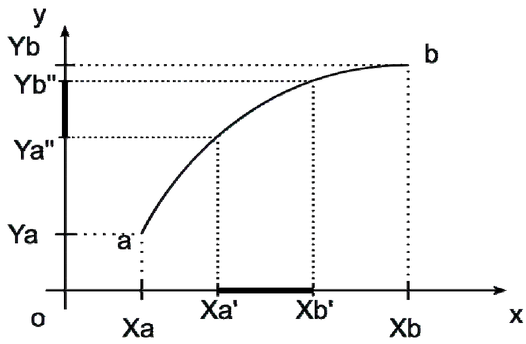


Рис. 1. Пример отображения друг на друга двух отрезков

Удобным способом описания геометрического места точек G может быть иерархическое разбиение области пространства на множество иерархически вложенных областей (ячеек) гиперкубической формы с экспоненциально убывающим размером. На рис. 2 (a) представлен вариант разбиения плоскости. Каждая ячейка закрашивается черным, если в нее попадают точки, принадлежащие G (b). Получаем семейство «изображений» графика функции с детализацией, равной линейному размеру ячейки: (c) – (f). «Закрашенные» области пространства образуют разреженное множество и могут быть представлены кардинальным деревом с возможностью проверки принадлежности произвольной точки области G с точностью до линейного размера ячейки за время $O(\log N)$, где N – общее количество закрашенных ячеек [1, 2]. На основе кардинального дерева, кодирующего разбиение пространства на вложенные области, можно организовать поиск в заданной подобласти U за время $O(M\log N)$, где N – общее количество узлов в дереве, M – количество узлов, попадающих в область U.

Указанные свойства кардинальных деревьев как метода представления алгебраических функций через иерархическую аппроксимацию G позволяют организовать метод вычисления прямой, обратной и многих частичных функций в условиях наложения ограничений, используя только одну структуру данных.

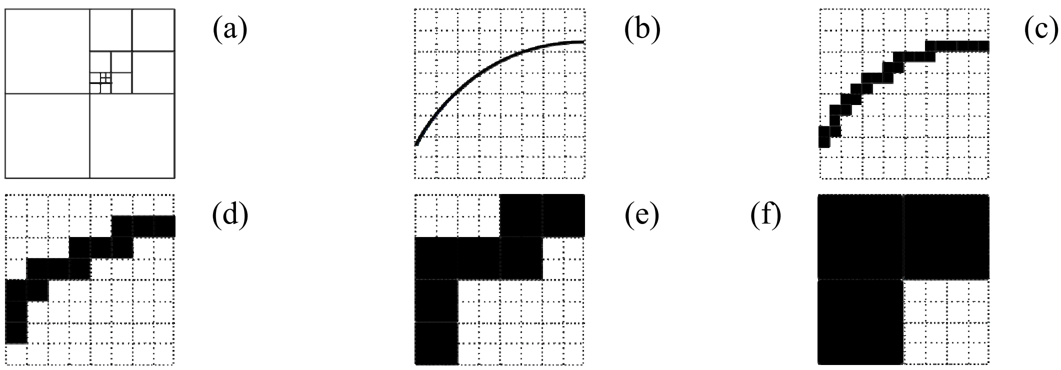


Рис. 2. Пример иерархического разбиения пространства на множество вложенных областей с экспоненциально убывающим линейным размером

Используя тот факт, что дерево может быть представлено в виде массива, а также способы сжатого представления деревьев [2, 3], разработана структура данных «динамическое сжатое кардинальное дерево», позволяющая кодировать кардинальные деревья с пространственной сложностью $O((2 + \log_2 k + \log_2 B)n)$, где k – размерность пространства для G, n – количество узлов в кардинальном дереве, B – размер битового блока, используемого для хранения данных кардинального дерева. Структура данных обеспечивает выполнение операций вставки и удаления ветвей дерева за время $O(\log n)$ и может быть использована для решения задачи приближенного вычисления обратной и частичной зависимостей на основе накопленных данных о прямой зависимости в пространствах высокой размерности.

Исходные тексты программ и сопроводительная документация будут публиковаться по адресу http://cubefs.googlecode.com.

Литература

1. Ахо, А. Структуры данных и алгоритмы / А. Ахо, В. Хопкофт, Д. Ульман. – М.: Издательский дом «Вильямс», 2001.
2. Benoit, D., Demaine, E.D., Munro, J.I., Raman, R., Raman, V., and Rao, S.S. 2005. Representing Trees of Higher Degree // *Algorithmica* 43, 4 (Dec. 2005), 275-292
3. J. I. Munro and V. Raman, Succinct representation of balanced parentheses, static trees and planar graphs/ In proc. 38th FOCS, 1997. http://citeseer.ist.psu.edu/munro99succinct.html

ИНТЕЛЛЕКТУАЛЬНАЯ СИСТЕМА ДИСТАНЦИОННОГО ОБУЧЕНИЯ

В.В. СОЛОМИН

Филиал ГОУВПО «МЭИ (ТУ)» в г.Смоленске

e-mail: vsolomin@olgalabs.com

В последнее время разработаны различные системы дистанционного обучения, предлагающие лекции для публичных пользователей с использованием информационных технологий. Некоторые из них являются системами для обеспечения сетевых лекций. Однако эти системы не могут обеспечить индивидуальные услуги обучения. Дополнительно к этому в этих системах практически невозможно индивидуально оценить знания обучающегося с учетом достоверности данной оценки, а следовательно, динамически изменять направление процесса индивидуального обучения.

Использование системы дистанционного образования «OLsEducation» предоставляет услуги индивидуального обучения с динамически изменяемым направлением процесса обучения, статическим учебным материалом и индивидуальной оценкой знаний пользователей любого элемента из множества учебного материала с учетом достоверности данной оценки.

Структура системы представлена на рисунке 1.

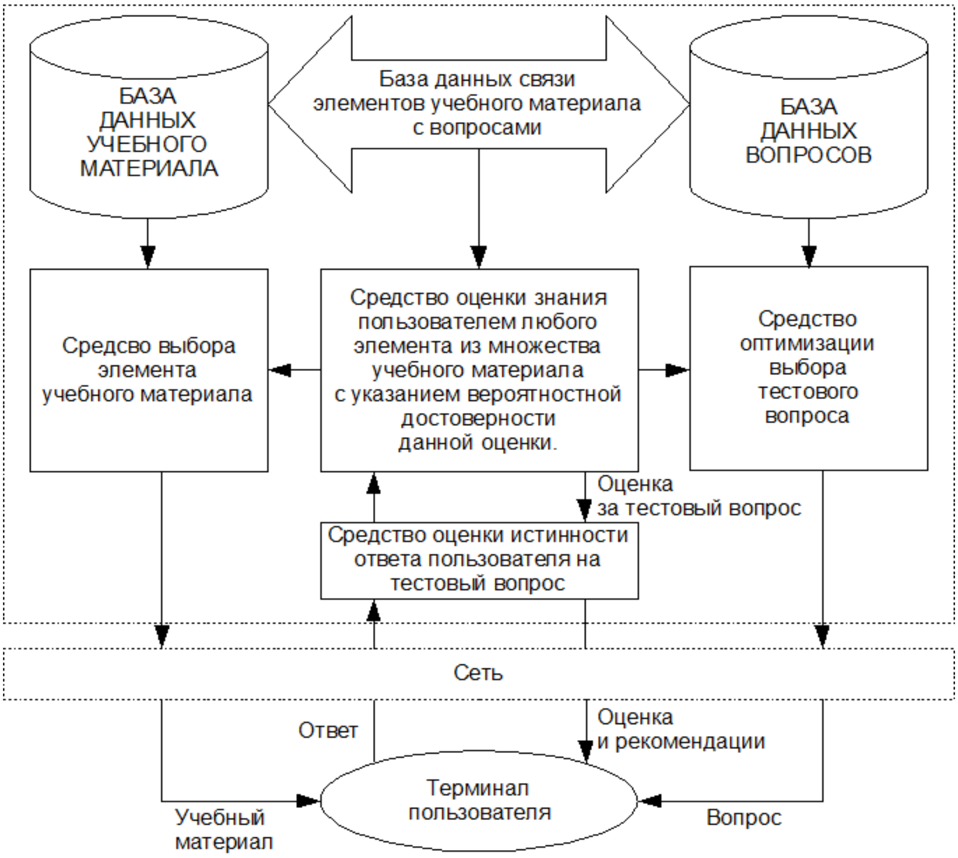


Рис. 1. Структура системы дистанционного обучения «OLsEducation»

Система «OLsEducation» содержит следующие средства:

- идентификации, предназначенное для приема идентификации и пароля от пользователя через сеть;
- аутентификации пользователя на основе как идентификации, так и пароля, с использованием базы данных аутентификации;
- обеспечения обучения, предназначенное для оказания услуг обучения с использованием, по меньшей мере, одного учебного материала для пользователя через сеть, при этом учебный материал включает множество элементов;
- выбора элемента учебного материала в соответствии с динамическим, индивидуальным учебным процессом;
- передачи выбранного элемента учебного материала через сеть;
- оптимизации выбора тестового вопроса из заданной базы данных вопросов, связанных с указанным учебным материалом, на основе результата оценки предварительно заданных вопросов с использованием заданных критериев выбора;
- оценки истинности ответа пользователя на тестовый вопрос;
- оценки знания пользователем любого элемента из учебного

материала с учетом достоверности оценки с помощью средства оценки истинности ответа пользователя на тестовый вопрос;

- передачи выбранного тестового вопроса пользователю через сеть;
- оценки для приема ответов на заданные тестовые вопросы через сеть;
- передачи оценки за пройденный учебный материал пользователю.

Система, задавая пользователю тестовые вопросы, выбирает их на основе оценки ответов на предварительно заданные вопросы из заданной заранее базы данных вопросов, связанных с указанным учебным материалом для других пользователей, ранее отвечавшим на эти вопросы. За счет этого каждый пользователь получает индивидуальный набор тестовых вопросов, выявляющий его знание элементов учебного материала.

Средство оптимизации выбора вопросов реализовано на основе модифицированной последовательной нейронной сети Кохонена. Различные конфигурации сети объединены общим понятием «Эксперт». В системе имеются 4 группы экспертов, осуществляющие выбор вопросов: случайным образом; с наибольшей вероятностью ответа данным пользователем; с наименьшей вероятностью ответа данным пользователем; с учетом отнесения пользователя к одной из известных групп пользователей, прошедших тест.

ПРЕДСТВЛЕНИЕ НЕЧЕТКИХ ИГРОВЫХ МОДЕЛЕЙ С КОАЛИЦИЯМИ НА ОСНОВЕ НЕЧЕТКИХ ПРОДУКЦИОННЫХ КОГНИТИВНЫХ КАРТ

Е.С. УСТИНЕНКОВ
Филиал ГОУВПО «МЭИ (ТУ)» в г.Смоленске
e-mail: eustin@gmail.com

Предметом теории игр являются методы принятия решений в так называемых конфликтных ситуациях. Ситуация называется конфликтной, если в ней сталкиваются интересы нескольких лиц (игроков), преследующих противоположные цели. Среди игровых моделей для более чем двух игроков появляются новые возможные взаимоотношения сторон. Так, игроки со сходными интересами могут образовывать коалиции, в рамках которых они могут действовать совместно.

Нечеткие продукционные когнитивные карты позволяют реализовать гибкую и удобную в использовании модель нечетких игровых моделей с коалициями игроков. При этом нечеткость коалиций позволяет учесть тот факт, что во многих практических задачах агент может с разной степенью участвовать в разных коалициях.

Нечеткую игровую модель можно задать следующим образом.

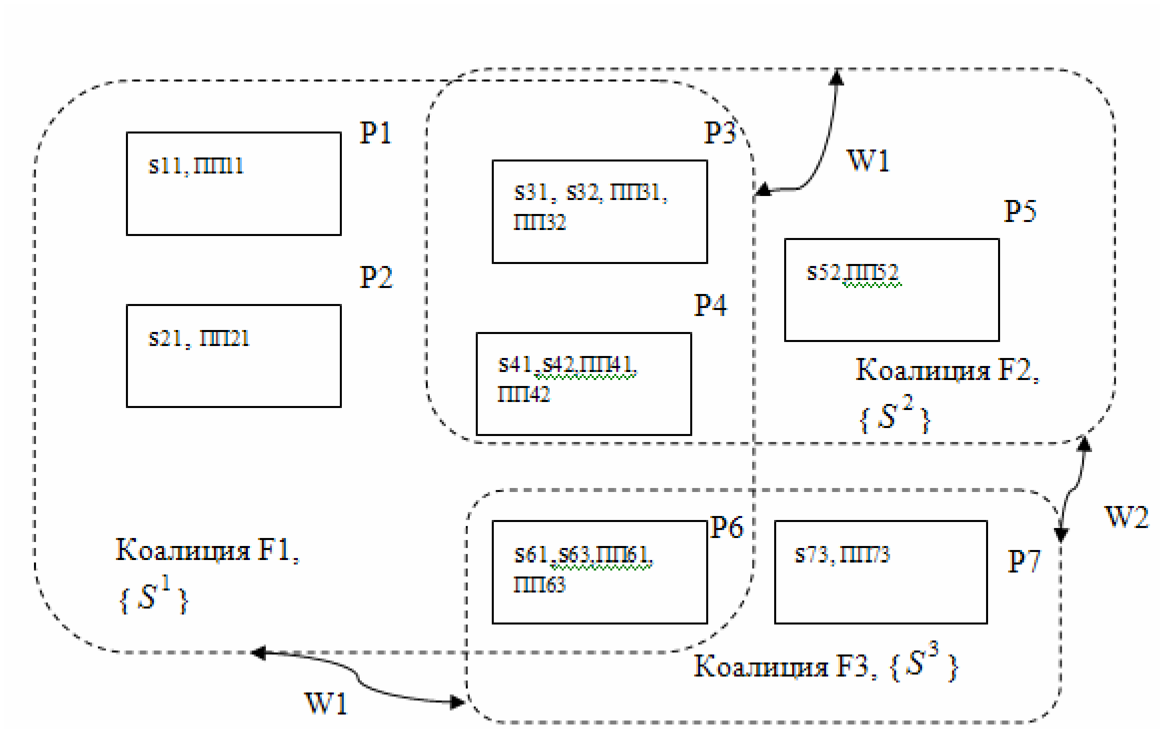


Рис. 1. Пример нечеткой игры с нечеткими коалициями

Пусть имеется PN – конечное множество игроков, N – количество игроков. Под нечеткой коалицией будем понимать вектор $s_j \in [0,1]^N$; *i*-я координата s_{ij} вектора s называется уровнем участия игрока i в нечеткой коалиции s_j. Пусть FN – множество всех нечетких коалиций.

Примем, что для нечеткой коалиции e^S уровень участия равен 1, если игрок целиком состоит в ней, и нулю, если игрок целиком не состоит в коалиции.

Для каждой *i*-й коалиции из FN задается множество общих коалиционных стратегий, определяющих альтернативы в выборах игроками плана действий в рамках коалиции. $S^i = \{S_1^i, S_2^i, ..., S_{Nsi}^i\}$.

В данной модели считается, что игроки, участвующие в коалиции, придерживаются стратегий, общих для всех участников коалиции.

Кроме того, задаются потери (нечеткие), которые несет *i*-я коалиция от *j*-й коалиции, при учете, что *i*-я коалиция придерживается стратегии S_x^i, а *j*-я коалиция придерживается стратегии S_y^j. Потери могут быть заданы в виде нечетких продукционных правил. Для каждой пары коалиций они задается в виде:

П$_{ij}$: Если коалиция S_i придерживается стратегии S_x^i, а коалиция S_i придерживается стратегии S_y^j, то выигрыш коалиции S_i равен W^{ij}.

На каждом шаге игры производится вычисление потерь для каждой пары коалиций, а также аккумулирование потерь с помощью операции S нормы: $W^i = \bigcup_j W^{ij}$.

Кроме того, полагается, что распределение выигрышей между игроками идет пропорционально степени участия игроков в коалиции.

Так, выигрыш *m*-го игрока определяется как $w_m^i = W^i s_i$.

Для представления распределения выигрыша в модели, основанной на нечеткой продукционной когнитивной карте [1], его удобнее представить в виде нечетких продукционных правил вида:

ПП$_{ij}$: Если выигрыш коалиции S_i равен W^i и степень участия m-го игрока в i-й коалиции равна s_i, то выигрыш m-го игрока равен w_m^i.

Кроме того, введем переменную M_i^k, представляющую текущий (накопленный) выигрыш игрока, в которой будет аккумулироваться выигрыш *i*-го игрока, полученный им за *k* шагов игры.

Таким образом, мы описали игровую модель произвольного числа игроков с коалициями.

Литература

1. Борисов, В.В. Обобщенные нечеткие когнитивные карты / В.В. Борисов, А.С. Федулов // Нейрокомпьютеры: разработка, применение. – 2004. – № 4. – С. 3–20.

СЕКЦИЯ 3

Математика и её приложения

ВТОРАЯ ОСНОВНАЯ ОБОБЩЕННАЯ КРАЕВАЯ ЗАДАЧА ТИПА РИМАНА ДЛЯ МЕТААНАЛИТИЧЕСКИХ ФУНКЦИЙ В КРУГЕ

В.В. АЛЕКСЕЕНКОВ
Смоленский государственный университет, г. Смоленск
e-mail: vvalekseenkov@mail.ru

Пусть $T^+ = \{z : |z| < 1\}$, $L = \{z : |z| = 1\}$, а $T^- = \overline{C} \setminus (T^+ \cup L)$, где $\overline{C} = C \cup \{\infty\}$.

Напомним (см., например, [1], с. 139), что функция $F^+(z) = U(x,y) + V(x,y)$ комплексного переменного $z = x + iy$ называется *метааналитической в круге* T^+, если она имеет в этом круге непрерывные частные производные (по x и y) до второго порядка включительно и удовлетворяет там дифференциальному уравнению

$$\frac{\partial^2 F^+(z)}{\partial \overline{z}^2} + a_1 \frac{\partial F^+(z)}{\partial \overline{z}} + a_0 F^+(z) = 0, \qquad (1)$$

где $\partial/\partial\overline{z} = (\partial/\partial x + \partial/\partial y)/2$ – дифференциальный оператор Коши-Римана, а a_0, a_1 – некоторые комплексные постоянные. В частности, если $a_0 = a_1 = 0$, то решения уравнения (1) обычно называют *бианалитическими функциями в круге* T^+.

Обозначим через λ_0 и λ_1 корни характеристического уравнения

$$\lambda^2 + a_1\lambda + a_0 = 0. \qquad (2)$$

Известно (см., например, [1], с. 139), что общее решение уравнения (1) в круге T^+ можно задать в виде

$$F^+(z) = [\varphi_0^+(z) + \overline{z}\varphi_1^+(z)]\exp\{\lambda \cdot \overline{z}\}, \text{ если } \lambda_0 = \lambda_1 = \lambda;$$

или

$$F^+(z) = \varphi_0^+(z)\exp\{\lambda_0 \cdot \overline{z}\} + \varphi_1^+(z)\exp\{\lambda_1 \cdot \overline{z}\}, \text{ если } \lambda_0 \neq \lambda_1,$$

где $\varphi_0^+(z)$, $\varphi_1^+(z)$ – произвольные аналитические (голоморфные) в T^+ функции.

По аналогии со сказанным выше функцию $F^-(z)$ будем называть *метааналитической в бесконечной области* T^-, если она представима в виде

$$F^-(z) = [\varphi_0^-(z) + \overline{z}\varphi_1^-(z)]\exp\{\lambda \cdot \overline{z}/z^m\}, \text{ если } \lambda_0 = \lambda_1 = \lambda;$$

или

$$F^-(z) = \varphi_0^-(z)\exp\{\lambda_0 \cdot \overline{z}/z^m\} + \varphi_1^-(z)\exp\{\lambda_1 \cdot \overline{z}/z^m\}, \text{ если } \lambda_0 \neq \lambda_1,$$

где $\varphi_0^-(z)$, $\varphi_1^-(z)$ – произвольные аналитические в области T^- функции, а m – фиксированное натуральное число, причем $m \geq 2$.

Определение. Функцию $F(z)$ комплексного переменного $z = x + iy$ будем называть *кусочно метааналитической функцией с линией скачков* L, если она в двух дополняющих друг друга до расширенной плоскости областях T^+ и T^- определяется так:

$$F(z) = \begin{cases} [\varphi_0^+(z) + \bar{z}\varphi_1^+(z)]\exp\{\lambda \cdot \bar{z}\}, & z \in T^+, \\ [\varphi_0^-(z) + \bar{z}\varphi_1^-(z)]\exp\{\lambda \cdot \bar{z}/z^m\}, & z \in T^-; \end{cases} \tag{3}$$

или

$$F(z) = \begin{cases} \varphi_0^+(z)\exp\{\lambda_0 \cdot \bar{z}\} + \varphi_1^+(z)\exp\{\lambda_1 \cdot \bar{z}\}, & z \in T^+, \\ \varphi_0^-(z)\exp\{\lambda_0 \cdot \bar{z}/z^m\} + \varphi_1^-(z)\exp\{\lambda_1 \cdot \bar{z}/z^m\}, & z \in T^-; \end{cases} \tag{4}$$

где $\varphi_0^+(z)$, $\varphi_1^+(z)$ ($\varphi_0^-(z)$, $\varphi_1^-(z)$) – произвольные аналитические в T^+ (T^-) функции, называемые *аналитическими компонентами* кусочно метааналитической функции $F(z)$.

При этом кусочно метааналитическую функцию $F(z)$, задаваемую формулой (3) (или (4)), назовем *исчезающей на бесконечности*, если $\Pi\{\varphi_0^-; \infty\} \geq 1$, $\Pi\{\varphi_1^-; \infty\} \geq m+1$ (или $\Pi\{\varphi_k^-; \infty\} \geq 1$ ($k = 0,1$)) соответственно, где $\Pi\{\varphi_k^-; \infty\}$ – порядок аналитической функции $\varphi_k^-(z)$ в точке $z = \infty$.

Наконец, будем говорить, что кусочно метааналитическая функция $F(z)$ с линией скачков L принадлежит классу $M_2(T^\pm) \cap H^{(1)}(L)$, если ее аналитические компоненты $\varphi_0^\pm(z)$, $\varphi_1^\pm(z)$ непрерывно продолжаются на границу L вместе со своими производными $\frac{d\varphi_0^\pm(z)}{dz}$, $\frac{d\varphi_1^\pm(z)}{dz}$, причем так, что граничные значения функций $\varphi_0^\pm(z)$, $\varphi_1^\pm(z)$ и указанных их производных удовлетворяют на L условию Гёльдера.

В настоящем сообщении рассматривается следующая краевая задача. *Требуется найти все кусочно метааналитические функции $F(z) = \{F^+(z), F^-(z)\}$ класса $M_2(T^\pm) \cap H^{(1)}(L)$, исчезающие на бесконечности и удовлетворяющие на L граничным условиям*:

$$F^+(t) = G_{11}(t)F^-(t) + G_{12}(t)\overline{F^-(t)} + g_1(t), \tag{5}$$

$$\frac{\partial F^+(t)}{\partial n_+} = -G_{21}(t)\frac{\partial F^-(t)}{\partial n_-} + G_{22}(t)\overline{\frac{\partial F^-(t)}{\partial n_-}} + it' g_2(t), \tag{6}$$

где $\partial/\partial n_+$ ($\partial/\partial n_-$) – производная по внутренней (внешней) нормали к L, $G_{kj}(t)$, $g_k(t)$ $(k = 1,2;\, j = 1,2)$ – заданные на L функции, причем $G_{k1}(t)$, $G_{k2}(t)$, $g_k(t) \in H^{(3-k)}(L)$ и $G_{k1}(t) \neq 0$ на L. Здесь, в равенстве (6), множители (–1) при $G_{21}(t)$ и it' при $g_2(t)$ введены для удобства в дальнейших обозначениях.

В дальнейшем, ради краткости, сформулированную выше задачу назовем (см. также [1], с. 287) *второй основной обобщенной* (*трехэлементной*) *краевой задачей типа Римана,* или, короче – *задачей* $\boldsymbol{GR}_{2,M}$.

Отметим, что в частном случае, когда в уравнении (1) $a_0 = a_1 = 0$, а также $G_{12}(t) \equiv G_{22}(t) \equiv 0$, задача $\boldsymbol{GR}_{2,M}$ представляет собой одну из основных *двухэлементных краевых типа Римана для бианалитических функций*, впервые поставленная Ф.Д. Гаховым в своей известной монографии [2] и имеющая многочисленные приложения в механике и математической физике.

В настоящее время методы решения основных *двухэлементных* краевых задач типа Римана в классах бианалитических и метааналитических функций достаточно хорошо разработаны (подробное изложение этих методов приводится, например, в монографии [1]).

Основной целью настоящего сообщения является построение конструктивного метода решения задачи $\boldsymbol{GR}_{2,M}$ в классах кусочно метааналитических функций с линией скачков $L = \{t : |t| = 1\}$, задаваемых формулой вида (4).

Итак, учитывая представление (4), соотношение (см. [2], с. 304)

$$\frac{\partial}{\partial n_\pm} = \pm i\left(t' \frac{\partial}{\partial t} - \bar{t}' \frac{\partial}{\partial \bar{t}} \right), \quad t' = it\,,$$

а также то, что на окружности L имеем тождество $\bar{t} = 1/t$, краевые условия (5) и (6) можно переписать в виде:

$$\varphi_0^+(t)\exp\{\lambda_0/t\} + \varphi_1^+(t)\exp\{\lambda_1/t\} = G_{11}(t)\Big(\varphi_0^-(t)\exp\{\lambda_0/t^{m+1}\} + \varphi_1^-(t)\exp\{\lambda_1/t^{m+1}\}\Big) +$$
$$+ G_{12}(t)\Big(\overline{\varphi_0^-(t)}\exp\{\overline{\lambda_0}\cdot t^{m+1}\} + \overline{\varphi_1^-(t)}\exp\{\overline{\lambda_1}\cdot t^{m+1}\}\Big) + g_1(t)\,, \tag{7}$$

$$\left(\frac{d\varphi_0^+(t)}{dt} + \frac{\lambda_0}{t^2}\varphi_0^+(t)\right)\exp\{\lambda_0/t\} + \left(\frac{d\varphi_1^+(t)}{dt} + \frac{\lambda_1}{t^2}\varphi_1^+(t)\right)\exp\{\lambda_1/t\} =$$
$$= G_{21}(t)\cdot\Bigg[\left(\frac{d\varphi_0^-(t)}{dt} + \frac{\lambda_0(1-m)}{t^{m+2}}\varphi_0^-(t)\right)\exp\{\lambda_0/t^{m+1}\} +$$
$$+ \left(\frac{d\varphi_1^-(t)}{dt} + \frac{\lambda_1(1-m)}{t^{m+2}}\varphi_1^-(t)\right)\exp\{\lambda_1/t^{m+1}\}\Bigg] - \tag{8}$$
$$- \frac{G_{22}(t)}{t^2}\cdot\Bigg[\overline{\left(\frac{d\varphi_0^-(t)}{dt} + \frac{\lambda_0(1-m)}{t^{m+2}}\varphi_0^-(t)\right)\exp\{\lambda_0/t^{m+1}\} +}$$
$$\overline{+ \left(\frac{d\varphi_1^-(t)}{dt} + \frac{\lambda_1(1-m)}{t^{m+2}}\varphi_1^-(t)\right)\exp\{\lambda_1/t^{m+1}\}}\Bigg] + g_2(t)\,.$$

Разделив равенство (7) на $\exp\{\lambda_0/t\} \neq 0$, перепишем его в виде:

$$\varphi_0^+(t) = \widetilde{G}_{11}(t)\cdot\varphi_0^-(t) + \widetilde{G}_{12}(t)\cdot\overline{\varphi_0^-(t)} + Q_1(t)\,, \quad t \in L\,, \tag{9}$$

где

$$Q_1(t) = -\varphi_1^+(t)\exp\{\lambda_1/t - \lambda_0/t\} + G_{11}(t)\exp\{\lambda_1/t^{m+1} - \lambda_0/t\}\cdot\varphi_1^-(t) +$$
$$+ G_{12}(t)\exp\{\overline{\lambda_1}\cdot t^{m+1} - \lambda_0/t\}\cdot\overline{\varphi_1^-(t)} + g_1(t)\exp\{-\lambda_0/t\}, \qquad (9a)$$
$$\widetilde{G}_{11}(t) = G_{11}(t)\cdot\exp\{\lambda_0/t^{m+1} - \lambda_0/t\}, \quad \widetilde{G}_{12}(t) = G_{12}(t)\cdot\exp\{\overline{\lambda_0}\cdot t^{m+1} - \lambda_0/t\}.$$

Считая временно $Q_1(t)$ известной функцией, равенство (9) будем рассматривать как граничное условие скалярной *трехэлементной краевой задачи типа Римана* относительно *исчезающей на бесконечности кусочно аналитической функции* $\varphi_0(z) = \{\varphi_0^+(z), \varphi_0^-(z)\}$ с линией скачков $L = \{t : |t| = 1\}$ (см., например, [3], с. 222).

В свою очередь, хорошо известно (см., например, [3], с. 222), что в случае, когда линия скачков есть окружность $L = \{t : |t| = 1\}$, трехэлементную задачу Римана вида (9) можно свести к следующей векторно-матричной задаче Римана для кусочно аналитического вектора:

$$\Psi^+(t) = G(t)\Psi^-(t) + Q(t), \qquad (10)$$

где $\Psi^\pm(z) = \begin{pmatrix} \varphi_0^\pm(z) \\ \widetilde{\varphi}_0^\pm(z) \end{pmatrix}$,

$$G(t) = \begin{pmatrix} \dfrac{|\widetilde{G}_{11}(t)|^2 - |\widetilde{G}_{12}(t)|^2}{\overline{\widetilde{G}_{11}(t)}} & \dfrac{t\widetilde{G}_{12}(t)}{\overline{\widetilde{G}_{11}(t)}} \\ -\dfrac{\overline{t\widetilde{G}_{12}(t)}}{\overline{\widetilde{G}_{11}(t)}} & \dfrac{1}{\overline{\widetilde{G}_{11}(t)}} \end{pmatrix}, \quad Q(t) = \begin{pmatrix} \dfrac{\overline{\widetilde{G}_{11}(t)}Q_1(t) - \widetilde{G}_{12}(t)\overline{Q_1(t)}}{\overline{\widetilde{G}_{11}(t)}} \\ -\dfrac{\overline{tQ_1(t)}}{\overline{\widetilde{G}_{11}(t)}} \end{pmatrix}; \qquad (10a)$$

здесь $\widetilde{\varphi}_0^+(z)$ и $\widetilde{\varphi}_0^-(z)$ – функции, определенные по формулам

$$\widetilde{\varphi}_0^+(z) = \frac{1}{z}\overline{\varphi_0^-}\left(\frac{1}{z}\right), \quad \widetilde{\varphi}_0^-(z) = \frac{1}{z}\overline{\varphi_0^+}\left(\frac{1}{z}\right),$$

будут аналитическими в областях T^+ и T^- соответственно, причем их граничные значения удовлетворяют следующим условиям «симметрии»:

$$\widetilde{\varphi}_0^+(t) = \overline{t\varphi_0^-(t)}, \quad \widetilde{\varphi}_0^-(t) = \overline{t\varphi_0^+(t)}, \quad t \in L. \qquad (11)$$

Из структуры матрицы $G(t)$, задаваемой формулой (10a), нетрудно заметить, что если выполняется условие

$$|\widetilde{G}_{11}(t)| \equiv |\widetilde{G}_{12}(t)|, \quad t \in L,$$

то векторно-матричная задача Римана (10) будет иметь так называемый «треугольный вид» и, следовательно, ее решение сводится к последовательному решению двух обычных скалярных задач Римана в классах кусочно аналитических функций с линией скачков L (см., например, [1], с. 272).

Если же всюду на L выполняется условие

$$\left|\widetilde{G}_{11}(t)\right| \neq \left|\widetilde{G}_{12}(t)\right|, \quad t \in L,$$

то нетрудно проверить, что все главные миноры матрицы $G(t)$ отличны от нуля на L. Следовательно (см. [1], с. 261), в этом случае для векторно-матричной задачи Римана вида (10) выполняются все условия теоремы 18.1 из монографии [1]. Поэтому, пользуясь методом, предложенным в [1], получим следующий результат: решение векторно-матричной задачи Римана (10) сводится к последовательному решению обобщенной скалярной задачи Римана вида

$$\widetilde{\varphi}_0^+(t) - \frac{\widetilde{G}_{11}(t)}{\left|\widetilde{G}_{11}(t)\right|^2 - \left|\widetilde{G}_{12}(t)\right|^2} \widetilde{\varphi}_0^-(t) + \int_L B(t,\tau)\widetilde{\varphi}_0^-(\tau)d\tau = q(t) \qquad (12а)$$

и обычной скалярной задачи Римана вида

$$\varphi_0^+(t) = \frac{\left|\widetilde{G}_{11}(t)\right|^2 - \left|\widetilde{G}_{12}(t)\right|^2}{\overline{\widetilde{G}_{11}(t)}} \varphi_0^-(t) + \frac{t\widetilde{G}_{12}(t)}{\overline{\widetilde{G}_{11}(t)}} \varphi_0^-(t) + \frac{\overline{\widetilde{G}_{11}(t)} Q_1(t) - \widetilde{G}_{12}(t)\overline{Q_1(t)}}{\overline{\widetilde{G}_{11}(t)}}, \qquad (12б)$$

где функции $B(t,\tau)$ и $q(t)$ определенным образом выражаются через коэффициенты задачи $\boldsymbol{GR}_{2,M}$.

Далее, в каждом из двух случаев: 1) $|\widetilde{G}_{11}(t)| \equiv |\widetilde{G}_{12}(t)|$, $t \in L$ и 2) $|\widetilde{G}_{11}(t)| \neq |\widetilde{G}_{12}(t)|$, $t \in L$, решая соответствующие краевые задачи для аналитических функций, например, методами, изложенными в [1], [2], в случае их разрешимости получим

$$\varphi_0^+(t) = -\exp\{\lambda_1/t - \lambda_0/t\}\varphi_1^+(t) + \int_L A^+(t,\tau)\varphi_1^+(\tau)d\tau + \int_L B^+(t,\tau)\overline{\varphi_1^+(\tau)}d\tau +$$
$$+ \int_L D^+(t,\tau)\varphi_1^-(\tau)d\tau + \int_L E^+(t,\tau)\overline{\varphi_1^-(\tau)}d\tau + g^+(t), \qquad (13)$$

и

$$\varphi_0^-(t) = -\exp\{(\lambda_1 - \lambda_0)/t^{m+1}\}\varphi_1^-(t) + \int_L A^-(t,\tau)\varphi_1^+(\tau)d\tau + \int_L B^-(t,\tau)\overline{\varphi_1^+(\tau)}d\tau +$$
$$+ \int_L D^-(t,\tau)\varphi_1^-(\tau)d\tau + \int_L E^-(t,\tau)\overline{\varphi_1^-(\tau)}d\tau + g^-(t), \qquad (14)$$

где функции $A^\pm(t,\tau)$, $B^\pm(t,\tau)$, $D^\pm(t,\tau)$, $E^\pm(t,\tau)$, $g^\pm(t)$ определенным образом выражаются через известные функции задачи $\boldsymbol{GR}_{2,M}$ (в силу громоздкости мы не выписываем эти выражения), причем с учетом наложенных на коэффициенты задачи $\boldsymbol{GR}_{2,M}$ ограничений ядра $A^\pm(t,\tau)$, $B^\pm(t,\tau)$, $D^\pm(t,\tau)$, $E^\pm(t,\tau)$ будут принадлежать классу $H_*^{(2)}(L \times L)$, а функции $g^\pm(t)$ – классу $H^{(2)}(L)$.

Дифференцируя обе части тождеств (13) и (14) по t, имеем:

$$\frac{d\varphi_0^+(t)}{dt} = -\exp\{\lambda_1/t - \lambda_0/t\}\frac{d\varphi_1^+(t)}{dt} + \frac{\lambda_1-\lambda_0}{t^2}\exp\{\lambda_1/t-\lambda_0/t\}\varphi_1^+(t) +$$

$$+\int_L \frac{\partial A^+(t,\tau)}{\partial t}\varphi_1^+(\tau)d\tau + \int_L \frac{\partial B^+(t,\tau)}{\partial t}\overline{\varphi_1^+(\tau)}d\tau + \tag{15}$$

$$+\int_L \frac{\partial D^+(t,\tau)}{\partial t}\varphi_1^-(\tau)d\tau + \int_L \frac{\partial E^+(t,\tau)}{\partial t}\overline{\varphi_1^-(\tau)}d\tau + \frac{dg^+(t)}{dt},$$

и

$$\frac{d\varphi_0^-(t)}{dt} = -\exp\{(\lambda_1-\lambda_0)/t^{m+1}\}\frac{d\varphi_1^-(t)}{dt} + \frac{(\lambda_1-\lambda_0)(m+1)}{t^{m+2}}\exp\{(\lambda_1-\lambda_0)/t^{m+1}\}\varphi_1^-(t) +$$

$$+\int_L \frac{\partial A^-(t,\tau)}{\partial t}\varphi_1^+(\tau)d\tau + \int_L \frac{\partial B^-(t,\tau)}{\partial t}\overline{\varphi_1^+(\tau)}d\tau + \tag{16}$$

$$+\int_L \frac{\partial D^-(t,\tau)}{\partial t}\varphi_1^-(\tau)d\tau + \int_L \frac{\partial E^-(t,\tau)}{\partial t}\overline{\varphi_1^-(\tau)}d\tau + \frac{dg^-(t)}{dt}.$$

Подставив теперь в краевое условие (8) вместо функций $\varphi_0^\pm(t)$ и $\frac{d\varphi_0^\pm(t)}{dt}$ их выражения из (13)-(16) и разделив обе части полученного равенства на $2\frac{\lambda_1-\lambda_0}{t^2}\exp\{\lambda_1/t\}\neq 0$, будем иметь

$$\varphi_1^+(t) + \int_L A(t,\tau)\varphi_1^+(\tau)d\tau + \int_L B(t,\tau)\overline{\varphi_1^+(\tau)}d\tau =$$

$$= \widetilde{G}_{21}(t)\varphi_1^-(t) + \widetilde{G}_{22}(t)\overline{\varphi_1^-(t)} + \cdot\int_L D(t,\tau)\varphi_1^-(\tau)d\tau + \int_L E(t,\tau)\overline{\varphi_1^-(\tau)}d\tau + Q(t), \tag{17}$$

где

$$\widetilde{G}_{21}(t) = \frac{1}{t^m}G_{21}(t)\exp\{\lambda_1/t^{m+1} - \lambda_1/t\},\quad \widetilde{G}_{22}(t) = -\frac{\overline{\lambda_1}-\overline{\lambda_0}}{\lambda_1-\lambda_0}t^{m+2}G_{22}(t)\exp\{\overline{\lambda_1}\cdot t^{m+1} - \lambda_1/t\},$$

а ядра $A(t,\tau)$, $B(t,\tau)$, $D(t,\tau)$, $E(t,\tau)$ принадлежат классу $H_*^{(1)}(L\times L)$ и определенным образом выражаются через коэффициенты задачи $\boldsymbol{GR}_{2,\mathrm{M}}$, а $Q(\zeta)\in H^{(1)}(L)$.

Равенство (17) представляет собой граничное условие обобщенной краевой задачи Римана *нормального типа* для кусочно аналитической функции $\{\varphi_1^+(z),\varphi_1^-(z)\}$, исчезающей на бесконечности, которая хорошо известна по работам Р.С. Исаханова, Н.П. Векуа, Н.Г. Анищенковой и др.

Решая задачу (17), например, методом, предложенным в [4], найдем функции $\varphi_1^{\pm}(z)$.

Затем, подставив граничные значения $\varphi_1^{\pm}(t)$ найденных функций $\varphi_1^{\pm}(z)$ в правую часть выражения (9а) для $Q_1(t)$ и решив задачу Римана с сопряжением (9) в классе кусочно аналитических функций, исчезающих на бесконечности, найдем функции $\varphi_0^{\pm}(z)$.

Таким образом, получили следующий результат.

Теорема. *Пусть* $L=\{t:|t|=1\}$, *функции* $G_{k1}(t)$, $G_{k2}(t)$, $g_k(t)\in H^{(3-k)}(L)$ ($k=1,2$), *и характеристическое уравнение* (2) *имеет два различных корня* λ_0 *и* λ_1. *Тогда:*

если $\left|\widetilde{G}_{11}(t)\right|\equiv\left|\widetilde{G}_{12}(t)\right|$ *на* L, *то решение задачи* $\boldsymbol{GR}_{2,\mathrm{M}}$ *сводится к последовательному решению в классах кусочно аналитических функций обобщенной скалярной задачи Римана вида* (17) *и двух обычных скалярных задач Римана*;

если же $\left|\widetilde{G}_{11}(t)\right|\neq\left|\widetilde{G}_{12}(t)\right|$ *на* L, *то решение задачи* $\boldsymbol{GR}_{2,\mathrm{M}}$ *сводится к последовательному решению в классах кусочно аналитических функций двух обобщенных скалярных задачи Римана вида* (17) *и* (12а) *и одной обычной задачи Римана* (12б).

Кроме того, задача $\boldsymbol{GR}_{2,\mathrm{M}}$ *разрешима тогда и только тогда, когда одновременно разрешимы указанные задачи Римана для аналитических функций.*

Литература

1. Расулов, К.М. Краевые задачи для полианалитических функций и некоторые их приложения / К.М. Расулов. – Смоленск, 1998. – 344 с.
2. Гахов, Ф.Д. Краевые задачи / Ф.Д. Гахов. – М.: Наука, 1977. – 640 с.
3. Литвинчук, Г.С. Краевые задачи и сингулярные интегральные уравнения со сдвигом / Г.С. Литвинчук. – М.: Наука, 1977. – 448 с.
4. Анищенкова, Н.Г. Трехэлементные краевые задачи типа Римана для бианалитических функций: дис. ... канд. физ.-мат. наук: 01.01.01 / Анищенкова Надежда Геннадьевна. – Смоленск, 2002. – 120 с.

О РЕШЕНИИ ПЕРВОЙ ЧЕТЫРЕХЭЛЕМЕНТНОЙ КРАЕВОЙ ЗАДАЧИ ТИПА КАРЛЕМАНА ДЛЯ БИАНАЛИТИЧЕСКИХ ФУНКЦИЙ В СЛУЧАЕ ОКРУЖНОСТИ

Н.Н. БОГДАНОВА, К.М. РАСУЛОВ
Смоленский государственный университет, г. Смоленск

Пусть T^+ – конечная односвязная область на плоскости комплексного переменного $z = x + iy$, ограниченная простым замкнутым контуром Ляпунова L, а $T^- = \overline{C} \setminus (T^+ \cup L)$.

В дальнейшем в основном будем пользоваться терминологией, принятой в монографии [1].

Рассматривается следующая краевая задача. *Требуется найти все кусочно бианалитические функции* $F(z) = \{F^+(z), F^-(z)\}$ *класса* $A_2(T^\pm) \cap H^{(2)}(L)$, *исчезающие на бесконечности и удовлетворяющие на* L *условиям*:

$$A_{k1}(t)\overline{\frac{\partial F^+(t)}{\partial x^{2-k}\partial y^{k-1}}} + (-1)^{k-1} A_{k2}(t)\frac{\partial F^+[\alpha(t)]}{\partial x^{2-k}\partial y^{k-1}} =$$

$$= G_{k1}(t)\overline{\frac{\partial F^-(t)}{\partial x^{2-k}\partial y^{k-1}}} + (-1)^{k-1} G_{k2}(t)\frac{\partial F^-[\alpha(t)]}{\partial x^{2-k}\partial y^{k-1}} + (-i)^{k-1} g_k(t), \qquad (1)$$

$$k = 1,2,$$

где $A_{kj}(t), G_{kj}(t),\ g_k(t)\ (k = 1,2;\ j = 1,2)$ - *заданные на* L *функции класса* $H(L)$ (*Гельдера*), $\alpha(t)$ - *прямой или обратный сдвиг контура L, удовлетворяющий условию Карлемана*:

$$\alpha[\alpha(t)] = t. \qquad (*)$$

Следуя работе авторов [2], сформулированную задачу будем называть *первой четырехэлементной краевой задачей типа Карлемана в классах бианалитических функций* или, короче, *задачей* $\boldsymbol{K}_{41}$, а соответствующую однородную задачу ($g_1(t) \equiv g_2(t) \equiv 0$) назовем *задачей* $\boldsymbol{K}_{41}^0$.

Сразу отметим, что задача $\boldsymbol{K}_{41}$ является естественным обобщением известных (см., например, [1]) двухэлементных краевых задач типа Римана и типа Газемана в классах бианалитических функций.

В работах [3], [4] задача $\boldsymbol{K}_{41}$ изучалась при условии $A_{11}(t) \equiv A_{21}(t) \equiv 0$, $A_{12}(t) \equiv A_{22}(t) \equiv 1$ и $\alpha(t) \equiv t$. Кроме того, в частном случае, когда $\alpha(t) \equiv t$, задача $\boldsymbol{K}_{41}$ была подробно исследована в диссертации Ю.А. Медведева [5].

Далее будем пользоваться следующими обозначениями:

$$\Delta_k(t) = A_{k1}(t)\overline{G_{k1}[\alpha(t)]} - \overline{A_{k2}[\alpha(t)]}G_{k2}(t), \quad t \in L, \quad k = 1,2,$$
$$\Delta_{k1}(t) = A_{k1}(t)\overline{A_{k1}[\alpha(t)]} - A_{k2}(t)\overline{A_{k2}[\alpha(t)]}, \quad t \in L, \quad k = 1,2,$$
$$\Delta_{k2}(t) = G_{k1}(t)\overline{G_{k1}[\alpha(t)]} - G_{k2}(t)\overline{G_{k2}[\alpha(t)]}, \quad t \in L, \quad k = 1,2,$$
$$V_k(t) = \overline{A_{k1}[\alpha(t)]}G_{k2}(t) - A_{k2}(t)\overline{G_{k1}[\alpha(t)]}, \quad t \in L, \quad k = 1,2.$$

В настоящем сообщении получены эффективные методы решения задачи $\boldsymbol{K}_{41}$ в случае, когда $L=\{t:|t|=1\}$ и во всех точках этой окружности выполняются:

1) либо условия

$$\Delta_{k1}(t)\neq 0 \text{ и } \Delta_{k2}(t)\neq 0; \tag{2}$$

2) либо для каждого из двух значений параметра k выполняется одно из следующих условий

$$\Delta_{k1}(t)\equiv 0,\quad \Delta_{k2}(t)\neq 0,\quad t\in L,\quad k=1{,}2, \tag{3}$$

$$\Delta_{k2}(t)\equiv 0,\quad \Delta_{k1}(t)\neq 0,\quad t\in L,\quad k=1{,}2, \tag{4}$$

$$\Delta_{k1}(t)\equiv 0,\quad \Delta_{k2}(t)\equiv 0,\quad t\in L,\quad k=1{,}2; \tag{5}$$

3) либо при одном значении параметра k выполняется условие (2), а при другом значении этого параметра выполняется одно из условий (3)-(5).

Литература

1. Расулов, К.М. Краевые задачи для полианалитических функций и некоторые их приложения / К.М. Расулов. – Смоленск: СГПУ, 1998. – 343с.
2. Расулов, К.М. О некоторых случаях эффективного решения основных четырехэлементных краевых задач типа Карлемана в классах бианалитических функций / К.М. Расулов, Н.Н. Богданова // Исследования по краевым задачам комплексного анализа и дифференциальным уравнениям / Смоленский гос. ун–т. – Смоленск, 2007. – Вып. 8. – С. 71 – 75.
3. Анищенкова, Н.Г. Трехэлементные краевые задачи типа Римана для бианалитических функций: дис. … канд. физ.-мат. наук: 01.01.01 / Анищенкова Надежда Геннадьевна. - Смоленск, 2002. – 120 с.
4. Анищенкова, Н.Г. О решении обобщенной краевой задачи типа Римана для бианалитических функций в круге / Н.Г. Анищенкова, Э.И. Зверович, К. М. Расулов // Докл. НАН Беларуси. – 2002. – Т.45, N 6. – С. 22-25.
5. Медведев, Ю.А. Четырехэлементные краевые задачи типа задачи Римана в классах бианалитических функций: дис. … канд. физ.-мат. наук: 01.01.01 / Медведев Юрий Анатольевич. – Смоленск, 2007. – 115с.

О ПЕРВОЙ ОСНОВНОЙ КРАЕВОЙ ЗАДАЧЕ ТИПА РИМАНА ДЛЯ ТРИАНАЛИТИЧЕСКИХ ФУНКЦИЙ В ПЛОСКОСТИ СО ЩЕЛЯМИ

И.Б. БОЛОТИН

Смоленский государственный университет, г. Смоленск

1. Постановка задачи. Исключим из полной комплексной плоскости попарно непересекающиеся отрезки действительной оси $[a_m;b_m]$ ($m=1,2,\ ...,n$, $n\in N$) и пусть D есть оставшаяся область. Под границей L

области D будем понимать выброшенные отрезки (разрезы). Таким образом, $L=\bigcup\limits_{m=1}^{n}\left[a_m;b_m\right]$ и $D=\overline{C}\setminus L$.

В дальнейшем в основном будем пользоваться терминами и обозначениями, принятыми в [1].

Следуя Н.И. Мусхелишвили (см. [2]), концы контура L будем называть узлами и обозначать c_p ($p=1,2,\ldots,2n$)

Определение. Будем говорить, что функция $f(t)$ является функцией почти k-го порядка ($k\in N_0$), если на контуре L она удовлетворяет условию Гельдера всюду, за исключением, быть может, узлов, где допустима оценка

$$\left|f(t)\right|<\frac{const}{\left|t-c_p\right|^{\gamma+k}},\quad 0\le\gamma<1.$$

Определение. Будем говорить, что трианалитическая в области D функция $F(z)$ принадлежит классу $A_3(D)\bigcap I^{(4)}(L)$, если она непрерывно продолжается на контур L вместе со своими частными производными $\dfrac{\partial^{\alpha+\beta}F(z)}{\partial z^{\alpha}\partial\bar{z}^{\beta}}$ ($\alpha=0,1,2$; $\beta=0,1,2$), причем так, что граничные значения этой функции и всех указанных производных по z являются функциями почти второго порядка.

Рассмотрим следующую краевую задачу. *Требуется найти все трианалитические функции $F(z)$, принадлежащие классу $A_3(D)\bigcap I^{(4)}(L)$, исчезающие на бесконечности, ограниченные вблизи узлов контура L и удовлетворяющие во всех внутренних точках L следующим краевым условиям:*

$$\frac{\partial^2F^+(t)}{\partial x^{3-k}\partial y^{k-1}}=G_k(t)\frac{\partial^2F^-(t)}{\partial x^{3-k}\partial y^{k-1}}+i^{k-1}\cdot g_k(t),\ k=1,2,3,\tag{1}$$

где $G_k(t)$, $g_k(t)$ – заданные на L функции класса $H^2(L)$, причем $G_k(t)\neq 0$ на L. Здесь в равенствах (1) множитель i^{k-1} введен для удобства в дальнейших обозначениях.

Ради краткости сформулированную задачу будем называть *задачей $R_{3,1}$ в плоскости со щелями.*

Отметим, что задача $R_{3,1}$, поставленная в монографии Ф.Д. Гахова (см, например, [3]), в непрерывной постановке была полностью исследована в работах К.М. Расулова (см., например, [1]).

2. О решении задачи $R_{3,1}$ в плоскости со щелями. Известно (см. [1], [3]), что всякую исчезающую на бесконечности трианалитическую функцию $F(z)$ с линией скачков L можно представить в виде:

$$F(z)=\varphi_0(z)+\bar{z}\varphi_1(z)+\bar{z}^2\varphi_2(z),\tag{2}$$

где $\varphi_0(z)$, $\varphi_1(z)$, $\varphi_2(z)$ – аналитические в области D функции (аналитические компоненты трианалитической функции), причем

$$\prod\{\varphi_k, \infty\} \geq 1+s, \ s=0,1,2.$$

Будем искать решение задачи $\boldsymbol{R}_{3,1}$ в виде:

$$F(z)=f_0(z)+(\bar{z}-z)f_1(z)+(\bar{z}-z)^2 f_2(z), \tag{3}$$

где $f_0(z)$, $f_1(z)$, $f_2(z)$ – аналитические в области D функции, связанные с аналитическим компонентами формулами: $\varphi_0(z)=f_0(z)-zf_1(z)+z^2 f_2(z)$, $\varphi_1(z)=f_1(z)-2zf_2(z)$, $\varphi_2(z)=f_2(z)$.

Используя представление (3), краевые условия (1) можно переписать в виде:

$$\Phi_k^+(t)=G_k(t)\Phi_k^-(t)+Q_k(t), \quad k=1,2,3, \tag{4}$$

где $\Phi_k(z)=\dfrac{d^{3-k} f_{k-1}(z)}{dz^{3-k}}$, а $Q_k(t)$ – вполне определенные функции, причем $Q_1(t)=g_1(t)$.

Таким образом, удается получить следующий основной результат.

Теорема. *Решение задачи* $R_{3,1}$ *в плоскости со щелями сводится к последовательному решению трех скалярных задач Римана вида* (4) *в классах кусочно аналитических функций, имеющих ноль третьего порядка на бесконечности и бесконечность интегрируемого порядка в узлах контура* L.

Литература

1. Расулов, К.М. Краевые задачи для полианалитических функций и некоторые их приложения / К.М. Расулов. – Смоленск: СГПУ, 1998. – 344 с.
2. Мусхелишвили, Н.И. Сингулярные интегральные уравнения / Н.И. Мусхелишвили. – М.: Наука, 1968. – 511 с.
3. Гахов, Ф.Д. Краевые задачи / Ф.Д. Гахов. – М.: Наука, 1977. – 640 с.

ВТОРАЯ ОСНОВНАЯ ЧЕТЫРЕХЭЛЕМЕНТНАЯ КРАЕВАЯ ЗАДАЧА ТИПА РИМАНА ДЛЯ МЕТААНАЛИТИЧЕСКИХ ФУНКЦИЙ

Д.С. БУКАЧЕВ, К.М. РАСУЛОВ
Смоленский государственный университет, г. Смоленск

Пусть T^+ – конечная односвязная область на плоскости комплексного переменного $z=x+iy$, ограниченная простым гладким замкнутым контуром L, $T^-=\overline{C}\setminus(T^+\cup L)$. Для определенности будем предполагать, что точка $z=0$ принадлежит области T^+.

В дальнейшем в основном будем придерживаться терминов и обозначений, принятых в [1].

Определение 1. *Кусочно метааналитической функцией с линией скачков L* будем называть функцию $F(z)$, которая в двух дополняющих друг друга до полной комплексной плоскости областях T^+ и T^- определяется так:

$$F(z)=\begin{cases} F^+(z)=\left[\varphi_0^+(z)+\bar{z}\varphi_1^+(z)\right]\exp\{\lambda\bar{z}\}, & z\in T^+, \\ F^-(z)=\left[\varphi_0^-(z)+\bar{z}\varphi_1^-(z)\right]\exp\{\lambda\dfrac{\bar{z}}{z^m}\}, & z\in T^-, \end{cases} \qquad (1)$$

или

$$F(z)=\begin{cases} F^+(z)=\varphi_0^+(z)\exp\{\lambda_0\bar{z}\}+\varphi_1^+(z)\exp\{\lambda_1\bar{z}\}, & z\in T^+, \\ F^-(z)=\varphi_0^-(z)\exp\{\lambda_0\dfrac{\bar{z}}{z^m}\}+\varphi_1^-(z)\exp\{\lambda_1\dfrac{\bar{z}}{z^m}\}, & z\in T^-, \end{cases} \qquad (2)$$

где $m\in N\setminus\{1\}$, $\varphi_k^\pm(z)\in A(T^\pm)$, $k=0,1$, а λ, λ_0 и λ_1 – некоторые комплексные постоянные ($\lambda_0\neq\lambda_1$), причем в каждой точке $t\in L$ существуют конечные пределы:

$$\lim_{z\to t\in L}F^+(z)=F^+(t), \quad \lim_{z\to t\in L}F^-(z)=F^-(t).$$

Обычно функции $\varphi_k^\pm(z)\in A(T^\pm)$ $(k=0,1)$ называются *аналитическими компонентами* кусочно метааналитической функции $F(z)$.

При этом кусочно метааналитическую функцию $F(z)$, задаваемую формулой (1) (или (2)), будем называть *исчезающей на бесконечности*, если $\Pi\{\varphi_k^-,\infty\}\geq k+1$ ($\Pi\{\varphi_k^-,\infty\}\geq 1$), где $k=0,1$.

Определение 2. Будем говорить, *что кусочно метааналитическая функция $F^\pm(z)$ принадлежит классу $M_2(T^\pm)\cap H^{(1)}(L)$*, если ее аналитические компоненты непрерывно продолжаются на границу L вместе со своими производными $\dfrac{\partial\varphi_k(z)}{\partial z}$ ($k=0,1$), причем так, что граничные значения функций $\varphi_k^\pm(z)\in A(T^\pm)$ $(k=0,1)$ и указанных их производных удовлетворяют на L условию Гельдера.

Постановка задачи. *Требуется найти все кусочно метааналитические функции $F(z)=\{F^+(z),F^-(z)\}$ класса $M_2(T^\pm)\cap H^{(1)}(L)$, исчезающие на бесконечности и удовлетворяющие на L следующим краевым условиям*:

$$A_{11}(t)F^+(t)+A_{12}(t)\overline{F^+(t)}=G_{11}(t)F^-(t)+G_{12}(t)\overline{F^-(t)}+g_1(t), \qquad (3)$$

$$A_{21}(t)\frac{\partial F^+(t)}{\partial n_+}+A_{22}(t)\overline{\frac{\partial F^+(t)}{\partial n_+}}=G_{21}(t)\frac{\partial F^-(t)}{\partial n_-}+G_{22}(t)\overline{\frac{\partial F^-(t)}{\partial n_-}}+g_2(t), \qquad (4)$$

где $\partial/\partial n_+$ $(\partial/\partial n_-)$ – производная по внутренней (внешней) нормали к L, а $A_{kj}(t)$, $G_{kj}(t)$, $g_k(t)$ $(k=1,2;\ j=1,2)$ – заданные на L функции, причем $A_{kj}(t)$, $G_{kj}(t)\in H^{(3-k)}(L)$ $(k=1,2;\ j=1,2)$, $g_k(t)\in H^{(2-k)}(L)$.

Сформулированную задачу будем называть *второй основной четырехэлементной краевой задачей типа Римана в классах метааналитических функций* (или, коротко, *задачей* GR_{42}), а соответствующую однородную задачу ($g_1(t) \equiv g_2(t) \equiv 0$) – *задачей* GR_{42}^0.

Отметим, что в частном случае, когда искомая функция задается формулами (1), где $\lambda = 0$, и при выполнении на контуре L условий $A_{11}(t) \equiv A_{21}(t) \equiv 1$ и $A_{12}(t) \equiv A_{22}(t) \equiv G_{12}(t) \equiv G_{22}(t) \equiv 0$, краевая задача GR_{42} представляет собой вторую основную краевую задачу типа Римана для бианалитических функций, которая подробно исследована в работах К.М. Расулова в случае произвольных конечносвязных областей с гладкими границами (см. [1] и имеющуюся там библиографию). В работах Ю.А. Медведева (см., например, [2] и имеющуюся там библиографию) задача GR_{42} исследована в классах бианалитических функций.

В данном сообщении устанавливается конструктивный метод решения задачи GR_{42} в данной выше постановке в случае, когда $T^+ = \{z : |z| < 1\}$, $L = \{t : |t| = 1\}$.

Литература

1. Расулов, К.М. Краевые задачи для полианалитических функций и некоторые их приложения / К.М. Расулов. – Смоленск, 1998. – 344 с.
2. Медведев, Ю.А. Четырехэлементные краевые задачи типа задачи Римана в классах бианалитических функций: дис. ... канд. физ.-мат. наук: 01.01.01 / Медведев Юрий Анатольевич. – Смоленск, 2007. – 115 с.

ПОДХОД К ФОРМИРОВАНИЮ ПРИЗНАКОВОГО ПРОСТРАНСТВА ДЛЯ КОМПЛЕКСНЫХ МНОГОДАТЧИКОВЫХ ИНФОРМАЦИОННЫХ СИСТЕМ В УСЛОВИЯХ ОГРАНИЧЕНИЙ НА СТОИМОСТЬ СОЗДАНИЯ ИНФОРМАЦИОННОГО КАНАЛА

А.В. БЫСТРОВ, А.С. ЧУРАНОВ, А. Ю. КАШКАНОВ

Смоленский государственный университет, г. Смоленск

Российская экономическая академия им. Г.В. Плеханова, г. Москва

Предлагается подход к формированию признакового пространства для комплексных многодатчиковых систем, состоящих из разнородных информационных источников.

В результате опознавания все множество объектов Ω_i разделяется на два непересекающихся подмножества – подмножество Ω_1 и подмножество Ω_2, т.е. $\Omega_i = \Omega_1 \cup \Omega_2$, причем $\Omega_1 = \{w_{11}, w_{12, \ldots,} w_{1j}\}$, $\Omega_2 = \{w_{2(j+1)}, w_{2(j+2)}, \ldots, w_{2J}\}$, где w_{ij} - j-й объект i-й группы.

Вектор размерности М признакового пространства опознавания (ППО) k-го гипотетического ИКО обозначим $X_{kM} = \{x_{k1}, x_{k2}, \ldots, x_{km}, \ldots, x_{kM}\}$, где

$m=\overline{1,M}$ - порядковый номер признака опознавания, $k=\overline{1,K}$ - порядковый номер используемого ИКО, K- общее число ИКО в составе КСО.

В целях определения меры подобия между опознаваемыми объектами в M-мерном ППО k-го ИКО вводится метрика. Выбор данной метрики произволен в соответствии с аксиомами расстояний:

$$d\left(\bar{a},\bar{b}\right)=d\left(\bar{b},\bar{a}\right),$$

$$d\left(\bar{a},\bar{c}\right)\le d\left(\bar{a},\bar{b}\right)+d\left(\bar{b},\bar{c}\right),$$

$d\left(\bar{a},\bar{b}\right)\ge 0, d\left(\bar{a},\bar{b}\right)=0$ только в случае, если $\bar{a}=\bar{b}$.

В дальнейшем, не нарушая общности рассуждений, следует воспользоваться евклидовой метрикой вида

$$d^2\left(w_{1j},w_{2j}\right)=\sum_{m=1}^{M}\left(x_{km}^{(1j)}-x_{km}^{(2j)}\right)^2, \tag{1}$$

где $x_{km}^{(1j)}$ - значение m-го ПО j-го объекта из множества Ω_1; $x_{km}^{(2j)}$ – значение m-го ПО j-го объекта из множества Ω_2.

Далее следует рассмотреть меру близости между объектами одного из множеств: либо подмножеством Ω_1, либо подмножеством Ω_2. В качестве подобной меры близости используется величина, далее именуемая среднеквадратическим разбросом объекта внутри i-ой группы:

$$\psi\left(\Omega_i\right)=\sqrt{\frac{1}{j(i)}\frac{1}{j(i)+1}\sum_{j(1)=1}^{j}\sum_{j(2)=j+1}^{J}d^2\left(w_{1j(1),}w_{2j(2)}\right)}, \tag{2}$$

где $j(i)$ - порядковый номер j-го объекта i-й группы; $j(1)=\overline{1,j}$ - порядковый номер j-го объекта из Ω_1; $j(2)=\overline{(j+1),J}$ - порядковый номер j-го объекта из Ω_2; $J(1)$ и $J(2)$ - количество опознаваемых объектов из двух множеств.

Также может использоваться мера близости между опознаваемыми объектами двух групп, далее именуемая среднеквадратическим разбросом объектов множеств Ω_1, Ω_2 и вычисляемая в соответствии с формулой

$$\psi\left(\Omega_i,\Omega_2\right)=\sqrt{\frac{1}{j(1)}\frac{1}{j(2)}\sum_{j(1)=1}^{j}\sum_{j(2)=j+1}^{J}d^2\left(w_{1j(1),}w_{2j(2)}\right)}. \tag{3}$$

Возможности ППО для k-го ИКО по опознаванию характеризуются M-мерным вектор-признаком $X_{kM}' = \{x_{k1}', x_{k2}', ..., x_{km}', ..., x_{kM}'\}$, компоненты которого принимают значение 1 или 0 в зависимости от наличия или отсутствия возможности определения значений ПО, т. е. $x_{km}' = 1$, если значение ПО возможно определить; $x_{km}' = 0$, если значение ПО определить невозможно.

С учетом значений вектора X_{kM}' выражение (1) примет вид:

$$d^2\left(w_{1j,}w_{2j}\right)=\sum_{m=1}^{M}x_{km}'\left(x_{km}^{(1j)}-x_{km}^{(2j)}\right)^2. \tag{4}$$

Тогда выражение (2) преобразуется к виду:

$$\psi(\Omega_i)=\sqrt{\frac{1}{j(1)}\frac{1}{j(i)}\sum_{j(1)=1}^{j}\sum_{j(2)=j+1}^{J}\sum_{m=1}^{M}x_{km}^{©}\left(x_{km}^{(1j(1))}-x_{km}^{(2j(2))}\right)^2} . \quad (5)$$

Выражение (3) примет вид:

$$\psi(\Omega_1\Omega_2)=\sqrt{\frac{1}{j(1)}\frac{1}{j(2)}\sum_{j(1)=1}^{j}\sum_{j(2)=j+1}^{J}\sum_{m=1}^{M}x_{km}^{©}\left(x_{km}^{(1j(1))}-x_{km}^{(2j(2))}\right)^2} . \quad (6)$$

Полагаем, что затраты на создание k-го ИКО $C_{\text{ИКО}}(k)$ пропорциональны их информативности и определяются в соответствии с формулой

$$C_{ИКО}(k) = C_{ИКО}\left(x_{k1}', x_{k2}', \dots, x_{km}', \dots, x_{kM}'\right) = \sum_{m=1}^{M} C_{km}\, x_{km}', \quad (7)$$

где C_{km} - затраты на создание технического средства, обеспечивающего определение значения m-го ПО в k-м ИКО.

Обобщенным показателем качества проектируемого ИКО является функционал вида

$$\Psi = F[\Psi(\Omega_1, \Omega_2), \Psi(\Omega_i), L(w\{w_i\})], \quad (8)$$

где $L\left(w\{w_i\}\right) = \sqrt{\frac{1}{J(i)}\sum_{i(i)=1}^{J(i)} d^2\left(w\, w_{ij}\right)}$ – мера близости опознаваемого объекта с каждым из числа объектов i-й группы.

Решающее правило состоит в следующем:

$w \in \Omega_1$, *если* $L(w\{w_1\}) \le L(w\{w_2\})$;

$w \in \Omega_2$, *если* $L(w\{w_2\}) \le L(w\{w_1\})$.

Важным является факт того, что уменьшение величины $\Psi(\Omega_{\text{i}})$, т.е. “сжатие“ объектов, принадлежащих каждому из двух подмножеств Ω_1, Ω_2, при одновременном увеличении $\Psi(\Omega_1, \Omega_2)$, т. е. “разведении” объектов, принадлежащих разным подмножествам Ω_1, Ω_2, и обеспечивает в конечном счете улучшение качества ИКО.

Именно поэтому повышение эффективности как отдельного ИКО, так и КСО в целом целесообразно связывать с достижением экстремума функционала (8):

$$\underset{X_{kM}'}{extr}\ \Psi = \underset{X_{kM}'}{extr}\ F[\Psi(\Omega_1, \Omega_2), \Psi(\Omega_i), L(w\{w_i\})]. \quad (9)$$

Используемое ППО в конечном счете влияет на эффективность как отдельно взятого ИКО, так и эффективность КСО в целом. Требуемая эффективность может достигаться по-разному.

Во-первых, за счет наиболее компактного расположения объектов каждого из двух подмножеств, при этом задача сводится к нахождению

$$\min_{X_{kM}'} \max_i \left[\Psi(\Omega_i)\right], \quad (10)$$

при $\sum_{m=1}^{M} C_{\text{km}} x_{km}' \le C_{\text{o}}$ и $\Psi_{\text{o}}(\Omega_1, \Omega_2) \le \Psi(\Omega_1, \Omega_2)$, где C_o – максимально допустимые суммарные затраты на создание k-го ИКО; $\Psi_o(\Omega_1, \Omega_2)$ - минимально допустимое значение $\Psi(\Omega_1, \Omega_2)$.

Во-вторых, за счет "удаления" друг от друга объектов, принадлежащих разным подмножествам, при этом задача сводится к нахождению

$$\min_{X'_{kM}} \max_i \left[\Psi(\Omega_i, \Omega_2)\right], \qquad (11)$$

при $\sum_{m=1}^{M} C_{km} \; x_{km}' \le C_o$.

В случае, если надлежащая эффективность ИКО достигается только увеличением отношения расстояний меду подмножествами Ω_1, Ω_2 к среднеквадратическим разбросам объектов внутри этих подмножеств, то при этом задача сводится к определению

$$\min_{X'_{kM}} \max_i \left[\Psi^2(\Omega_i, \Omega_2)\right], \qquad (12)$$

при $\sum_{m=1}^{M} C_{km} \; x_{km}' \le C_o$.

Возможны и другие постановки задачи и соответствующие им виды функционалов.

Подобным вариантом формирования ППО является максимизация минимального расстояния между парой подмножеств Ω_1, Ω_2 при ограничении на общую стоимость ИКО (КСО). При этом сначала определяется квадрат расстояния между парой соответствующих подмножеств в соответствии с выражением

$$\Psi^2 \left(\Omega_1, \Omega_2\right) = \sum_m^M x'_{km} \left[\frac{1}{j(1)} \frac{1}{j(2)} \sum_{j(1)=1}^{j} \sum_{j(2)=j+1}^{J} \left(x_{km}^{1j(1)} - x_{km}^{2j(2)}\right)^2\right]. \qquad (13)$$

Если выражение в квадратных скобках обозначить через величину Ξ_{km}, характеризующую информативность m-го ПО в k-м ИКО, то

$$\Psi^2(\Omega_1, \Omega_2) = \sum_{m=1}^{M} \Xi_{km} x_{km}', \qquad (14)$$

тогда рассматриваемая задача представляется в виде:

$$\max_{x'_{km}=1} \Psi^2(\Omega_1, \Omega_2) = \max_{x'_{km} \in E} (\Xi_{km} \;\; X_{km}'), \qquad (15)$$

при $\sum_{m=1}^{M} C_{km} \; x_{km}' \le C_o$,

$$E = \{ X_{km}'; x_{km}' = 0,1 ; (C \;\; X_{km}') \le C_o \},$$

где $\Xi = \{\Xi_{1m}, \Xi_{2m}, ..., \Xi_{km}, ..., \Xi_{KM}\}$ – M-мерный вектор, характеризующий информативность k-го ИКО.

Сформулированная задача является сложной, нетрадиционной и состоит в нахождении максимума с ограничением дискретной функцией. В случаях, когда число ПО в ИКО сравнительно невелико, то задача может быть решена методом простых переборов. В противном случае может быть применен известный метод штрафных функций, позволяющий свести задачу определения максимума с ограничением функции к безусловному экстремуму непрерывной функции.

ПРИМЕНЕНИЕ БАЙЕСОВСКИХ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫХ ПРОЦЕДУР В ИНТЕРЕСАХ СТАТИСТИЧЕСКОГО ОЦЕНИВАНИЯ ИНФОРМАЦИИ ОПОЗНАВАНИЯ

А.В. БЫСТРОВ, А.С. ЧУРАНОВ, А.Ю. КАШКАНОВ
Смоленский государственный университет, г. Смоленск
Российская экономическая академия им. Г.В. Плеханова, г. Москва

Структура алгоритма количественного оценивания информации опознавания на основе байесовских оценочных процедур состоит из информационных каналов (ИК) опознавания, каждый из которых выделяет и оценивает M признаков опознавания соответствующей природы, обнаружителей, устройства объединения информации опознавания по K-независимым ИК; устройства принятия решения о государственной принадлежности; устройства хранения и ввода априорной информации. В общем случае алгоритм опознавания для РЛС сводится к измерению соответствующего значения многомерного вектора признака $X = \{x_1, x_2, \dots , x_k, \dots , x_K\}$, где $k = \overline{1, K}$ - порядковый номер ИК опознавания, а также к вычислению апостериорной вероятности гипотезы $h_i(X)_j$ того, что в результате опознавания j-го объекта ВО по совокупности K составляющих вектора X он является своим (при $i = 1$) или чужим (при $i=2$).

Значения гипотез $h_i(X)_j$ могут вычисляться в соответствии с одной из множества возможных схем реализации байесовской процедуры вычисления апостериорной вероятности, например, схемы Эванса.

В целях однозначного понимания приводимых ниже рассуждений введем следующие условные обозначения:

$$x_k = \{x_{k1}, x_{k2}, \dots , x_{km}, \dots , x_{kM}\} \text{ -}$$

M-мерный вектор признакового пространства в рамках k-го ИК опознавания, где $m = \overline{1, M}$ - порядковый номер признака в k-м ИК; $j = \overline{1, J}$ - порядковый номер опознаваемой цели; J – количество одновременно опознаваемых целей.

Приведем общее аналитическое описание алгоритмов объединения и накопления информации опознавания на основе выбранной байесовской вычислительной процедуры. При ее организации для каждого m-го из M

имеющихся в k-м ИК измеряемых значений признаков $x_{k1}, x_{k2}, \ldots, x_{km}, \ldots, x_{kM}$ вычисляют значения апостериорных вероятностей гипотез:

$$h_i(x_k)_j = \{h_i(x_{k1})_j, h_i(x_{k2})_j, \ldots, h_i(x_{km})_j, \ldots, h_i(x_{kM})_j\}, \tag{1}$$

гласящих о том, что в результате оценки значений M признаков наблюдаемый j-й объект принадлежит своим войскам (при i=1) или войскам противника (при i = 2). Эти гипотезы определяются в соответствии с выражениями:

$$\left.\begin{aligned}
&h_i(x_{k1})_j = \frac{P_i f_i(x_{k1})_j}{\sum\limits_{i=1}^{2} P_i f_i(x_{k1})_j};\\
&h_i(x_{k2})_j = \frac{h_i(x_{k1})_j f_i(x_{k2})_j}{\sum\limits_{i=1}^{2} h_i(x_{k1})_j f_i(x_{k2})_j};\\
&\ldots \quad \ldots \quad \ldots\\
&h_i(x_{km})_j = \frac{h_i(x_{k(m-1)})_j f_i(x_{km})_j}{\sum\limits_{i=1}^{2} h_i(x_{k(m-1)})_j f_i(x_{km})_j};\\
&\ldots \quad \ldots \quad \ldots\\
&h_i(x_{kM})_j = \frac{h_i(x_{k(M-1)})_j f_i(x_{kM})_j}{\sum\limits_{i=1}^{2} h_i(x_{k(M-1)})_j f_i(x_{kM})_j} = h_i(x_k),
\end{aligned}\right\} \tag{2}$$

где P_i - априорная вероятность гипотезы того, что опознаваемый ВО является объектом i-й группировки войск; $f_i(x_{km})$ - закон распределения значений вектора-признака опознавания x_{km}.

Далее значения элементов множества (1) объединяются в одно значение, характеризующее степень схожести опознаваемого объекта с объектами i-й группировки по результату наблюдения количеством K ИК опознавания. Это значение также может быть найдено с использованием одной из разновидностей байесовских процедур, вычисляющих апостериорные вероятности гипотез, например:

$$h_i(X)_j = \frac{P_i h_i(x_1)_j h_i(x_2)_j \ldots h_i(x_k)_j \ldots h_i(x_K)_j}{\sum\limits_{i=1}^{2} P_i h_i(x_1)_j h_i(x_2)_j \ldots h_i(x_k)_j \ldots h_i(x_K)_j}. \tag{3}$$

Абсолютное значение величин $h_i(X)_j$ получают для каждой j-й цели и на основании выбранной решающей процедуры, например, селекционного решающего правила

$$j = \arg\max_i h_i(X)_j, \tag{4}$$

из совокупности всех значений $h_i(X)_j$ для каждой из J одновременно опознаваемых целей выделяют ту, которая более всего похожа на объекты, принадлежащие к i-й группировке войск.

Вариант опознавания КСРЛО, характеризуемый последовательностью (1)-(4), относится к байесовским алгоритмам опознавания, которые не являются абсолютными и единственными в своем роде, а служат наглядной иллюстрацией принципиальной возможности организации комплексных систем опознавания. При синтезе подобных алгоритмов также могут быть применены методы принципа максимальной энтропии, интервалов в диапазоне допустимых значений (например, в теории Дампстера-Шейфера), нечеткой логики Заде и ряд других положений современной математики.

О ЕДИНСТВЕННОСТИ РЕШЕНИЯ ОДНОРОДНОЙ ЗАДАЧИ ДИРИХЛЕ ДЛЯ МЕТААНАЛИТИЧЕСКИХ ФУНКЦИЙ В ОБЛАСТЯХ С АНАЛИТИЧЕСКИМИ ГРАНИЦАМИ

В.П. ВАСИЛЕНКОВ, К.М. РАСУЛОВ
Смоленский государственный университет, г. Смоленск
e-mail: icspgu@sci.smolensk.ru

1. Постановка задачи. Пусть T^+ – конечная односвязная область на плоскости комплексного переменного $z = x + iy$, ограниченная простой замкнутой аналитической кривой Γ.

Определение 1. Конечную односвязную область T^+ с аналитической границей Γ будем называть областью типа ***M***, если уравнение Шварца кривой Γ имеет вид (см. также [1], с. 246):

$$\bar{z} = G(z), \tag{1}$$

где $G(z) = \frac{P(z)}{Q(z)} G_1(z)$, причем здесь $P(z), Q(z)$ – многочлены, не имеющие общего делителя, отличного от константы, и все нули которых находятся внутри области T^+, а $G_1(z)$ – аналитическая (голоморфная) в области T^+ функция, не имеющая в ней нулей. Обычно $G(z) = \frac{P(z)}{Q(z)} G_1(z)$ называется функцией Шварца для аналитической кривой Γ.

Замечание 1. Важно отметить, что функция Шварца $G(z) = \frac{P(z)}{Q(z)} G_1(z)$ является аналитической (голоморфной) в некоторой *окрестности* $\Delta(\Gamma)$ кривой Γ (см., например, [1], с. 231).

Примерами областей типа ***M*** могут служить все круговые области, а также односвязные области, ограниченные алгебраическими кривыми, называемыми *улитками Паскаля*.

Напомним (см., например, [1], с. 139 или [2]), что функция $F(z) = U(x, y) + iV(x, y)$ называется *метааналитической* в области T^+, если она имеет в этой области непрерывные частные производные до второго порядка включительно и удовлетворяет там дифференциальному уравнению

$$\frac{\partial^2 F(z)}{\partial \bar{z}^2} + a_1 \frac{\partial F(z)}{\partial \bar{z}} + a_0 F(z) = 0, \tag{2}$$

где $\frac{\partial}{\partial \bar{z}} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial}{\partial x} + i \frac{\partial}{\partial y}\right)$ – дифференциальный оператор Коши-Римана, а a_0, a_1 – некоторые комплексные постоянные.

Пусть λ_1 и λ_2 – корни характеристического уравнения

$$\lambda^2 + a_1\lambda + a_0 = 0. \tag{3}$$

Тогда всякую метааналитическую в области T^+ функцию $F(z)$ можно задать в виде

$$F(z) = \left[\varphi_0^+(z) + \bar{z} \cdot \varphi_1^+(z)\right] \cdot e^{\lambda_0 \cdot \bar{z}}, \quad \text{если } \lambda_0 = \lambda_1 = \lambda_2, \tag{4}$$

или

$$F(z) = \varphi_0^+(z) \cdot e^{\lambda_1 \cdot \bar{z}} + \varphi_1^+(z) \cdot e^{\lambda_2 \cdot \bar{z}}, \quad \text{если } \lambda_1 \neq \lambda_2, \tag{5}$$

где $\varphi_0^+(z), \varphi_1^+(z)$ – аналитические в T^+ функции, называемые *аналитическими компонентами* метааналитической функции $F(z)$.

Определение 2. Будем говорить, что метааналитическая в T^+ функция $F^+(z)$ вида (3) или (4) принадлежит классу $M_2(T^+) \cap H^\infty(\Gamma)$, если ее аналитические компоненты $\varphi_0^+(z)$ и $\varphi_1^+(z)$ являются ограниченными в области T^+ функциями.

Рассмотрим следующую краевую задачу. *Требуется найти все метааналитические в круге T^+ функции $F^+(z)$ класса $M_2(T^+) \cap H^\infty(\Gamma)$ и удовлетворяющие почти всюду на Γ краевому условию*:

$$F^+(t) = 0, \tag{6}$$

где $F^+(t)$ – угловые граничные значения функции $F^+(z)$.

Сформулированную задачу будем называть *однородной задачей для метааналитических функций* или, короче, *задачей $\boldsymbol{Д}_M^0$*.

2. О ненулевых решениях задачи $Д_M^0$.

Основная цель данного сообщения состоит в том, чтобы установить справедливость следующего утверждения.

Теорема. *Если $a_1^2 - 4a_0 = 0$, то однородная задача Дирихле $\boldsymbol{Д}_M^0$ в областях типа **M** имеет ненулевые решения. Если же $a_1^2 - 4a_0 \neq 0$, то однородная задача Дирихле $\boldsymbol{Д}_M^0$ в областях типа **M** имеет лишь нулевое* (*тривиальное*) *решение.*

Доказательство. Пусть для характеристического уравнения (3) выполняется условие $a_1^2 - 4a_0 = 0$. Тогда решения задачи $\boldsymbol{Д}_M^0$ следует искать в виде (4). Поэтому, используя лемму 16.3 из монографии [1], получим, что всякая функция вида

$$F^+(z) = [Q(z)\bar{z} - P(z)G_1(z)] \cdot F_0^+(z) \cdot e^{\lambda_0 \bar{z}}, \tag{7}$$

где $F_0^+(z)$ – произвольная аналитическая в T^+ функция класса Смирнова E_1, удовлетворяющая условию

$$F_0^+(z) = o\big(1/(\bar{z} - G(z))\big), \tag{8}$$

когда $z \to t, t \in \Gamma$, по любому пути, не касательному к Γ, является *ненулевым* (*нетривиальным*) *решением задачи* $\boldsymbol{Д}_M^0$.

Предположим теперь, что характеристическое уравнение (3) имеет два различных корня λ_1 и λ_2, т.е. выполняется условие $a_1^2 - 4a_0 \neq 0$. Покажем, что в этом случае однородная задача $\boldsymbol{Д}_M^0$ в областях типа $\boldsymbol{M}$ имеет лишь нулевое (тривиальное) решение. Будем доказывать это методом от противного. Допустим, что выполняется условие $a_1^2 - 4a_0 \neq 0$ и задача $\boldsymbol{Д}_M^0$ имеет ненулевые решения, т.е. существует отличная от тождественного нуля метааналитическая в области T^+ функция вида (5), угловые граничные значения которой почти всюду на Γ удовлетворяют условию

$$\varphi_0^+(t)e^{\lambda_1 \bar{t}} + \varphi_1^+(t)e^{\lambda_2 \bar{t}} = 0, \quad t \in \Gamma, \tag{9}$$

где $\varphi_0^+(t)$ и $\varphi_0^+(t)$ – угловые граничные значения аналитических компонент искомой метааналитической функции.

Так как на кривой Γ выполняется тождество (1), то из равенства (9) получим, что почти всюду на Γ имеет место равенство:

$$\frac{\varphi_0^+(t)}{\varphi_1^+(t)} = -\exp\{(\lambda_2 - \lambda_1)G(t)\}, \quad t \in \Gamma. \tag{10}$$

Далее заметим, что, с одной стороны функция $\Psi(z) = -\exp\{(\lambda_2 - \lambda_1)G(z)\}$ является аналитической в *некоторой области* $\Delta(\Gamma)$, являющейся некоторой окрестностью кривой Γ (см. замечание 1), а, с другой стороны (в силу (10)), функция $\Phi(z) = \dfrac{\varphi_0^+(z)}{\varphi_1^+(z)}$ может иметь в области T^+ лишь *конечное число полюсов*, т.е. функция $\Phi(z) = \dfrac{\varphi_0^+(z)}{\varphi_1^+(z)}$ должна быть мероморфной в T^+. Пусть точка $z_0 \in T^+$ является *ближайшим к кривой* Γ полюсом функции Шварца $G(z) = \dfrac{P(z)}{Q(z)}G_1(z)$. Ясно, что точка z_0 будет лежать на границе области $\Omega = T^+ \cap \Delta(\Gamma)$. Тогда, в силу равенства (10) и граничной теоремы единственности для мероморфных функций (см., например, [3], с. 292), в области $\Omega = T^+ \cap \Delta(\Gamma)$ должно выполняться тождество:

$$\frac{\varphi_0^+(z)}{\varphi_1^+(z)} \equiv -\exp\{(\lambda_2 - \lambda_1)G(z)\}, \quad z \in \Omega. \tag{11}$$

Но последнее тождество противоречиво, так как функция $\Phi(z) = \varphi_0^+(z)/\varphi_1^+(z)$ может иметь в точке z_0 лишь полюс, а для функции $\Psi(z) = -\exp\{(\lambda_2 - \lambda_1)G(z)\}$ точка z_0 является существенно особой. Следовательно, предположение о существовании у задачи $\boldsymbol{Д}_M^0$ (в рассматриваемом случае) ненулевых решений неверно. Тем самым теорема полностью доказана.

Литература

1. Расулов, К.М. Краевые задачи для полианалитических функций и некоторые их приложения / К.М. Расулов. – Смоленск: СГПУ, 1998. – 344с.
2. Балк, М.Б. О полианалитических функциях / М.Б. Балк, М.Ф. Зуев // Успехи матем. наук. – 1970. – Т.25, №5. – С. 203-226.
3. Привалов, И.И. Граничные свойства аналитических функций / И.И. Привалов. – М.-Л., 1950.

КВАЗИОБРАЩЕНИЕ НЕЛИНЕЙНЫХ ЭВОЛЮЦИОННЫХ ОПЕРАТОРОВ

Ю.М. ВУВУНИКЯН

Гродненский государственный университет, г. Гродно

e-mail: vuv64@mail.ru

В этой работе мы вводим понятие квазиобратного оператора и исследуем задачу построения квазиобратного оператора в терминах спектральных характеристик нелинейного эволюционного оператора.

Будем рассматривать нелинейные эволюционные операторы кратности (ν, μ), когда $\mu = \nu$. Такие эволюционные операторы будут называться ***эволюционными операторами кратности*** ν.

Определение. Пусть A – эволюционный оператор кратности ν:

$$Ax = \sum_{\alpha \neq 0} S_{|\alpha|}(a_\alpha * x^{\otimes\alpha}) \quad (x \in X^\nu),$$

B – полиномиальный эволюционный оператор кратности ν степени r:

$$Bx = \sum_{|\beta|=1}^{r} S_{|\beta|}(b_\beta * x^{\otimes\beta}) \quad (x \in X^\nu).$$

И пусть C – эволюционный оператор кратности ν, являющийся композицией операторов B и A, т.е. $C = B \circ A$, а F – эволюционный оператор кратности ν, являющийся композицией операторов A и B, т.е. $F = A \circ B$.

Оператор B называется ***левым квазиобратным*** степени r к оператору A, если

$$C = I + \sum_{|\alpha| \geq r+1}^{+\infty} C_{\alpha} ,$$

т.е. $\sum_{|\alpha|=1} C_{\alpha} = I$ и $C_{\alpha} = 0$ при $2 \leq |\alpha| \leq r$.

Оператор B называется ***правым квазиобратным*** степени r к оператору A, если

$$F = I + \sum_{|\alpha| \geq r+1}^{+\infty} F_{\alpha},$$

т.е. $\sum_{|\alpha|=1} F_{\alpha} = I$ и $F_{\alpha} = 0$ при $2 \leq |\alpha| \leq r$.

Наконец, оператор B называется ***квазиобратным*** степени r к оператору A, если он одновременно является левым и правым квазиобратным степени r к оператору A.

Пусть $(\tilde{a}_{\alpha})$, $(\tilde{b}_{\beta})_{|\beta|=1}^{r}$, $(\tilde{c}_{\alpha})$, $(\tilde{f}_{\alpha})$ – системы спектральных характеристик операторов A, B, C, F соответственно.

Условие $\sum_{|\alpha|=1} C_{\alpha} = I$ равносильно условию

$$\tilde{c}_{e_k,m}(\lambda) = \delta_{k,m} \quad (m = \overline{1;\nu}), \tag{1}$$

где $\tilde{c}_{e_k,m}$ – m-я компонента вектор-функции $\tilde{c}_{e_k}$.

Таким образом, оператор B является левым квазиобратным степени r к оператору A, если выполнены условие (1) и условие

$$\tilde{c}_{\alpha} = 0 \quad (2 \leq |\alpha| \leq r). \tag{2}$$

Полагая $\alpha = e_k$, учитывая, что $|\alpha| = |e_k| = 1$, и, значит, $m = 1$, $\vec{\alpha} = \alpha^1 = \alpha = e_k$, получим

$$\tilde{c}_{e_k}(\lambda) = \sum_{|\beta|=1} \tilde{b}_{\beta}(\lambda) \prod_{j=1}^{\nu} \prod_{k_j=1}^{\beta_j} \tilde{a}_{\alpha^{m_j+k_j},j}(\lambda^{m_j+k_j}) = \sum_{j=1}^{\nu} \tilde{b}_{e_j}(\lambda) \tilde{a}_{e_k,j}(\lambda). \tag{3}$$

Записывая соотношение (3) покомпонентно, для $m = \overline{1;\nu}$ имеем:

$$\tilde{c}_{e_k,m}(\lambda) = \sum_{j=1}^{\nu} \tilde{b}_{e_j,m}(\lambda) \tilde{a}_{e_k,j}(\lambda). \tag{4}$$

Таким образом, имеем систему уравнений

$$\sum_{j=1}^{\nu} \tilde{b}_{e_j,m}(\lambda) \tilde{a}_{e_k,j}(\lambda) = \delta_{k,m} \quad (k, m = \overline{1;\nu}). \tag{5}$$

Введем матрицы

$$\tilde{A}(\lambda) = \left(\tilde{a}_{e_k,j}(\lambda)\right)_{k,j=1}^{\nu}, \quad \tilde{B}(\lambda) = \left(\tilde{b}_{e_j,m}(\lambda)\right)_{j,m=1}^{\nu}, \quad \tilde{I} = \left(\delta_{k,m}\right)_{k,m=1}^{\nu}.$$

Тогда система (5) запишется в следующем виде:

$$\widetilde{B}(\lambda)\widetilde{A}(\lambda)=\widetilde{I}\ .$$

Аналогичным образом, если B – правый квазиобратный степени r к оператору A, если выполнены следующие условия:

$$\widetilde{f}_{e_k,m}(\lambda)=\delta_{k,m}\quad (k,m=\overline{1;\nu}),\tag{6}$$

$$\widetilde{f}_{\alpha}=0\quad (2\le|\alpha|\le r).\tag{7}$$

С помощью уже введенных матриц $\widetilde{A}(\lambda)$ и $\widetilde{B}(\lambda)$ система уравнений (6) запишется в виде:

$$\widetilde{A}(\lambda)\widetilde{B}(\lambda)=\widetilde{I}\ .$$

Установлено, что если A – нелинейный эволюционный оператор кратности ν с системой спектральных характеристик $(\tilde{a}_\alpha)$ и матричная функция $\widetilde{A}(\lambda)$ обратима, то оператор A имеет квазиобратный B степени r для любого натурального числа r. При этом все компоненты спектральных характеристик $\widetilde{b}_\beta$ оператора B определяются из системы уравнений (5) при $|\beta|=1$ и при $\beta=\alpha$ и $2\le|\alpha|\le r$ из системы уравнений

$$\sum_{j=1}^{\nu}\widetilde{a}_{e_l}(\lambda_1+\lambda_2+...+\lambda_n)\widetilde{b}_{\alpha,j}(\lambda)=g_\alpha(\lambda)\,.$$

МЕТОДЫ КОРРЕКЦИИ НЕСОБСТВЕННЫХ ЗАДАЧ ЛИНЕЙНОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ

В.А. ГОРЕЛИК
Вычислительный центр им. А.А. Дородницына РАН, г. Москва
e-mail: gorelik@ccas.ru

Пусть задача линейного программирования (ЛП) не имеет решения в силу противоречивости системы ограничений. Сформулируем задачу минимальной коррекции матрицы коэффициентов системы ограничений. Рассмотрим несобственную задачу ЛП в канонической форме

$$\max\{(c,x)\colon Ax=b,\ x\ge 0\},$$

где система ограничений $Ax=b$, $x\ge 0$ несовместна. Рассмотрим случай фиксированной правой части, т.е. корректируется только матрица A. Имеем задачу многокритериальной оптимизации: минимизировать норму матрицы коррекции $\|H\|$ и максимизировать целевую функцию задачи оптимизации (c, x) при условии $(A+H)x = b$. Данную проблему сведем к однокритериальной следующим способом. Введем основной критерий (c, x) в систему ограничений с заданным пороговым значением c_0. Получим следующую задачу коррекции:

$$\inf\{\ \|H\|^2\colon (A+H)x\ =b,\ x\ge 0,\ (c,x)\ge c_0\}.\tag{1}$$

Ограничения задачи (1) представляют собой систему равенств и неравенств, осложненную наличием билинейного равенства. Решение задачи в случае евклидовой нормы $||H||$ приводится в следующей теореме.

Теорема 1.

$$\inf\{\|H\|^2 : (A+H)x = b, x \geq 0, (c,x) \geq c_0\} = \min\{\mu_1, \mu_2\},$$

где

$$\mu_1 = \inf_{\substack{e\geq 0, \|e\|=1 \\ \frac{\|b\|^2}{|(Ae,b)|}(c,e) > c_0}} (De,e) = \min_{\substack{\lambda_i, e^i:\, e\geq 0, \\ \frac{\|b\|^2}{|(Ae^i,b)|}(c,e^i) > c_0}} \{\lambda_i(\overline{D})\},$$

$$\mu_1 = \begin{cases} \min\limits_{\substack{e\geq 0, \|e\|=1 \\ (c,e)=0}} (De,e) = \min\limits_{\lambda_i, e^i: e\geq 0,} \{\lambda_i(\overline{D}_0)\}, & \text{при } c_0 = 0, \\ \min\limits_{e\geq 0, \|e\|=1} (Ce,Ce) = \min\limits_{\lambda_i, e^i: e\geq 0,} \{\lambda_i(\overline{D}_1)\}, & \text{при } c_0 > 0, c > 0, \\ +\infty, & \text{при } c_0 > 0, c < 0, \\ \inf\limits_{\substack{e\geq 0, \|e\|=1 \\ (c,e)>0}} (Ce,Ce) = \min\limits_{\substack{\lambda_i, e^i: e>0, \\ (c,e^i)\geq 0}} \{\lambda_i(\overline{D}_0)\}, & \text{иначе}, \end{cases}$$

где $D = A^T(E - P_b)A$, $C = \dfrac{bc^T}{c_0} - A$, $D_1 = C^T C$, $D_0 = (E - P_c)D^T D$, P_c *– матрица проектирования на вектор c,* $\overline{D}(\overline{D}_0, \overline{D}_1)$ *– квадратные подматрицы матрицы* $D(D_0, D_1)$*, полученные вычеркиванием строк и столбцов с одинаковыми номерами (включая саму матрицу* $D(D_0, D_1)$*),* λ_i*,* e^i *– минимальное собственное число и соответствующий единичный собственный вектор матрицы* $\overline{D}(\overline{D}_0, \overline{D}_1)$.

Для случая коррекции всех данных (расширенной матрицы ограничений $[-b, A]$) получен следующий результат.

Теорема 2 [1]**.**

$$\inf\{\|[-h, H]\|^2 : (A+H)x = b + h, x \geq 0, (c,x) \geq c_0\} = \min\{\gamma_1, \gamma_2\},$$

где

$$\gamma_1 = \min_{\substack{e\geq 0, \|e\|=1 \\ (d,e)\geq 0}} (B_1 e, e) = \min_{\substack{\lambda_i, e^i: e\geq 0, \\ (d,e)\geq 0}} \{\lambda_i(\overline{B}_1)\}, \quad \gamma_2 = \min_{e\geq 0, \|e\|=1} (B_2 e, e) = \min_{\lambda_i, e^i: e\geq 0,} \{\lambda_i(\overline{B}_2)\},$$

где $B_1 = B^T B$, $B = [-b, A]$, $B_2 = (E - P_d)B_1$, P_d *– матрица проектирования на вектор* $d = (-c_0, \ldots, c_n)$.

Рассмотрим решение задачи коррекции несобственной задачи ЛП в стандартной форме.

Теорема 3.

$$\inf\{\|[-h,H]\|^2 : (A+H)x \le b+h, x \ge 0\} = \min_{\hat{B}^0 e^i < 0}\left\{\lambda_i\left(\overline{B}^{0T}\overline{B}^0\right)\right\},$$

где $\overline{B}^0, \hat{B}^0$ *– матрицы, составленные из различных строк матрицы* B^0 *так, что каждая строка включается в одну из матриц,* B^0*– матрица, полученная из матрицы* $B=[-b, A]$ *вычеркиванием некоторых столбцов,* $\lambda_i(\overline{B}^{0T}\overline{B}^0)$, $\tilde{e}^i$ *– минимальное собственное число и соответствующий единичный собственный вектор* $\overline{B}^{0T}\overline{B}^0$*, минимум берется по всем подматрицам* $\overline{B}^0, \hat{B}^0$*, для которых выполняется* $\hat{B}^0\tilde{e}^i < 0$.

Здесь выполняется проектирование на неположительный ортант $\mathbf{R}^m$ образа неотрицательного сегмента единичной сферы {Be: $e\in\mathbf{R}^n$, $\|e\|=1$, e(0)}. Перебор по строкам соответствует перебору возможных граничных подпространств ортанта вида {$y_i=0$, i(I'{1,...,m}), y<0, i(I')}. Перебор по столбцам соответствует точкам пересечения сферы с координатными гиперплоскостями неотрицательного ортанта $\mathbf{R}^n_+$: {$e_j=0$, $j\in J'\subset\{1,...,n\}$, $e_j > 0, j\notin J'$}.

Если в качестве меры коррекции брать нормы матрицы $\|H\|$, соответствующие векторным нормам $\|\;\|_1$, $\|\;\|_\infty$, то задачи коррекции решаются более просто, а именно, остаются в классе задач ЛП [2].

Значительные осложнения в задачи коррекции вносят требования сохранения определенных структурных ограничений матрицы *A,* например, блочной структуры. Тем не менее для таких задач также удалось разработать работоспособные численные методы решения, что подтверждается вычислительными экспериментами с использованием оптимизационного пакета системы MATLAB [2, 3].

Литература

1. Горелик, В.А. Матричная коррекция задачи линейного программирования с несовместной системой ограничений / В.А. Горелик // Журнал вычислительной математики и математической физики. – 2001. – №11. – С. 1697–1705.
2. Горелик, В.А. Численные методы коррекции несобственных задач линейного программирования и структурных систем уравнений / В.А. Горелик, В.И. Ерохин, Р.В. Печенкин. – М.: ВЦ РАН, 2006. – 150 с.
3. Горелик, В.А. Методы коррекции несовместных линейных систем с разреженными матрицами / В.А. Горелик, И.А. Золтоева, Р.В. Печенкин // Дискретный анализ и исследование операций. – 2007. – №2. – С. 62-75.

ГАРАНТИРУЮЩЕЕ РАВНОВЕСИЕ В ИЕРАРХИЧЕСКОЙ ИГРЕ ДВУХ ЛИЦ ПРИ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ С РИСКОМ

В.А. ГОРЕЛИК, А.В. РОДЮКОВ, А.Ф. ТАРАКАНОВ
Вычислительный центр им. А.А. Дородницына РАН, г. Москва
Борисоглебский государственный педагогический институт, г. Борисоглебск
e-mail: gorelik@ccas.ru, 2409555@mail.ru

Игра двух лиц в условиях неопределённости задаётся набором

$$\left\langle \{1,2\}, X_1, X_2, Y, \{f_i(x,y)\}_{i=1,2} \right\rangle. \tag{1}$$

В игре (1) $\{1,2\}$ – номера игроков, $x=(x_1,x_2)$ – ситуация игры, образованная значениями $x_i \in X_i \subset R^{n_i}$ ($i=1,2$), которые выбирают игроки, $y \in Y \subset R^m$ – неопределённый фактор, функция выигрыша *i*-го игрока задана непрерывной на $R^n \times R^m$ ($n=n_1+n_2$) скалярной функцией $f_i(x,y)$. В совокупности функции $f_i(x,y)$ образуют векторный критерий $f(x,y)=(f_1(x,y), f_2(x,y))$. Все множества X_i, Y считаем компактными. Функции $f_i(x,y)$ непрерывны по совокупности переменных на $X_i \times Y$.

Следуя [2], под стратегией будем понимать правило выбора i-м игроком конкретного значения $x_i \in X_i$ в зависимости от содержания и конкретного значения информации, получаемой этим игроком. Без ограничения общности будем отождествлять стратегию с x_i.

В реальности описание игровой ситуации почти всегда включает в себя ограничения, наложенные на всех игроков, и, кроме того, некоторые неопределённые факторы. В связи с этим полезно использовать субъективное описание игры, и потому всюду далее будем считать выполненными следующие два условия. Во-первых, i-й игрок не налагает на ситуацию игры $x=(x_1,x_2)$ каких-либо “своих” ограничений типа $x \in P_i$, которые отражают “специфические” (например, этнические, религиозные, идеологические) особенности i-го игрока. Во-вторых, игроки выбирают свои действия в виде конкретных значений x_i из некоторых допустимых множеств, то есть $x_i \in X_i \subset R^{n_i}$, а неопределённый фактор может принимать значения $y \in Y \subset R^m$.

Пусть имеется Центр, управляющий деятельностью одного игрока нижнего уровня иерархии (Исполнитель).

Цель каждого игрока – оценка выбранной им стратегии с точки зрения возможных потерь, которые численно представляются в виде функций риска [1]. Функция риска строится как разность максимума функции выигрыша игрока по его стратегии и ее значения на любых допустимых стратегиях всех игроков:

$$F_2(x_1,x_2,y) = \max_{z_2 \in X_2} f_2(x_1,z_2,y) - f_2(x_1,x_2,y),$$

$$F_1(x_1,x_2(x_1),y) = \max_{z_1 \in X_1} f_1(z_1,x_2(z_1),y) - f_1(x_1,x_2(x_1),y).$$

Интересы игроков выражаются желанием по возможности уменьшить значения своих функций риска.

Определение 1. Тройку $(x_1^0, x_2^0, y^S) \in X_1 \times X_2 \times Y$ $(x_2^0 = x_2^0(x_1^0))$ назовём гарантирующим равновесием с риском в игре (1), если выполняются следующие условия:

а) неопределённость y^S максимальна по Слейтеру, то есть при фиксированных $(x_1^0, x_2^0) \in X_1 \times X_2$ для любых $y \in Y$ несовместна система неравенств

$$\begin{cases} F_1(x_1^0, x_2^0, y^S) < F_1(x_1^0, x_2^0, y), \\ F_2(x_1^0, x_2^0, y^S) < F_2(x_1^0, x_2^0, y); \end{cases}$$

б) выполняются равенства

$$F_2(x_1, x_2^0(x_1), y^S) = \min_{x_2 \in X_2} F_2(x_1, x_2, y^S), \quad x_1 \in X_1,$$

$$F_1(x_1^0, x_2^0, y^S) = \min_{x_1 \in X_1} F_1(x_1, x_2^0(x_1), y^S).$$

Игра протекает следующим образом: Центр делает ход первым. Однако ему известно множество X_2 стратегий Исполнителя, его функция выигрыша и способ построения им своей стратегии $x_2^0(x_1)$ из условия минимизации своей функции риска $F_2(x_1, x_2, y^S)$ в ответ на любое решение Центра $x_1 \in X_1$. На основе данной информации Центр делает выбор $x_1^0 \in X_1$ из условия минимума своей функции риска $F_1(x_1, x_2^0(x_1), y^S)$. Наконец, Исполнитель с учетом решения Центра формирует свой выбор $x_2^0 = x_2^0(x_1^0)$. Затем вычисляются значения функций выигрыша, игра заканчивается.

Учет информации о стратегии Центра ограничивает пространство возможных стратегий X_2 Исполнителя, соответствующие информированности о стратегии x_1.

Исполнитель относится благожелательно по отношению к Центру, что проявляется в том, что Исполнитель выбирает и точно сообщает то действие, которое наиболее благоприятно для него, то есть доставляющее максимум его целевой функции. Это возможно, если Исполнитель безразличен между выбором нескольких своих действий или беспокоится об интересах Центра (например, действий, при которых достигается глобальный максимум его функции выигрыша при фиксированной стратегии Центра). Такое положение вещей вполне соответствует эффективно взаимодействующим иерархическим системам. Дополнительно к этому Центр заинтересован в увеличении выигрыша иерархии в целом.

Для предлагаемого равновесия доказана неулучшаемость, частичная взаимозаменяемость стратегий, его связь с седловой точкой, получены свойства функций риска. Для квадратичного варианта игры, когда функции выигрыша игроков имеют вид

$$f_1(x_1,x_2,y)=x_2^T D_1 x_1 + x_1^T D_{11} x_1 + x_2^T D_{12} x_2 + x_1^T G_{11} y + x_2^T G_{12} y + y^T L_1 y + l_1^T y,$$
$$f_2(x_1,x_2,y)=x_2^T D_2 x_1 + x_1^T D_{21} x_1 + x_2^T D_{22} x_2 + x_1^T G_{21} y + x_2^T G_{22} y + y^T L_2 y + l_2^T y,$$

где симметрические матрицы $D_i, D_{ij}, G_{ij}, L_i,\ i,j=1,2$ и векторы l_i – соответствующих размерностей постоянны («^{T}» – символ транспонирования), получены достаточные условия оптимальности, сформулирован алгоритм решения игры и приведен пример.

Вычислительный эксперимент был проведен в системе компьютерной математики MathCAD 13. Результаты эксперимента подтвердили работоспособность достаточных условий существования исследованного равновесия.

Литература

1. Savage, L.Y. The theory of statistical decision / L.Y. Savage // Journal of American Statistics Association. – 1951. – №46. – P.55-67.
2. Гермейер, Ю.Б. Игры с непротивоположными интересами / Ю.Б. Гермейер. – М.: Физматлит, 1976. – 328 с.

ЧАСТНЫЙ СЛУЧАЙ РЕШЕНИЯ ЗАМКНУТОЙ ЗАДАЧИ МАРКУШЕВИЧА

Е.В. ДАВЬЯЛОВА
Белорусский государственный университет, г. Минск
e-mail: e.kiaora@gmail.com

Рассматривается задача нахождения функции φ, кусочно-аналитической и ограниченной в плоскости переменного $\zeta=\xi+i\eta$ с линией разрыва $\xi\in R\setminus\{-1,0,1\}$. Предельные значения слева (φ^+) и справа (φ^-) от выбранной ориентации оси (условимся ориентировать ось справа налево) связаны уравнением

$$a(\xi)\varphi^+(\xi)+b(\xi)\overline{\varphi^+(\xi)}+c(\xi)\varphi^-(\xi)+d(\xi)\overline{\varphi^-(\xi)}=f(\xi),\quad \xi\in R\setminus\{-1,0,1\}. \qquad (1)$$

Коэффициенты $a(\xi), b(\xi), c(\xi), d(\xi)$ ограничены, *H*–непрерывны и удовлетворяют некоторым другим ограничениям, указанным ниже.

Предполагается, что коэффициенты уравнения (1) удовлетворяют следующим тождествам:

$$b(\xi)\equiv d(\xi)\equiv 0 \quad \text{при} \quad \xi\in(-1,0)\cup(1,+\infty), \qquad (2)$$

$$|a(\xi)|\equiv|b(\xi)|,\ |c(\xi)|\equiv|d(\xi)| \text{ при } \xi\in(-\infty,-1)\cup(0,1), \qquad (3)$$

а в остальных случаях они нигде не обращаются в нуль.

Решение задачи (1) ищем в классе ограниченных функций.

С помощью функции $z = z(\xi) = \int\limits_0^{\xi} \frac{dt}{\sqrt{t(1-t^2)}}$ отображаем область изменения переменной ξ на прямоугольник, такой, что $z(1) = A, z(\infty) = \pm A \pm iH$, где выполняется условие симметрии:

$$\begin{cases} \Phi(z) = \overline{\Phi(\bar{z})} \\ -\Phi(z) = \overline{\Phi(-\bar{z})} \end{cases} \tag{4}$$

Таким образом, с учетом тождеств (2), (3) и новых обозначений

$$m(x) := |a(x)| e^{i\alpha(x)} + |c(x)| e^{i\delta(x)}$$

$$n(x) := |a(x)| e^{i\beta(x)} + |c(x)| e^{i\gamma(x)}$$

задача (1) принимает следующий вид:

$$m(x)\ \Phi^+(x) + n(x)\ \Phi^-(x) = f(x), \quad 0 < x < A; \tag{5}$$

$$\overline{m(-x)}\ \Phi^-(x) + \overline{n(-x)}\ \Phi^+(x) = \overline{f(-x)}, \quad -A < x < 0; \tag{6}$$

$$m(x+iH)\ \Phi^+(x+iH) + n(x+iH)\ \Phi^-(x-iH) = f(x+iH), \quad 0 < x < A; \tag{7}$$

$$\overline{m(-x+iH)}\ \Phi^-(x+iH) + \overline{n(-x+iH)}\ \Phi^+(x-iH) = \overline{f(-x+iH)}, \quad -A < x < 0; \tag{8}$$

$$a(iy)\Phi^+(iy) + c(iy)\Phi^-(iy) = f(iy), \quad 0 < y < H; \tag{9}$$

$$\overline{a(-iy)}\Phi^-(iy) + \overline{c(-iy)}\Phi^+(iy) = \overline{f(-iy)}, \quad -H < y < 0; \tag{10}$$

$$a(iy)\Phi^+(iy) + c(iy)\Phi^-(-2A+iy) = f(iy), \quad 0 < y < H; \tag{11}$$

$$\overline{a(-iy)}\Phi^-(iy) + \overline{c(-iy)}\Phi^+(-2A+iy) = \overline{f(-iy)}, \quad -H < y < 0. \tag{12}$$

Задача сводится к задаче Римана на торе, для решения которой используется процедура, изложенная в [2]. Аппаратом для решения служит аналог интеграла типа Коши. Для построения такого интеграла с помощью функции Вейерштрасса $\zeta(z)$ находим аналог ядра типа Коши

$$\widetilde{\omega}(\tau - z)d\tau = \left[\zeta(\tau - z) - \frac{\zeta\left(\tau - \frac{A+iH}{2}\right) + \zeta\left(\tau - \frac{A-iH}{2}\right) + \zeta\left(\tau - \frac{-A+iH}{2}\right) + \zeta\left(\tau - \frac{-A-iH}{2}\right)}{4}\right]d\tau -$$

$$-\frac{d\tau}{2A}\int\limits_{-A-iH}^{A-iH}\left[\zeta(\xi - z) - \frac{\zeta\left(\xi - \frac{A+iH}{2}\right) + \zeta\left(\xi - \frac{A-iH}{2}\right) + \zeta\left(\xi - \frac{-A+iH}{2}\right) + \zeta\left(\xi - \frac{-A-iH}{2}\right)}{4}\right]d\xi.$$

Общее решение однородной задачи выписываем в виде:

$$\Phi(z) = \varphi(z) \cdot \exp\left\{\frac{1}{2\pi i}\int\limits_K \ln G(\tau)\widetilde{\omega}_{qq_0}(\tau)d\tau - \int\limits_{\widetilde{q}}^{q_1}\widetilde{\omega}_{qq_0}(\tau)d\tau - 2\pi i m_1 w_1(q)\right\}. \tag{13}$$

Нахождение точки q_1 и целого числа m_1 сводится к решению проблемы обращения Якоби. Функцию $\varphi(z)$, мероморфную, кратную дивизору $F^{-1}\varepsilon^{-1}$, находим с помощью функции Вейерштрасса $\sigma(z)$.

Литература

1. Литвинчук, Г.С. Краевые задачи и сингулярные интегральные уравнения со сдвигом / Г.С. Литвинчук. – М., 1977.
2. Зверович, Э.И. Краевые задачи теории аналитических функций в гёльдеровских классах на римановых поверхностях / Э.И. Зверович // Успехи матем. наук. – 1971. – Т. XXVI. Вып. 1(157). – С.113-179.
3. Гахов, Ф.Д. Краевые задачи / Ф.Д. Гахов. – М., 1977.
4. Мусхелишвили, Н.И. Сингулярные интегральные уравнения / Н.И. Мусхелишвили. – М., 1968.
5. Ахиезер, Н.И. Элементы теории эллиптических функций / Н.И. Ахиезер. – М.: Наука, 1970.
6. Дубровин, Б.А. Римановы поверхности и нелинейные уравнения / Б.А. Дубровин. – Ижевск, 2001.

КООРДИНАТНОЕ ОПИСАНИЕ РИМАНОВЫХ ПОВЕРХНОСТЕЙ, ЗАДАННЫХ АЛГЕБРАИЧЕСКИМИ УРАВНЕНИЯМИ, И ИССЛЕДОВАНИЕ ИХ НА ПРИВОДИМОСТЬ

О.Б. ДОЛГОПОЛОВА, Э.И. ЗВЕРОВИЧ

Белорусский государственный университет, г. Минск

e-mail: Dolgopolova@tut..by

Преобразование выражений, содержащих многозначные аналитические функции, связано с трудностями выделения однозначных ветвей таких функций. Общим методом выделения однозначных ветвей является применение в той или иной форме теоремы о монодромии [1]. Если многозначная аналитическая функция $w = w(z)$ задана неприводимым уравнением $f(z, w) = 0$, то ее однозначности иногда можно достичь с помощью построения вспомогательного конформного гомеоморфизма римановой поверхности $\Re$, соответствующей приведенному уравнению, на однолистную область $D \subset \overline{C}$. Если это сделать трудно или невозможно, то можно попытаться униформизировать данное соответствие, т.е. перейти от неявного задания $f(z, w) = 0$ к равносильному ему параметрическому заданию $z = z(t)$, $w = w(t)$ с помощью двух однозначных аналитических функций от параметра t. Хотя униформизация всегда возможна [2], но практически осуществить ее бывает сложно. Более простым является построение координатного описания той римановой поверхности $\Re$, на которой данное многозначное аналитическое соответствие является однозначной аналитической функцией. Под координатным описанием мы здесь понимаем построение конформного атласа римановой поверхности $\Re$, обладающего перечисленными ниже свойствами. Области всех карт этого атласа (образующие открытое покрытие поверхности $\Re$) условимся брать односвязными, а координатные гомеоморфизмы этих областей на области, лежащие в плоскости C, будем находить по возможности наиболее просто. Координатное описание заменяет систему координат на поверхности $\mathfrak{R}$ в тех случаях, когда по топологическим причинам система координат не существует. Ниже дается алгоритм координатного описания замкнутой римановой поверхности $\mathfrak{R}$, соответствующей целой алгебраической функции $w = w(z)$, удовлетворяющей алгебраическому уравнению

$$f(z,w) = w^n + a_1(z)w^{n-1} + \ldots + a_n(z), \tag{1}$$

где все $a_k(z)$ – полиномы от z с комплексными коэффициентами наибольшей степени m. Пусть

$$\mathcal{E} := \{z_1, z_2, \ldots, z_p, \infty\} \subset \hat{\mathbb{C}}_z \tag{2}$$

– дискриминантное множество [3] уравнения (1). В него входят: проекции на плоскость C_z всех точек ветвления и всех особых точек уравнения (1), а также точка ∞. Зафиксируем произвольно $\tilde{z} \in \mathbb{C} \setminus \mathcal{E}$ точку. Для наглядности следующих построений будем считать, что все конечные точки дискриминантного множества видны из точки $\tilde{z}$ под различными углами. Построим отрезки $L_k := [\tilde{z}, z_k]$, $k = 1,2,\ldots,p$ и луч $L_{p+1} := [\tilde{z}, \infty]$, пересекающийся с отрезками только в точке $\tilde{z}$. Каждой из этих кривых припишем ориентацию по направлению к точке $\tilde{z}$. Область $D := C \setminus \bigcup_{k=1}^{p+1} L_k$ – односвязная. Ее край $\partial D := \bigcup_{k=1}^{p+1} (L_k^+ \cup L_k^-)$ представляет собой объединение левых (L_k^+) и правых (L_k^-) берегов разрезов L_k. Таким образом, область с краем $D \cup \partial D$ (назовем ее «листом») является компактификацией Мазуркевича области D. Возьмем теперь n конгруэнтных экземпляров листа

$$D_1 \sqcup \partial D_1,\ D_2 \sqcup \partial D_2, \ldots,\ D_n \sqcup \partial D_n \tag{3}$$

и для наглядности будем считать, что они расположены один под другим в порядке возрастания их номеров. Покажем, что листы (3) можно рассматривать как подмножества римановой поверхности $\mathfrak{R}$, а склеенные надлежащим образом вдоль краев, они могут служить геометрическим изображением всей римановой поверхности. Так как $\tilde{z} \notin \varepsilon$, то уравнение $f(z,w) = 0$ имеет ровно n различных корней $w_1, w_2, \ldots, w_n \in \mathbb{C}$. Желая различать между собой листы (3), будем считать, что

$$(\tilde{z}, w_k) \in D_k,\ k = 1,2,\ldots,n. \tag{4}$$

Чтобы сделать области D_k областями карт атласа, который мы хотим построить, заметим, что на основании теоремы о монодромии функциональный элемент $w = w_k(z)$, $\tilde{w} = w_k(\tilde{z})$, удовлетворяющий уравнению (1), допускает аналитическое продолжение на весь лист до однозначной функции $z \longmapsto w_k(z)\colon D_k \to \mathbb{C}$. В нашем случае это аналитическое продолжение можно найти в явном виде, т. е. в виде следующего абелева интеграла:

$$w_k(z) = w_k - \int_{\tilde{z}}^{z} \frac{f_t'(t,w)}{f_w'(t,w)}\, dt, k = 1,2,\ldots,n, \tag{5}$$

где $f(t,w)=0$, $z \in D$, а интегрирование ведется по прямолинейному отрезку $[\tilde{z},z] \subset D$. Аналитическое продолжение элемента w_k *(z)* с помощью абелева интеграла (5) имеет смысл для любого пути интегрирования, не проходящего через нули функции $f'_w(t,w)$. В этом состоит его преимущество по сравнению, например, с аналитическим продолжением с помощью степенных рядов, сходящихся лишь в некоторых кругах. Следовательно, область $D_k \subset R$ может быть определена следующим образом: $D_k = \{(z, w_k(z)) \mid z \in D\}$, где $w_k(z)$ находится по формуле (5), а отображение проектирования $\pi_k : (z, w_k(z)) \to z$ является гомеоморфизмом D_k на D. Итак, пары

$$(D_k, \pi_k),\ k = 1,2,\dots,n \tag{6}$$

являются картами искомого конформного атласа, но не определяют весь атлас, поскольку области D_k попарно не пересекаются и не покрывают R.

Пусть $G_k \subset C$ – открытая угловая область с вершиной в точке $\tilde{z}$ и биссектрисой L_k, κ = 1, 2, ..., p+1. Будем считать величины углов G_k настолько малыми, чтобы эти углы попарно не пересекались. Рассмотрим выражения

$$w_j - \int_{\Gamma_k} \frac{f_t'(t,w)}{f_w'(t,w)} dt,\ j = 1,2,\dots,n; \quad k = 1,2,\dots,p+1, \tag{7}$$

где Γ_κ – простая замкнутая кривая («петля»), которая начинается в точке $\tilde{z}$, затем в области G_k, пересекает кривую L_k слева направо и оканчивается в точке $\tilde{z}$. Так как интегралы (5) удовлетворяют уравнению $f(z,w) = 0$, то и числа (7) являются корнями уравнения $f(\tilde{z},w)$, и поэтому

$$w_j - \int_{\Gamma_k} \frac{f_t'(t,w)}{f_w'(t,w)} dt = w_{\sigma^k(j)} \in \{w_1, w_2, \dots, w_n\},\ j = 1,2,\dots,n \tag{8}$$

Итак, каждой точке z_k сопоставляется подстановка

$$\sigma^k = \begin{pmatrix} 1 & 2 & \dots & n \\ \sigma^k(1) & \sigma^k(2) & \dots & \sigma^k(n) \end{pmatrix}, k = 1,2,\dots,p+1, \tag{9}$$

которая показывает, что риманова поверхность R образуется путем склеивания левого берега разреза L_k^+, лежащего на j-м листе, с правым берегом разреза L_k^-, лежащим на листе с номером $\nu = \sigma^k(j)$. Таким образом, подстановки σ^k являются образующими группы монодромии римановой поверхности R. Если эта группа действует транзитивно, то риманова поверхность R связна, а уравнение $f(z,w)=0$ неприводимо. В противном случае она несвязна, а уравнение приводимо.

Карты, области которых покрывают прообразы множества $L = \bigcup_{k=1}^{p+1} L_k \setminus \varepsilon$ относительно отображений проектирования, можно построить следующим образом. Для каждой точки a множества L выберем открытую окрестность U достаточно малого радиуса. Тогда $\bigcup_{j=1}^{n} \pi_j^{-1}(U)$ состоит из $2n$ «полуокрестностей» прообразов точки a, которые склеиваются в n окрестностей по закону, определяемому подстановками σ^k. В качестве локальной координаты можно использовать переменную z. Карты, области которых покрывают прообразы точки $\widetilde{z}$, строятся аналогично, только окрестности склеиваются из большего числа частей. Осталось построить карты, области которых покрывают прообразы множества ε. Подстановка (9) описывает закон склеивания листов в окрестности точки $z_k \in \varepsilon$. Разложим эту подстановку на попарно независимые циклы. Рассмотрим сначала два крайних случая. Пусть подстановка распадается на n циклов. Тогда она имеет вид:

$$\sigma^k = \begin{pmatrix} 1 & 2 & \dots & n \\ 1 & 2 & \dots & n \end{pmatrix},$$

В этом случае над точкой z_k лежит n точек поверхности, значит, над этой точкой поверхность не разветвляется и разрез $[z_k, \infty]$ можно удалить. Тогда прообразом достаточно малой окрестности z_k будут n окрестностей. В качестве локальной координаты, для которых можно использовать переменную z, если $z_k \neq \infty$, или $\varsigma = \frac{1}{z}$, если $z_k = \infty$. Пусть подстановка (9) состоит из единственного цикла. В этом случае над точкой z_k лежит единственная точка поверхности R. Тогда прообразом достаточно малой окрестности z_k будут n окрестностей, склеенных в одну по закону, определяемому подстановкой σ^k. В качестве локальной координаты в этой окрестности можно взять $\varsigma = \sqrt[n]{z - z_k}$, если $z_k \neq \infty$, или $\varsigma = \sqrt[n]{\frac{1}{z}}$, если $z_k = \infty$. В общем случае подстановка (9) распадается на несколько попарно независимых циклов. Тогда число точек, лежащих над z_k, равно числу циклов. Пусть прообраз достаточно малой окрестности z_k содержит окрестность, склеенную из ν окрестностей в одну по закону, определяемому одним из независимых циклов подстановки σ^k. Значит, этот цикл имеет длину ν и в качестве локальной координаты в этой окрестности можно взять $\varsigma = \sqrt[\nu]{z - z_k}$, если $z_k \neq \infty$, или $\varsigma = \sqrt[\nu]{\frac{1}{z}}$, если $z_k = \infty$. Построенные таким образом карты покрывают всю поверхность R и, значит, определяют на ней атлас.

Литература

1. Гурвиц, А. Теория функций / А. Гурвиц, Р. Курант. – М., 1968. – 368 с.
2. Неванлинна, Р. Униформизация / Р. Неванлинна. – М., 1955.

3. Фукс, Б.А. Функции комплексного переменного и некоторые их приложжения / Б.А. Фукс, В.И. Левин. – М.-Л., 1951.
4. Чеботарев, Н.Г. Теория алгебраических функций / Н.Г. Чеботарев. – М.-Л., 1948. – 234 с.
5. Вискуб, Т.В. Координатное описание римановой поверхности алгебраической функции / Т.В. Вискуб, Э.И. Зверович // Вестник БГУ. Сер.1. – 2006. – №3.

СРАВНИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ ЭФФЕКТИВНОСТИ РАБОТЫ УПРАВЛЯЮЩИХ КОМПАНИЙ

И.В. ДОРОНОВА, Н.В. СТЕПАНЕНКО, В.П. ЯЛОВ
СФ РГОТУПС, г. Смоленск
Администрация г. Смоленска
e-mail: smol@admcity.smolensk.ru

Математическое моделирование большинства процессов и явлений связано с решением многопараметрических задач, обработкой колоссальных объемов информации, жесткими требованиями к сокращению сроков проведения компьютерных расчетов. В настоящее время во всем мире специалисты все чаще обращаются в своих исследованиях к универсальным системам компьютерной математики. Их применение повышает производительность интеллектуального труда и открывает новые возможности для анализа данных.

Роль математического языка в социальных исследованиях пока слабо изучена и практически не проанализирована. Поэтому есть необходимость конкретизировать представления о взаимосвязи социологии и математики на примере виртуальной приемной Администрации города Смоленска. Эта программа написана на языке программирования Delphi с использованием MicrosoftSQL и функционирует на официальном Интернет-сервере Администрации города Смоленска.

Обоснованным может быть лишь то решение, которое принято на основе достоверной, систематизированной и научно обработанной информации, что достигается использованием научных методов разработки и оптимизации решений. Поэтому важность использования виртуальной приемной, которая является мощной системой поддержки принятия управленческого решения, неоспорима.

Говоря о требованиях к управленческим решениям, основными понятиями являются «качество» и «эффективность». Исследуем возможность и необходимость точных методов в анализе социальных процессов и структур на примере проведения сравнительного анализа эффективности работы управляющих компаний.

В данный момент разрабатывается привязка сообщений в виртуальную приемную к адресному плану Смоленска и к электронной карте города в открытой муниципальной геоинформационной системе (ОМГИС). Если в обращении присутствует конкретный адрес, то будет вставляться ссылка на улицу или дом, при клике на которую открывается электронная карта города и показывается выбранное место с определенными характеристиками.

Для оценки работы управляющей компании необходимо определить общее количество сообщений, пришедших по домам в ее ведении. Каждое сообщение имеет свой уровень важности. Значимость проблемы определяется экспертами, в качестве экспертов предлагается пригласить ответственных руководителей по конкретным проблемам.

Экспертам предлагается для каждой проблемы в статье «Коммунальное» определить, насколько данная проблема важна для города, и проставить значения в таблице. В итоге получим матрицу значимостей проблем. Для информационных сообщений рекомендуется ставить нулевой уровень значимости, так как они в основном не несут в себе долю оценки или характеристики работы управляющей компании. Сообщения с подобной оценкой в дальнейших расчетах (бюджетное планирование, сравнение деятельности управляющих компаний) рассматриваться не будут. Планируется в будущем выделять отдельно благодарственные сообщения как повышающие уровень деятельности управляющих компаний.

Для определения согласованности мнений экспертов используется коэффициент конкордации, так как далеко не всегда можно считать полученные оценки объективными, поскольку иногда оказывается, что все члены экспертной группы заранее сговорились, защищая свои общие интересы. Для этого необходимо на основании данных матрицы значимости проблем рассчитать следующие величины:

1) сумму значимостей проблем для каждого фактора:

$$A_j = \sum_{1}^{m} a_{ij},$$

2) среднюю сумму значимостей проблем по всей матрице: так как любая строка матрицы значимостей в общем случае содержит натуральный ряд чисел, расположенных в различном порядке, и среднее арифметическое натурального ряда равно 1/2(n+1), то средняя сумма значимостей проблем для всей таблицы будет:

$$b = \frac{1}{2} \cdot m \cdot (n+1),$$

3) сумму квадратов отклонений:

$$S = \sum_{j=1}^{n} \left(\sum_{i=1}^{m} a_{ij} - b\right)^2 .$$

Согласованность мнений специалистов оценивается с помощью коэффициента конкордации, который вычисляется по формуле:

$$W = \frac{12 \cdot S}{m^2 \cdot (n^3 - n) - m \cdot \sum_{i=1}^{l} T_i},$$

где $T_i = \frac{1}{12} \cdot \sum_{j=1}^{k} (t_j^3 - t_j)$ – показатель, указывающий связанные значимости проблем в строках матрицы; t_j– количество одинаковых значимостей проблем в *j*-й строке; *l* – число строк, содержащих связанные значимости проблем; *k* – число типов связанных значимостей проблем в строке.

В случае отсутствия в строках «связанных значимостей проблем» коэффициент конкордации рассчитывается по упрощенной формуле:

$$W = \frac{12 \cdot S}{m^2 \cdot (n^3 - n)}$$

Для крайних значений коэффициента конкордации могут быть высказаны следующие предположения. Если W = 0, то согласованности в оценках нет, поэтому для получения достоверных оценок следует уточнить исходные данные о проблемах и (либо) изменить состав группы экспертов. При W=1 далеко не всегда можно считать полученные оценки объективными, поскольку иногда оказывается, что все члены экспертной группы заранее сговорились, защищая свои общие интересы.

Необходимо, чтобы найденное значение W было больше заданного значения Wз (W>Wз). Можно принять Wз=0,5, т.е. при W>0,5 мнения экспертов в большей степени согласованны, чем не согласованны. При W<0,5 полученные оценки нельзя считать достоверными и поэтому следует повторить опрос заново. Жесткость данного утверждения определяется важностью проводимого исследования и возможностью повторной экспертизы.

Если мнения экспертов согласованны, рассчитывается общая степень важности обращений для управляющих компаний. В итоге мы получим общий уровень неудовлетворенности жильцов работой своей компании, который служит базой для рекомендаций и принятия управленческих решений.

Также есть возможность рассчитать среднюю значимость обращений для тех же компаний по формуле:

$$\text{Ср. значимость} = \sum a_j / k,$$

где a_j – значимость сообщения, не равная нулю, k – количество сообщений со значимостью, отличной от нуля.

Применительно к ЖКХ привязка виртуальной приемной к ОМГИС позволит провести оценку деятельности управляющих компаний, определить причины жалоб, сравнить их деятельность. Тем самым можно будет наглядно увидеть наиболее проблемные места города, а также проблемы, встречающиеся наиболее часто, и определить, что жалобы идут из одного и того же ЖЭУ или участка мастера, а не только в общем по управляющей компании. Отчет будет содержать следующие характеристики:

Адрес (улица, дом)	Управляющая компания	Количество обращений	Средняя значимость	Ответственный за участок
…				

СИСТЕМА ОБСЛУЖИВАНИЯ С ОГРАНИЧЕНИЯМИ ПРИ ПЕРИОДИЧЕСКОМ ВХОДЯЩЕМ ПОТОКЕ

Г.С. ЕВДОКИМОВА
Смоленский гуманитарный университет, г. Смоленск

Теория массового обслуживания распространила свое влияние последовательно на вопросы организации производства, ядерной физики, транспорта, связи, эксплуатации вычислительных машин, организации медицинского обслуживания и многие другие. Расширение областей применения привело к значительному возрастанию возникающих в ней проблем и к их качественному разнообразию. Например, одной из актуальных задач теории массового обслуживания является изучение систем с переменными параметрами. Действительно, большинство систем массового обслуживания работают в условиях переменной загрузки. Поэтому результаты, полученные для случая постоянных параметров, можно применять к ним лишь с большими натяжками. Зачастую потоки имеют ярко выраженную периодичность. К таким потокам относятся, например, потоки вызовов на телефонную станцию, потоки грузовых судов, потоки вызовов в станции скорой медицинской помощи и т. д. В первом случае существенна периодичность в течение суток, во втором – годичная, в третьем – суточная и на протяжении недели. Поток покупателей в магазины также носит четко выраженный периодический характер. Учет этой особенности потоков представляет большое практическое значение, так как позволяет своевременно принять меры для рационального обслуживания требований.

Теория обслуживания с ограничениями при периодическом входящем потоке находится ещё в начальной стадии, и несомненно, что ближайшее будущее принесёт ей многочисленные полезные результаты, которые не только дадут возможность решить те или иные частные прикладные задачи, но и создать общую теорию, способную охватить многочисленные постановки вопросов единым подходом, единой точкой зрения.

Исследуем систему $M(t)|G|m|\infty$, когда входящий поток является пуассоновским с ведущей мерой Λ, которая имеет период τ, иными словами, для любого борелевского множества Δ на прямой $\Lambda(\Delta+\tau) = \Lambda(\Delta)$. Среднее значение интенсивности λ по периоду конечно, то есть

$$\lambda = \frac{1}{\tau}\int_0^{\tau} \lambda(t)dt < \infty.$$

Время, на которое n-е требование занимает канал обслуживания (ς_n), не зависит от входящего потока и поведения системы до момента его прибытия, если фиксировано время этого ожидания (ω_{n1}). Считается заданной функция

$$H(x, y) = P\{\varsigma_n < x | \ \omega_{n1} = y\},$$

которую мы будем называть условной функцией распределения времени занятости канала обслуживанием данного требования.

Все важнейшие характеристики работы системы можно получить с помощью функции распределения вектора

$$\omega_t = \{\omega_{t1}, ..., \omega_{tm}\},$$

где ω_{ti} – время, прошедшее с момента t до момента освобождения i приборов от обслуживания требований, пришедших в систему раньше t. Процесс ω_t является марковским. Рассматривая ω_t в момент времени $t = t_i - 0$, сформулируем и докажем лемму.

Лемма 1. *Если функция H(x,y) не убывает по y при каждом x,*

$$\int_0^\infty x dH(x,0) < \infty,$$

то

$$\lim_{y\to\infty} \liminf_{i\to\infty} P\{(\omega_{im} - \omega_{i1}) \le y\} = 1.$$

Следствие. *При выполнении условий леммы 1*

$$\lim_{y\to\infty} \liminf_{i\to\infty} P\{(\omega_{(n\tau)m} - \omega_{(n\tau)1}) \le y\} = 1.$$

Доказательство очевидно из построения вектора $\omega_{n\tau}$.

Основной результат настоящей работы содержится в следующем утверждении.

Теорема. *Если H(x ,y) не убывает по y при каждом x*

$$\int_0^\infty (1 - H(x,0))dx < \infty \quad \text{и} \quad \lambda \lim_{y\to\infty} \int_0^\infty (1 - H(x,y))dx < m,$$

то для любых начальных условий с вероятностью 1 найдётся такой момент времени $n\tau$, *в который нет ни одного требования в системе. В противном случае*

$$\lim_{n\to\infty} P\{\omega_{n\tau} = 0\} = 0.$$

Литература

Евдокимова, Г.С. Многолинейная система массового обслуживания с периодическим входящим потоком / Г.С. Евдокимова // Автоматика и телемеханика. – 1974. – № 4. – С. 62–65.

ИЗМЕНЕНИЕ ПОРЯДКА ИНТЕГРИРОВАНИЯ В ПОВТОРНЫХ ГИПЕРСИНГУЛЯРНЫХ ИНТЕГРАЛАХ

Э.И. ЗВЕРОВИЧ
Белорусский государственный университет, г. Минск
e-mail: Zverovich@bsu.by

Известна формула перестановки Пуанкаре–Бертрана об изменении порядка интегрирования в повторных сингулярных интегралах, понимаемых в смысле главного значения по Коши. Целью настоящей статьи является обобщение этой формулы на случай повторных гиперсингулярных интегралов, понимаемых в смысле конечной части по Адамару.

Пусть $\Gamma \in C$ – простая гладкая замкнутая стандартно ориентированная кривая, а функция $\varphi(\zeta,\tau):\Gamma\times\Gamma \to C$ бесконечно дифференцируема. Если m и n - целые неотрицательные числа, то существует повторный интеграл

$$\int_\Gamma \frac{d\tau}{(\tau-t)^{m+1}} \int_\Gamma \frac{\varphi(\zeta,\tau)d\zeta}{(\zeta-\tau)^{n+1}},\ t\in\Gamma, \tag{1}$$

понимаемый в смысле конечной части по Адамару. В случае $m=n=0$ повторный интеграл (1) переходит в повторный сингулярный интеграл, понимаемый в смысле главного значения по Коши.

Ниже будут использованы следующие формулы дифференцирования сингулярных интегралов

$$\frac{d^m}{dt^m}\int_\Gamma \frac{\varphi(\tau)d\tau}{\tau-t} = \int_\Gamma \frac{\varphi^{(m)}(\tau)d\tau}{\tau-t} = m!\int_\Gamma \frac{\varphi(\tau)d\tau}{(\tau-t)^{m+1}},\ t\in\Gamma\,. \tag{2}$$

Первое из этих равенств установлено Р.С. Исахановым и Ю.М. Крикуновым. Последнее из равенств (2) легко следует из обобщенных формул Сохоцкого

$$\Phi(t^\pm) = \pm\frac{1}{2}\varphi^{(m)}(t) + \frac{m!}{2\pi i}\int_L \frac{\varphi(\tau)d\tau}{(\tau-t)^{m+1}},\ t\in\Gamma\,, \tag{3}$$

для интеграла

$$\Phi(z) = \frac{m!}{2\pi i}\int_L \frac{\varphi(\tau)d\tau}{(\tau-z)^{m+1}},\ \mathrm{z}\notin\Gamma\,. \tag{4}$$

Итак, наша цель – установить следующее равенство:

$$\int_\Gamma \frac{d\tau}{(\tau-t)^{m+1}} \int_\Gamma \frac{\varphi(\zeta,\tau)d\zeta}{(\zeta-\tau)^{n+1}} = -\frac{\pi^2}{m!n!}\frac{d^m}{dt^m}\left[\left.\frac{\partial^n\varphi(\zeta,t)}{\partial\zeta^n}\right|_{\zeta=t}\right] - \frac{1}{n!}\int_\Gamma \frac{d\zeta}{(\zeta-t)^{m+1}}\int_\Gamma \frac{\partial^n\varphi(\zeta,t)}{\partial\zeta^n}\frac{d\tau}{\tau-\zeta} +$$

$$+\frac{1}{m!n!}\frac{d^m}{dt^m}\int_\Gamma \frac{d\zeta}{\zeta-t}\int_\Gamma \frac{\partial^n\varphi(\zeta,\tau)}{\partial\zeta^n}\frac{d\tau}{\tau-t}, \tag{5}$$

описывающее закон изменения порядка интегрирования в повторном гиперсингулярном интеграле. В силу (2) формула (5) вытекает из следующей более простой формулы:

$$\int_\Gamma \frac{d\tau}{\tau-t}\int_\Gamma \frac{\varphi(\zeta,\tau)d\zeta}{(\zeta-\tau)^{n+1}} = -\frac{\pi^2}{n!}\frac{d^m}{dt^m}\left.\frac{\partial^n\varphi(\zeta,t)}{\partial\zeta^n}\right|_{\zeta=t} -$$

$$-\frac{1}{n!}\int_\Gamma \frac{d\zeta}{\zeta-t}\int_\Gamma \frac{\partial^n\varphi(\zeta,\tau)}{\partial\zeta^n}\frac{d\tau}{\tau-\zeta} + \frac{1}{n!}\int_\Gamma \frac{d\zeta}{\zeta-t}\int_\Gamma \frac{\partial^n\varphi(\zeta,\tau)}{\partial\zeta^n}\frac{d\tau}{\tau-t}. \tag{6}$$

Таким образом, достаточно установить равенство (6). С этой целью исходим из формулы Пуанкаре–Бертрана для частной производной $\dfrac{\partial^n\varphi(\zeta,\tau)}{\partial\zeta^n}$:

$$\int_\Gamma \frac{d\tau}{\tau-t}\int_\Gamma \frac{\partial^n\varphi(\zeta,\tau)}{\partial\zeta^n}\frac{d\zeta}{\zeta-\tau} = -\pi^2\left.\frac{\partial^n\varphi(\zeta,t)}{\partial\zeta^n}\right|_{\zeta=t} + \int_\Gamma d\zeta\int_\Gamma \frac{\partial^n\varphi(\zeta,\tau)}{\partial\zeta^n}\frac{d\tau}{(\tau-t)(\zeta-\tau)}. \tag{7}$$

В силу (2) левая часть формулы преобразуется так:

$$\int_\Gamma \frac{d\tau}{\tau-t}\int_\Gamma \frac{\partial^n\varphi(\zeta,\tau)}{\partial\zeta^n}\frac{d\zeta}{\zeta-\tau} = n!\int_\Gamma \frac{d\tau}{\tau-t}\int_\Gamma \frac{\varphi(\zeta,\tau)d\zeta}{(\zeta-\tau)^{n+1}}. \tag{8}$$

Преобразуем интеграл, входящий в правую часть равенства (7)

$$\int_\Gamma d\zeta\int_\Gamma \frac{\partial^n\varphi(\zeta,\tau)}{\partial\zeta^n}\frac{d\tau}{(\tau-t)(\zeta-\tau)} = \int_\Gamma \frac{d\tau}{\zeta-t}\int_\Gamma \frac{\partial^n\varphi(\zeta,\tau)}{\partial\zeta^n}\left[\frac{1}{\tau-t}+\frac{1}{\zeta-\tau}\right]d\tau =$$

$$= -\int_\Gamma \frac{d\zeta}{\zeta-t}\int_\Gamma \frac{\partial^n\varphi(\zeta,\tau)}{\partial\zeta^n}\frac{d\tau}{\tau-\zeta} + \int_\Gamma \frac{d\zeta}{\zeta-t}\int_\Gamma \frac{\partial^n\varphi(\zeta,\tau)}{\partial\zeta^n}\frac{d\tau}{\tau-t}. \tag{9}$$

Подставляя найденные значения интегралов из (8) и (9) и деля полученное равенство на $n!$, приходим к равенству (6). И, наконец, дифференцируя равенство (6) m раз по переменной t, разделив затем полученное равенство на $m!$, приходим к равенству (5).

Отметим частные случаи формулы (9). В случае $m=n=0$, объединяя последние два интеграла формулы (7) в один, получим классическую формулу перестановки Пуанкаре-Бертрана

$$\int_\Gamma \frac{d\tau}{\tau-t}\int_\Gamma \frac{\varphi(\zeta,\tau)d\zeta}{\zeta-\tau} = -\pi^2\varphi(t,t) + \int_\Gamma d\zeta\int_\Gamma \frac{\varphi(\zeta,\tau)d\tau}{(\tau-t)(\zeta-\tau)}.$$

В случае, когда функция φ не зависит от τ, т.е. когда $\varphi(\zeta,\tau)\equiv\varphi(\zeta)$, последние два интеграла в формуле (5) взаимно уничтожаются, и мы получаем формулу

$$\int_\Gamma \frac{d\tau}{(\tau-t)^{m+1}}\int_\Gamma \frac{\varphi(\zeta)d\zeta}{(\zeta-\tau)^{n+1}} = -\frac{\pi^2}{m!n!}\varphi^{(m+n)}(t).$$

При $m=n=0$ она выражает известное свойство инволютивности оператора сингулярного интегрирования. При произвольных m и n она может быть использована для сведения гиперсингулярных интегральных уравнений к дифференциальным уравнениям.

ОБ ОДНОЙ МОДЕЛИ ИЕРАРХИЧЕСКОГО ТИПА ДЛЯ РЕШЕНИЯ ПРОБЛЕМЫ ЗАЩИТЫ ОКРУЖАЮЩЕЙ СРЕДЫ

Т.В. ЗОЛОТОВА
Комсомольский-на-Амуре государственный технический университет,
г. Комсомольск-на-Амуре
e-mail: tgold11@mail.ru

Рассмотрим ситуацию, когда на территории региона расположены N предприятий, использующих или загрязняющих природные ресурсы региона. Руководство региона должно найти определенную стратегию во взаимоотношениях с предприятиями. То есть возникает конфликтная ситуация иерархического типа [1], в которой имеются два уровня: верхний уровень – региональное управление (центр), обладающий правом заранее сообщать свою стратегию, и N элементов нижнего уровня (подсистемы) – предприятия. Одним из механизмов, стимулирующих предприятия на разработку мер по защите окружающей среды, является система выплат [3].

Каждое предприятие может тратить средства в размере Y_i , $i = \overline{1, N}$ как на развитие своего предприятия, так и осуществлять дополнительные вложения в природоохранные мероприятия в размере S_i , $i = \overline{1, N}$. Прибыль i-го предприятия обозначим $\Pi_i(\overline{\Phi}_i, Y_i - S_i)$, где $\overline{\Phi}_i = (\Phi_{i1}, ..., \Phi_{iK})$ - выделяемые центром природные и дефицитные ресурсы для i-го предприятия. Центр заранее сообщает каждому предприятию величину $\overline{\Phi}_i \in \prod_{k=1}^{K} [0, \Phi_{ik}]$, Φ_{ik} - максимально возможный объем k-го ресурса.

Система выплат за использование или загрязнение ресурсов известна в виде непрерывной функции $\psi(\sum_{i=1}^{N} S_i, \omega)$. Параметр ω есть мера снижения выплат на одну единицу вложенных всеми предприятиями средств $\sum_{i=1}^{N} S_i$.

Центр, наряду с величиной ω, сообщает, что платой за использование или загрязнение ресурсов каждым предприятием является функция $\psi_i(S_1, ..., S_N, \omega) = \beta_i \cdot \psi(\sum_{i=1}^{N} S_i, \omega)$, $i = \overline{1, N}$, где $\beta_i \geq 0$, $i = \overline{1, N}$, $\sum_{i=1}^{N} \beta_i = 1$.
Стратегия центра есть вектор $u = (\overline{\Phi}^*, \omega)$, где $\overline{\Phi}^* = (\overline{\Phi}_1, ..., \overline{\Phi}_N)$.

Игроки нижнего уровня (предприятия) стремятся увеличить свои функции прибыли с учетом платы за использование ресурсов: $\forall i = \overline{1, N}$

$$\sum_{m_i=1}^{M_i} p_{im_i} X_{im_i}(\overline{\Phi}_i, Y_i - S_i) - C_i(\overline{\Phi}_i, Y_i - S_i) - \psi_i(S_1, ..., S_N, \omega) \to \max_{S_i \in [0; Y_i]}, \qquad (1)$$

где p_{im_i} - цена на продукцию m_i-го вида, $X_{im_i}(\overline{\Phi}_i, Y_i - S_i)$ – выпуск продукции m_i-го вида, $C_i(\overline{\Phi}_i, Y_i - S_i)$ – функция издержек производства.

Постановка задачи для подсистем (предприятий) двухуровневой иерархической игры привела к бесскоалиционной игре вида

$$\Gamma_N = \{V_1,...,V_N, \Pi_1(\overline{\Phi}^*, \omega, S_1,...,S_N),..., \Pi_N(\overline{\Phi}^*, \omega, S_1,...,S_N)\}, \quad (2)$$

где $V_i = \{S_i \mid 0 \le S_i \le Y_i\}$ - множество стратегий *i*-го игрока (предприятия), $\Pi_i(\overline{\Phi}^*, \omega, S_1,...,S_N)$ - функция прибыли согласно задаче (1), $\forall i = \overline{1,N}$.

В работе показано, что при некоторых предположениях относительно функции выпуска, издержек и функции, определяющей систему выплат, решение бескоалиционной игры (1) при фиксированных $\overline{\Phi}^* = (\Phi_1,...,\Phi_N)$ и ω дает ситуацию равновесия в чистых стратегиях [2], которая представляет собой вектор управлений подсистем двухуровневой иерархической игры: $\overline{v} = \overline{S}^0(\overline{\Phi}^*, \omega)$, $\overline{S}^0(\overline{\Phi}^*, \omega) = (S_1^0(\overline{\Phi}^*, \omega),..., S_N^0(\overline{\Phi}^*, \omega))$.

Пусть центр стремится к увеличению налоговых отчислений с предприятий региона, тогда критерий эффективности центра имеет вид

$$F_0(\overline{\Phi}^*, \omega) = \delta \sum_{i=1}^{N} \sum_{m_i=1}^{M_i} \pi_{im_i} X_{im_i}(\overline{\Phi}_i, Y_i - S_i^0(\overline{\Phi}^*, \omega)), \quad (3)$$

где π_{im_i} - прибыль с единицы продукции m_i-го вида i-го предприятия, δ - величина налога с прибыли.

Центр должен так выбирать управление $u = (\overline{\Phi}, \omega)$, чтобы выполнялись ограничения по уровню загрязнения окружающей среды региона: $Z_l(\sum_{i=1}^{N} S_i^0(\overline{\Phi}^*, \omega)) \le Z_l^*$, $l = \overline{1,L}$. Множество допустимых управлений центра

$$U = \left\{(\overline{\Phi}^*, \omega) \mid \overline{\Phi}_i \in \prod_{k=1}^{K}[0; \Phi_{ik}],\ i = \overline{1,N}, \omega \in \Omega,\ Z_l(\sum_{i=1}^{N} S_i^0(\overline{\Phi}^*, \omega)) \le Z_l^*,\ l = \overline{1,L}\right\}.$$

Задача выбора оптимального управления центра $(\overline{\Phi}^{*0}, \omega^0)$ принимает вид

$$\delta \sum_{i=1}^{N} \sum_{m_i=1}^{M_i} \pi_{im_i} X_{im_i}(\overline{\Phi}_i, Y_i - S_i^0(\overline{\Phi}^*, \omega)) \to \max_{(\overline{\Phi}^*, \omega) \in U}. \quad (4)$$

Если задача (4) имеет решение $u^{*0} = (\overline{\Phi}^{*0}, \omega^0)$, то вектор управлений предприятий есть $v^{*0} = \overline{S}^0(\overline{\Phi}^{*0}, \omega^0) = (S_1^0(\overline{\Phi}^{*0}, \omega^0),..., S_N^0(\overline{\Phi}^{*0}, \omega^0))$.

Литература

1. Горелик, В.А. Теоретико-игровые модели принятия решений в эколого-экономических системах / В.А. Горелик, А.Ф. Кононенко. – М.: Радио и связь, 1982. – 144 с.
2. Горелик, В.А. Элементы теории игр: учебное пособие / В.А. Горелик, Т.П. Фомина. – М.: МПГУ, 1999. – 125 с.
3. Москаленко, А.П. Экономика природопользования и охраны окружающей среды: учебное пособие / А.П. Москаленко. – Ростов-н/Д.: ИКЦ «МарТ», 2003. – 217 с.

АЛГЕБРЫ ОТНОШЕНИЙ С ТРАНЗИТИВНЫМИ ГРУППАМИ

М.Ф. ЗУЕВ, А.М. ЗУЕВ
Московский энергетический институт (филиал в г. Смоленске)
Смоленский государственный университет, г. Смоленск

I. В работе авторов [1] исследовались *целочисленные* алгебры бинарных отношений с группами подстановок. Здесь мы рассмотрим структуру алгебр, содержащих транзитивные группы. Такие алгебры, как правило, не являются целочисленными. Напомним основные определения.

Алгеброй отношений $A = A(M)$ называют алгебраическую систему $\left\langle B;\ ^{/},\ ^{-1}, \cup, \cap, \bullet \right\rangle$, где B – замкнутое по операциям объединения ($\bigcup$), пересечения ($\bigcap$), умножения ($\bullet$), дополнения ($^{/}$) и обращения ($^{-1}$) множество бинарных отношений на M, $|M| = n \in N$. Отношения из B мы отождествляем с ориентированными графами. Подстановки на M часто также рассматриваются как отношения или графы.

Если $\sum$ – некоторое множество отношений на M, то под $[\sum]$ понимается алгебра, являющаяся замыканием $\sum$ по операциям алгебры A.

Централизатором $Z(\sum)$ системы $\sum$ называется максимальная группа подстановок на M, относительно которой инвариантны все графы из $\sum$, т.е. $Z(\sum) = \bigcap\limits_{g \in \sum} \mathrm{Aut}(g)$, где $\mathrm{Aut}(g)$ – группа автоморфизмов графа g.

Алгебра A называется *замкнутой* (по Галуа), если она содержит *все* графы, инвариантные относительно группы $Z(A)$. Алгебра A называется *p-замкнутой*, если $A = [P]$ для некоторой группы P подстановок на M. Заметим, что из *p-замкнутости* следует замкнутость (по Галуа), [2]. Группа подстановок на M называется *замкнутой*, если она является централизатором некоторой группы подстановок. Для замкнутой группы имеет место равенство: $Z(Z(P)) = P$.

Заметим, наконец, что алгебра A по операциям объединения, пересечения и дополнения является булевой и, следовательно, имеет атомную структуру. Под *атомной системой* понимаем совокупность всех атомов некоторой алгебры отношений.

II. Пусть R – регулярная группа на $M = \{1, 2, ..., n\}$, H – некоторая ее подгруппа. Занумеруем подстановки из R, положив для всех $a \in R$ $a = a_i$, если $a(1) = i$. Очевидно, $a_i^{-1} a_j(i) = j$, и, в силу регулярности группы R, если $a_k(i) = j$, то $a_k = a_i^{-1} a_j$.

Определим отношение ρ на M^2 следующим образом: $(i, j)\,\rho\,(i_1, j_1) \Leftrightarrow (\exists b \in H : ba_i = a_{i_1},\ ba_j = a_{j_1})$.

Теорема 1. *Отношение ρ задает атомную систему T на M. Алгебра A_H с атомной системой T содержит группу R и является p-замкнутой, т. е. $A_H = [G]$, где G – максимальная группа подстановок в A_H. Алгебра A_H – единственная, содержащая группу G в качестве максимальной.*

Доказательство. Отношение ρ является, очевидно, эквивалентностью на M^2. Обозначим через T множество соответствующих классов эквивалентности и покажем, что T удовлетворяет условиям атомности.

Если $(i, j) \in t_1$, $(j,i) \in t_2$, $t_1, t_2 \in T$, то и для всех $(i_1, j_1) \in t_1$ пара $(j_1,i_1) \in t_2$, т. е. для каждого $t \in T$ отношение t^{-1} принадлежит T.

Пусть $t_1, t_2, t_3 \in T$, $(i, j) \in t_1 \bullet t_2 \bigcap t_3$. Так как $(i, j) \in t_1 \bullet t_2$, то $\exists k \in M$, что $(i,k) \in t_1$, $(k, j) \in t_2$. Пусть $(i_1, j_1) \in t_3$, т. е. $\exists b \in H$, что $a_{i_1} = ba_i$, $a_{j_1} = ba_j$. Возьмем $a_{k_1} = ba_k$. Тогда $(i_1,k_1) \in t_1$, $(k_1, j_1) \in t_2$, т.е. $(i_1, j_1) \in t_1 \bullet t_2$. Следовательно, $t_1 \bullet t_2 \bigcap t_3 = t_3$, и атомность системы T доказана.

Обозначим через A_H алгебру с атомным множеством T, $A_H = [T]$, а через G – ее максимальную группу подстановок.

Пусть $t \in T$, (i, j), $(i_1, j_1) \in t$ и $a_k(i) = j$, $a_k \in R$. Тогда $a_k = a_i^{-1} a_j$. Так как $a_{i_1}^{-1} a_{j_1}(i_1) = j_1$ и существует $b \in H$, что $ba_i = a_{i_1}$, $ba_j = a_{j_1}$, то $a_{i_1}^{-1} a_{j_1} = (ba_i)^{-1} ba_j = a_i^{-1} b^{-1} ba_j = a_i^{-1} a_j = a_k$, т. е. $a_k(i_1) = j_1$. Следовательно, t – подграф подстановки a_k (в частности, t – частично-функциональное отношение). Итак, каждая подстановка из R является объединением некоторых атомов из T, т. е. $R \subset A_H$ и $R \subset G$.

Пусть теперь A – произвольная алгебра с максимальной группой подстановок G. Так как $R \subset G$, то G – транзитивная группа и, значит, все атомы алгебры A являются подграфами подстановок, т.е. частично-функциональны. По теореме Джонсона из [3] алгебра A является замкнутой с полурегулярным централизатором. Как нетрудно убедиться, всякая полурегулярная группа P является максимальной группой подстановок в алгебре $[P]$ и, следовательно, как показано в [2], группа P замкнута. А замкнутая алгебра с замкнутым централизатором является p-замкнутой [2], т.е. $A = [G]$. Но в алгебре A_H тоже все атомы частично-функциональны, и по тем же соображениям алгебра A_H p-замкнута, т.е. $A_H = [G] = A$.

III. Опишем структуру атомов из T. Пусть $R_1, R_2, ..., R_k$ – правые смежные классы в R по H, $a_{\nu_1}, a_{\nu_2}, ..., a_{\nu_k}$ – система их представителей. При отождествлении R с M по правилу $a_i \leftrightarrow i$ множество M разобьется на k равночисленных подмножеств $M_1, M_2, ..., M_k$. Пусть $t \in T$,

$(v_i, v_j) \in t$. Так как $Ha_{v_i} = R_i$, $Ha_{v_j} = R_j$, то H задает биекцию R_i на R_j, а t, соответственно, биекцию M_i на M_j. А поскольку t есть подграф некоторой подстановки $a \in R$, то $t = a \bigcap (M_i \times M_j)$.

Итак, множество T состоит из всех непустых пересечений подстановок из R с декартовыми произведениями $M_i \times M_j$, $i, j = 1, 2, ..., k$. Если при этом $i = j$, то соответствующие атомы образуют регулярную группу на M_i.

Рассмотрим левое регулярное представление $\widetilde{R}$ на R: $\widetilde{R} = \{\beta_k = a_k R : a_k \in R\}$. Это регулярная группа, действующая на R и подобная R. Зададим два отображения φ и ψ: $\varphi(i) = a_i^{-1}$, $\psi(a_k) = \beta_k^{-1}$ для всех $i \in M$, $a_k \in R$. Легко видеть, что ψ является изоморфизмом групп R и $\widetilde{R}$ (как абстрактных групп). Убедимся, что пара φ, ψ задает подобие R и $\widetilde{R}$. Пусть $a_k(i) = j$. Тогда $a_k = a_i^{-1} a_j$ и, следовательно, $a_i a_k = a_j$. Так как $\varphi(i) = a_i^{-1}$, $\varphi(j) = a_j^{-1}$, $\psi(a_k) = \beta_k^{-1}$, то $\beta_k^{-1}(a_i^{-1}) = a_k^{-1} a_i^{-1} = (a_i a_k)^{-1}$, т.е. $\varphi(a_k(i)) = \psi(a_k)\big|_{\varphi(i)}$, что и доказывает подобие групп R и $\widetilde{R}$. Это подобие индуцирует в $\widetilde{R}$ подгруппу $\widetilde{H}$, подобную группе H: $\widetilde{H} = \{\beta = aR : a \in H\}$.

Отождествим носитель R группы $\widetilde{R}$ с M (по правилу $a_i \leftrightarrow i$), оставив прежнее обозначение $\widetilde{R}$. Тогда, как нетрудно убедиться, группа $\widetilde{R}$ станет централизатором группы R: $\widetilde{R} = Z(R)$. Покажем, что группа $\widetilde{H}$ определяет полученную ранее атомную систему T и является централизатором группы G.

Пусть $t \in T$, (i, j), $(i_1, j_1) \in t$, т. е. существуют $a_k \in H$, $a_i, a_j \in R$, что $a_k a_i = a_{i_1}$, $a_k a_j = a_{j_1}$. Возьмем $\beta_k = a_k R$, $\beta_k \in \widetilde{H}$. Тогда $\beta_k(a_i) = a_k a_i = a_{i_1}$, $\beta_k(a_j) = a_k a_j = a_{j_1}$, т. е. (при отождествлении R с M) $\beta_k(i) = i_1$, $\beta_k(j) = j_1$. Это значит, что пары (i, j), (i_1, j_1), а следовательно, и t принадлежат одной 2-орбите группы $\widetilde{H}$. Очевидно и обратное: если две пары принадлежат одной 2-орбите, то они из одного атома.

Итак, система T совпадает с множеством 2-орбит группы $\widetilde{H}$. Каждая подстановка $\beta \in \widetilde{H}$, как легко видеть, является автоморфизмом всех атомов из T. Следовательно, $Z(T) \supset \widetilde{H}$, т. е. $Z(G) \supset \widetilde{H}$. Группа $\widetilde{H}$ – полурегулярная и, значит, замкнутая. Но тогда она является централизатором некоторой замкнутой группы подстановок G_1: $\widetilde{H} = Z(G_1)$. Так как $Z(G_1) \subset Z(G)$, то $G \subset G_1$. Если $G_1 \neq G$, то атомы алгебры $[G_1]$ являются измельчением атомов алгебры $[G] = A_H$. Но, как видно из структуры атомов системы T, измельченные атомы не будут инвариантны относительно всей группы $\widetilde{H}$. Следовательно, $G_1 = G$ и $\widetilde{H} = Z(G) = Z(A_H)$.

IV. Пусть D – произвольная алгебра отношений на M и ее максимальная группа подстановок Q транзитивна. Рассуждения, проведенные при доказательстве теоремы 1, показывают, что группа Q является замкнутой, а алгебра D p-замкнутой, т. е. $D=[Q]$. Покажем, что Q имеет регулярные подгруппы (для произвольной транзитивной группы это не так). Как известно, централизатор транзитивной группы – полурегулярная группа; пусть $\widetilde{N}=Z(Q)$. Как всякую полурегулярную группу, $\widetilde{N}$ можно расширить до регулярной группы $(\widetilde{P})$. Пусть $Z(\widetilde{P})=P$. Так как $\widetilde{N}=Z(Q)\subset\widetilde{P}$, то $Z(Z(Q))\supset Z(\widetilde{P})=P$. Но $Z(Z(Q))=Q$, т. е. $Q\supset P$, причем P – регулярная группа (как централизатор регулярной группы).

Так как $\widetilde{P}=Z(Z(\widetilde{P}))=Z(P)$ (регулярная группа замкнута), то установим подобие (φ,ψ) между P и $\widetilde{P}$, как ранее между R и $\widetilde{R}$. При этом подобии группе $\widetilde{N}$ будет соответствовать некоторая подгруппа N группы P. Построим по N и P, как в теореме 1, атомную систему S и алгебру $A_N=[S]$. Для S, а значит, и для A_N группа $\widetilde{N}$ является централизатором, а алгебра A_N – p-замкнутая. Следовательно, $Q\subset A_N$. Но $D=[Q]$ и $Z(D)=Z(Q)=\widetilde{N}=Z(A_N)$, т. е. $D=A_N$.

Пусть теперь K – произвольная регулярная подгруппа группы Q, $\widetilde{K}=Z(K)\supset Z(Q)=\widetilde{N}$. Повторив предыдущие рассуждения, убедимся, что K содержит подгруппу L, построенная по которой алгебра A_L совпадает с D. При этом группы L и N подобны, как подобные одной и той же группе $\widetilde{N}$.

Заметим, что регулярные подгруппы L и N группы Q могут быть даже не изоморфны. Далее, если L, L_1 – разные подгруппы в K, то смежные классы, построенные в K по L и L_1, будут разными и, следовательно, будут разными соответствующие атомные системы T и T_1.

Итак, доказана

Теорема 2. *Всякая алгебра A бинарных отношений на M, содержащая транзитивную группу, является p-замкнутой, т. е. $A=[G]$, где G – максимальная группа подстановок в A. Группа G имеет регулярные подгруппы, причем каждая из них содержит единственную подгруппу, по которой G однозначно восстанавливается отношением ρ из теоремы 1.*

В заключение заметим, что если подгруппа H регулярной группы R является нормальной в R, то области определения атомов из T совпадают с системами транзитивности группы H (в общем случае это не верно). Атомы, отображающие систему транзитивности M_i в себя, образуют регулярную группу на этой системе, совпадающую с проекцией группы H на M_i.

Литература

1. Зуев, А.М. Структура целочисленных алгебр отношений с нетривиальными группами подстановок / А.М. Зуев, М.Ф. Зуев // Системы компьютерной математики и их приложения. – Смоленск: СмолГУ, 2007.– Вып. 8.– С. 151-152.
2. Зуев, М.Ф. Алгебра отношений, порожденная подстановками / М.Ф. Зуев, А.М. Зуев // Системы автоматизации и управления технологическими объектами. – Смоленск: СФМЭИ, 1993. – № 5.– С. 70-73.
3. Johnson, B. Maximal algebras of binary relations / B. Johnson // Contemp. Math. – American Math. Society, 1984. – T.33.– C. 299-307.

ЛИНЕЙНО–ИНВАРИАНТНЫЕ СЕМЕЙСТВА АНАЛИТИЧЕСКИХ В ЕДИНИЧНОМ КРУГЕ ФУНКЦИЙ

Э.Г. КИРЬЯЦКИЙ

Вильнюсский технический университет, г. Вильнюс

e-mail: eduard.kiriyatzkii@takas.lt

1. Нам понадобятся несколько известных определений и формул. $\widetilde{A}_n(E)$ – класс аналитических нормированных в единичном круге E функций

$$F(z) = z^n + \sum_{k=2}^{\infty} a_{k,n} z^{n+k-1}, \quad F^{(n)}(z) \neq 0 \quad \forall z \in E.$$

L–множество автоморфизмов $\omega = \omega(z) = \dfrac{e^{i\theta} z + \zeta}{1 + \bar{\zeta} e^{i\theta} z}$, $|\zeta| < 1$, $0 \le \theta < 2\pi$.

τ_1, τ_2–неподвижные точки $\omega = \omega(z)$, т.е. $\omega(\tau_1) = \tau_1$ и $\omega(\tau_2) = \tau_2$. Заметим, что омега–преобразование можно записать также в виде

$$\omega = \omega(z) = \frac{z - (\bar{\tau}_1 + \bar{\tau}_2)\zeta z + \zeta}{1 - \bar{\tau}_1 \bar{\tau}_2 \zeta z}, \ |\zeta| < 1.$$

Разделенную разность n-го порядка функции $F(z)$ по точкам $z_0, \dots, z_n \in E$ определим формулой

$$[F(z); z_0, \dots, z_n] = \frac{1}{2\pi i} \int_{\Gamma} \frac{F(\xi) d\xi}{(\xi - z_0) \dots (\xi - z_n)},$$

где Γ– простой замкнутый контур, лежащий в E и охватывающий все точки $z_0, \dots, z_n$.

2. Познакомимся также с введенными автором определениями, понятиями, установленными им формулами и некоторыми теоремами.

$$\Omega_n^{\omega}[F(z)] = \frac{z^n\left[F(z);\omega,\overbrace{\zeta,\ldots,\zeta}^{n}\right]}{\left(1+\overline{\zeta}e^{i\theta}z\right)\frac{1}{n!}F^{(n)}(\zeta)}$$ – омега–оператор на классе $\widetilde{A}_n(E)$.

$$F(z;\omega) = \Omega_n^{\omega}[F(z)] = z^n + \sum_{k=2}^{\infty} c_{k,n}(\omega) z^{n+k-1},$$

где

$$c_{2,n}(\omega) = e^{i\theta}\left(-\overline{\zeta} + \left(1-|\zeta|^2\right)\frac{F^{(n+1)}(\zeta)}{(n+1)F^{(n)}(\zeta)}\right).$$

Далее, $\Phi_{n,t,\tau_1,\tau_2}(z) = z^n + \sum_{k=2}^{\infty} g_{k,n,\tau_1,\tau_2}(t) z^{n+k-1}$ – аналитическая в E функция, являющаяся единственным частным решением дифференциального уравнения

$$(1-\overline{\tau}_1 z)(1-\overline{\tau}_2 z)Z^{(n+1)}(z) - (n+1)(t-\overline{\tau}_1\overline{\tau}_2 z)Z^{(n)}(z) = 0,$$

при условиях $Z(0) = Z^{(1)}(0) = \ldots = Z^{(n-1)}(0) = 0$, $Z^{(n)}(0) = n!$. Заметим, что $g_{2,n,\tau_1,\tau_2}(t) \equiv t$.

$$\Delta_{2,n}[F(z)] = -\overline{z} + \left(1-|z|^2\right)\frac{F^{(n+1)}(z)}{(n+1)F^{(n)}(z)}$$ – дельта–оператор на классе $\widetilde{A}_n(E)$.

$$\Delta_{2,n}[F(z_0)] = -\overline{z}_0 + \left(1-|z_0|^2\right)\frac{F^{(n+1)}(z_0)}{(n+1)F^{(n)}(z_0)}$$ – функционал на классе $\widetilde{A}_n(E)$.

$$\delta_F = \sup_{z\in E}\left|\Delta_{2,n}[F(z)]\right|$$ – функционал на классе $\widetilde{A}_n(E)$.

$$\frac{z^n}{F(z;\omega)} \equiv \frac{z^n}{\Omega_n^{\omega}[F(z)]} = 1 + \sum_{k=1}^{\infty} b_{k,n}(\omega) z^k .$$

Отсюда следует формула

$$\frac{-(n+1)(n+2)b_{2,n}(\omega)}{e^{2\theta i}\left(1-|\zeta|^2\right)^2} = \frac{F^{(n+2)}(\zeta)}{F^{(n)}(\zeta)} - \frac{n+2}{n+1}\left(\frac{F^{(n+1)}(\zeta)}{F^{(n)}(\zeta)}\right)^2 .$$

$$H_n[F(z)] = \frac{F^{(n+2)}(z)}{F^{(n)}(z)} - \frac{n+2}{n+1}\left(\frac{F^{(n+1)}(z)}{F^{(n)}(z)}\right)^2$$ – оператор Гопенгауза–Кирьяцкого, совпадающий с известной производной Шварца при $n = 1$ (см. [1]).

$$\sigma_F = \frac{1}{(n+1)(n+2)}\sup_{z\in E}\left(1-|z|^2\right)^2\left|H_n[F(z)]\right|,\ \sigma = \max_{F(z)\in\widetilde{K}_n(E)}\sigma_F .$$

$\widetilde{J}_n(E)$–семейство функций $F(z)\in\widetilde{A}_n(E)$ со свойством: если $F(z)\in\widetilde{J}_n(E)$, то

$$F(z;\omega) \equiv \Omega_n^{\omega}[F(z)] \in \widetilde{J}_n(E)$$

при любом $\omega \in L$. Введенное автором семейство $\widetilde{J}_n(E)$ называется линейно-инвариантным семейством n–го порядка. Число

$$\delta = \delta\left(\widetilde{J}_n(E)\right) = \sup_{F(z)\in\widetilde{J}_n(E)} \frac{1}{(n+1)!}\left|F^{(n+1)}(0)\right|$$

назовем ограндом семейства $\widetilde{J}_n(E)$. Семейство $\widetilde{J}_n(E)$ с ограндом δ обозначается через $\widetilde{J}_n(E;\delta)$.

Через $\widetilde{U}_n(E;\delta)$ – обозначается объединение всех линейно–инвариантных семейств n–го порядка, у которых огранды не превосходят числа δ.

При $n=1$ свойства функций из семейств $\widetilde{J}_n(E)$ и $\widetilde{U}_n(E;\delta)$ изучались в [2], [3].

3. Примеры линейно–инвариантных семейств n–го порядка.

$\widetilde{A}_n(E)$–линейно–инвариантное семейство n–го порядка.

$\widetilde{U}_n(E;\delta)$–линейно–инвариантное семейство n–го порядка.

$\widetilde{\Pi}_n(E;F)$–простое семейство, образованное из функций $F(z;\omega)\equiv \Omega_n^{\omega}[F(z)]$, где функция $F(z)\in\widetilde{A}_n(E)$ и фиксирована, а $\omega=\omega(z)$ пробегает все функции из L. Простое семейство с ограндом δ обозначается через $\widetilde{\Pi}_n(E;F;\delta)$.

Через $\widetilde{K}_n(E)$ обозначается введенный автором класс функций $F(z)$ из $\widetilde{A}_n(E)$, для которых $[F(z); z_0,\dots,z_n]\neq 0$ при любых $z_0,\dots,z_n\in E$. Класс $\widetilde{K}_n(E)$ является линейно–инвариантным семейством n–го порядка (см. [4]).

4. Некоторые теоремы.

Теорема 1. *Функционал δ_F принимает постоянное значение на всех функциях из некоторого простого семейства.*

Теорема 2. *У любого линейно–инвариантного семейства огранд δ удовлетворяет неравенству $1\le\delta\le\infty$.*

Теорема 3. *Если $\delta_F\le\delta$, то $F(z)\in\widetilde{U}_n(E;\delta)$.*

Теорема 4. *Если $\tau_1=-1$, $\tau_2=1$, $t=\dfrac{n+3}{n+1}$, то*

$$\Phi_{n,t,-1,1}(z) = z^n + \sum_{k=2}^{\infty}\frac{n+2k-1}{n+1} z^{n+k-1} \in \widetilde{K}_n(E).$$

Теорема 5. *Пусть $z_0\in E$ и фиксировано. Тогда все значения функционала $\Delta_{2,n}[F(z_0)]$, $F(z)\in\widetilde{U}_n(E;\delta)$ лежат в круге $|w|\le\delta$ и полностью заполняют его.*

Теорема 6. *Функционал* σ_F *принимает постоянное значение на всех функциях из некоторого простого семейства.*

Теорема 7. *Справедливо неравенство* $\delta_F^2 \le 1 + (n+2)\sigma_F$ *при любом* $F(z) \in \widetilde{J}_n(E)$.

Теорема 8. *Если* $\sigma_F \le \dfrac{\delta^2 - 1}{n+2}$, *то* $F(z) \in \widetilde{U}_n(E;\delta)$.

Теорема 9. *Если*

$$\left|H_n[F(z)]\right| \le \frac{(n+1)(\delta^2 - 1)}{\left(1 - |z|^2\right)^2}$$

при любом $z \in E$, *то* $F(z) \in \widetilde{U}_n(E;\delta)$.

Теорема 10. *Функция* $\Phi_{n,t,\tau_1,\tau_2}(z)$ *является неподвижной функцией оператора* Ω_n^ω *при любом* $\omega = \omega(z)$ *с фиксированными двумя неподвижными точками, т.е.*

$$\Omega_n^\omega\left[\Phi_{n,t,\tau_1,\tau_2}(z)\right] \equiv \Phi_{n,t,\tau_1,\tau_2}(z).$$

Теорема 11. *Пусть* $F(z) \in \widetilde{A}_n(E)$. *Тогда*

$$H[F(\omega)] = e^{-2\theta i}\frac{\left(1 + \overline{\zeta} e^{i\theta} z\right)^4}{\left(1 - |\zeta|^2\right)^2} H_n\left[\Omega_n^\omega[F(z)]\right].$$

Теорема 12. *Справедливо равенство*

$$\left(1 - |z|^2\right)\left|H\left[\Omega_n^\omega[F(z)]\right]\right| = \left(1 - |\omega|^2\right)^2 \left|H_n[F(z)]\right|.$$

Теорема 13. *Имеют место неравенства*

$$\sigma = \max_{F(z)\in\widetilde{K}_n(E)} \sigma_F = \max_{F(z)\in\widetilde{K}_n(E)} \left|a_{3,n} - a_{2,n}^2\right| \ge \frac{4}{(n+1)^2}.$$

Литература

1. Гопенгауз, Б.Е. Об одном обобщении производной Шварца и его применении / Б.Е. Гопенгауз // Математические заметки. – 1971. – Т. 10, № 2. – С. 229–238.
2. Поммеренке Х. Linear–invariante familien analitischer funktionen / Х. Поммеренке // Math. An. – 1964. – № 155. – С. 108–154.
3. Старков В.В. Теоремы регулярности для универсальных линейно–инвариантных семейств функций / В.В.Старков // Болгария. Институт математики. – 1985. – Т. 11. – С. 299–318.
4. Кирьяцкий, Э.Г. Многолистные функции и разделенные разности / Э.Г. Кирьяцкий. – Вильнюс: Техника, 1995. – 390 с.

ESTIMATION OF THE COEFFICIENTS OF TAYLOR AND OF NEWTON THE ANALYTIC IN THE DISK FUNCTIONS

E.G. KIRIYATZKII
Vilnius Gediminas Technical University
e–mail: eduard.kiriyatzkii@takas.lt

Let E be the unit disk $|z|<1$. By $\widetilde{A}_1(E)$ we denote the class of analytical in E functions $f(z)$, $f(0)=0$, $f'(0)=1$, $f'(z)\neq 0$, $\forall z\in E$.

Theorem. If

$$f(z)=\sum_{k=1}^{\infty}a_k z^k\in\widetilde{A}_1(E),\quad a_1=1,$$

then

$$f(z;\zeta)=\frac{f\left(\dfrac{z+\zeta}{1+\bar{\zeta}z}\right)-f(\zeta)}{\left(1-|\zeta|^2\right)f'(\zeta)}=\sum_{k=1}^{\infty}a_k(\zeta)z^k\in\widetilde{A}_1(E),\quad a_1(\zeta)\equiv 1,$$

and

$$\left(1-|\zeta|^2\right)^{n-1}\frac{f^{(n)}(\zeta)}{n!\,f'(\zeta)}=\sum_{k=0}^{n-1}C_{n-1}^k\,a_{n-k}(\zeta)\bar{\zeta}^k,\quad\forall\zeta\in E,\quad n=1,2,\ldots,$$

$$a_k(\zeta)=\sum_{m=0}^{k-1}(-1)^m C_{k-1}^m\left(1-|\zeta|^2\right)^{k-1-m}\zeta^m\frac{f^{(k-m)}(\zeta)}{(k-m)!\,f^{(1)}(\zeta)}.$$

Corollary 1. *Let us denote by S class of univalent in E functions*

$$f(z)=\sum_{k=1}^{\infty}a_k z^k,\quad a_1=1.$$

If $f(z)\in S$, then

$$\frac{\left|f^{(n)}(z)\right|}{n!}\leq\frac{n+|z|}{\left(1-|z|\right)^{n+2}},\quad\forall z\in E,\quad n=0,1,2,\ldots,\tag{1}$$

Proof. Let $f(z)\in S$. It is known (see [1], [2])

$$|f(z)|\leq\frac{|z|}{\left(1-|z|\right)^2},\quad\left|f'(z)\right|\leq\frac{1+|z|}{\left(1-|z|\right)^3},\quad|a_k|\leq k,\quad k=1,2,3,\ldots.$$

If $f(z)\in S$, then $f(z,\zeta)\in S$, $\forall\zeta\in E$, therefore (see [2])

$$\left|a_{n-k}(\zeta)\right|\leq n-k.$$

Hence

$$\frac{\left|f^{(n)}(\zeta)\right|}{n!}\leq\frac{|f'(\zeta)|}{\left(1-|\zeta|^2\right)^{n-1}}\sum_{k=0}^{n-1}C_{n-1}^k\cdot\left|a_{n-k}(\zeta)\right|\cdot\left|\bar{\zeta}\right|^k\leq\frac{1+|\zeta|}{\left(1-|\zeta|^2\right)^{n-1}\left(1-|\zeta|\right)^3}\sum_{k=0}^{n-1}C_{n-1}^k\cdot(n-k)\cdot\left|\bar{\zeta}\right|^k.$$

But

$$\sum_{k=0}^{n-1} C_{n-1}^{k} \cdot (n-k) \cdot \left|\overline{\zeta}\right|^{k} = (n+|\zeta|)(1+|\zeta|)^{n-2} .$$

Hence

$$\frac{\left|f^{(n)}(\zeta)\right|}{n!} \le \frac{(1+|\zeta|)(n+|\zeta|)(1+|\zeta|)^{n-2}}{\left(1-|\zeta|^{2}\right)(1-|\zeta|)^{3}} = \frac{n+|\zeta|}{(1-|\zeta|)^{n+2}} .$$

Remark. *Estimates* (1) *got as well Landau* (see [3]) *and Aleksandrov* (see [4]) *by another more complex method.*

Define the n-th order divided difference

$$[f(z); z_0,\dots,z_n] = \int_0^1 \int_0^{t_1} \dots \int_0^{t_{n-1}} f^{(n)}(\xi) dt_1 \dots dt_n ,$$

where $z_0,\dots,z_n \in E$ and

$$\xi = z_0 + t_1(z_1 - z_0) + \dots + t_n(z_n - z_{n-1}), \quad 0 \le t_1 \le 1,\ 0 \le t_2 \le t_1,\dots,0 \le t_n \le t_{n-1} .$$

Corollary 2. *Let* $f(z) \in S$. *Then*

$$\left|[f(z); z_0,\dots,z_n]\right| \le \left(-1 + \sum_{m=0}^{n} \frac{1}{1-|z_m|}\right) \cdot \prod_{m=0}^{n} \frac{1}{1-|z_m|} \quad \forall z_0,\dots,z_n \in E, \quad n = 0,1,2,\dots \text{(2)}$$

The equality in (2) *holds if all the points* $z_0,\dots,z_n$ *are situated on the radius of the disk* E , *inclined to the real axis at an angle* α *and the function* $f(z)$ *is the shape*

$$f_\alpha(z) = \frac{z}{\left(1-e^{-i\alpha} z\right)^2} \in S, \quad 0 \le \alpha \le 2\pi .$$

Proof. *Let*

$$|z| = r,\ |z_0| = r_0,\dots,|z_n| = r_n,\ \rho = r_0 + t_1(r_1 - r_0) + \dots + t_n(r_n - r_{n-1}).$$

Then

$$|\xi| \le \rho < 1, \quad f_0^{(n)}(\rho) = \frac{n!(n+\rho)}{(1-\rho)^{n+2}}$$

and

$$\left|[f(z); z_0,\dots,z_n]\right| \le \int_0^1 \int_0^{t_1} \dots \int_0^{t_{n-1}} \left|f^{(n)}(\xi)\right| dt_1 \dots dt_n \le \int_0^1 \int_0^{t_1} \dots \int_0^{t_{n-1}} f_0^{(n)}(\rho) dt_1 \dots dt_n = [f_0(r); r_0,\dots,r_n] =$$

$$= \left(-1 + \sum_{m=0}^{n} \frac{1}{1-r_m}\right) \cdot \prod_{m=0}^{n} \frac{1}{1-r_m} = \left(-1 + \sum_{m=0}^{n} \frac{1}{1-|z_m|}\right) \cdot \prod_{m=0}^{n} \frac{1}{1-|z_m|} .$$

Moreover

$$\left[f_\alpha(z); r_0 e^{i\alpha},\dots,r_n e^{i\alpha}\right] = e^{-i(n-1)\alpha} \left(-1 + \sum_{m=0}^{n} \frac{1}{1-r_m}\right) \cdot \prod_{m=0}^{n} \frac{1}{1-r_m} .$$

Let $\widetilde{K}_n(E)$ denote the class of functions $F(z)$ introduced by the author, for which the n-th order divided difference $[F(z); z_0,\dots,z_n] \ne 0, \quad \forall z_0,\dots,z_n \in E$. When $n = 1$ we have a class $\widetilde{K}_1(E)$ of univalent functions in E.

Gipotesis. (E. G. Kiriyatzkii). *Let* $n \geq 1$ *and*

$$F(z) = z^n + \sum_{k=2}^{\infty} a_{k,n} z^{n+ki1} \in \widetilde{K}_n(E).$$

Then

$$|a_{k,n}| \leq \frac{n+2k-1}{n+1}, \quad k = 2,3,4,\dots.$$

If

$$\Phi(z) = z^n + \sum_{k=2}^{\infty} \frac{n+2k-1}{n+1} z^{n+k-1},$$

then $\Phi(z) \in \widetilde{K}_n(E)$.

Reference

1. Duren, P. Univalent Functions / P. Duren. – New York: Springer-Verlag, 1983.
2. Branqes, L. A proof of the Bieberbach conjecture / L. Branqes // Acfa Math. – 1985. – V. 154. – P. 137–152.
3. Landau, E. Einige Bemerkungen uber schlichte Abbildung / E. Landau // Iber Deutch Math. – Vere. in. 34. – 1926. – P. 239–243.
4. Aleksandrov, I. Methods of Geometrical Theory of Analytical Functions / I. Aleksandrov. – Tomsk: State. Univ, 2001 (in Russian).

ОБ ИССЛЕДОВАНИИ ВТОРОЙ ТРЕХЭЛЕМЕНТНОЙ ЗАДАЧИ ТИПА КАРЛЕМАНА ДЛЯ ТРИАНАЛИТИЧЕСКИХ ФУНКЦИЙ

Н.Р. ПЕРЕЛЬМАН

Смоленский государственный университет, г. Смоленск

1. Постановка задачи. Пусть T^+ – конечная односвязная область на плоскости комплексного переменного $z = x + iy$, ограниченная простым гладким замкнутым контуром Ляпунова L. Рассматривается следующая краевая задача, сформулированная К.М. Расуловым (см. [1], с. 287).

Требуется найти все трианалитические в T^+ *функции* $F(z) = U(x,y) + iV(x,y)$, *непрерывно продолжаемые на L вместе со своими частными производными до второго порядка включительно и удовлетворяющие следующим краевым условиям:*

$$F^+[\alpha(t)] = G_{11}(t)\overline{F^+(t)} + G_{21}(t)F^+(t) + g_1(t), \tag{1}$$

$$\frac{\partial F^+[\alpha(t)]}{\partial n} = G_{12}(t)\overline{\frac{\partial F^+(t)}{\partial n}} + G_{22}(t)\frac{\partial F^+(t)}{\partial n} + (-1)g_2(t), \tag{2}$$

$$\frac{\partial^2 F^+[\alpha(t)]}{\partial n^2} = G_{13}(t)\overline{\frac{\partial^2 F^+(t)}{\partial n^2}} + G_{23}(t)\frac{\partial^2 F^+(t)}{\partial n^2} + g_3(t), \tag{3}$$

где $\frac{\partial}{\partial n}$ *- производная по внутренней нормали к L,* $G_{1k}(t), G_{2k}(t), g_k(t)$ $(k = 1,2,3)$ *- заданные на* L *комплекснозначные функции, причем* $G_{1k}(t), G_{2k}(t) \in H^{(5-k)}(L)$, $g_k(t) \in H^{(3-k)}(L)$, $G_{1k}(t) \neq 0$ *на* L, $\alpha(t)$ *- функция сдвига контура L, удовлетворяющая условию Карлемана*

$$\alpha[\alpha(t)] = t, \tag{4}$$

и такая, что $\alpha'(t) \neq 0, \quad \alpha(t) \in H^{(n)}(L)$.

В краевом условии (2) множитель (–1) перед $g_2(t)$ взят для удобства в дальнейших обозначениях.

Следуя [1], сформулированную задачу назовем *второй трехэлементной задачей типа Карлемана для трианалитических функций* или, короче, *задачей* $\boldsymbol{K}_{2,3}$.

В настоящей заметке задача $\boldsymbol{K}_{2,3}$ исследуется в случае, когда контур L является единичной окружностью с центром в начале координат, то есть $L = \{t : |t| = 1\}$, $T^+ = \{z : |z| < 1\}$.

Отметим, что данная трехэлементная задача типа Карлемана для бианалитических функций в круге исследовалась, например, в [4].

2. О решении задачи $\boldsymbol{K}_{2,3}$ в круге. Известно (см., например, [1], с. 26), что всякую трианалитическую в круге T^+ функцию можно представить в виде:

$$F(z) = \varphi_0(z) + \bar{z}\varphi_1(z) + \bar{z}^2\varphi_2(z), \tag{5}$$

где $\varphi_0(z), \varphi_1(z), \varphi_2(z)$ - аналитические в T^+ функции, называемые аналитическими компонентами трианалитической функции $F(z)$.

Далее, с учетом представления (5), известного соотношения $\frac{\partial}{\partial n} = i\left(t'\frac{\partial}{\partial t} - \bar{t}'\frac{\partial}{\partial \bar{t}}\right)$ и того, что в точках окружности $L = \{t : |t| = 1\}$ выполняются равенства $\bar{t} = \frac{1}{t}$, $t' = it$, перепишем краевые условия (1) – (3) в виде

$$\Phi_k^+(\alpha(t)) = G_{1k}(t)\alpha^2(t)t^2\overline{\Phi_k^+(t)} + G_{2k}(t)\alpha^2(t)t^{-2}\Phi_k^+(t) + \alpha^2(t)g_k(t), \quad k = 1,2,3, \tag{6}$$

где

$$\Phi_1^+(z) = z^2 + z\varphi_1(z) + \varphi_2(z), \tag{7}$$

$$\Phi_2^+(z) = z^3\frac{d\varphi_0(z)}{dz} + z^2\frac{d\varphi_1(z)}{dz} + z\frac{d\varphi_2(z)}{dz} + z\varphi_1(z) + 2\varphi_2(z), \tag{8}$$

$$\Phi_3^+(z) = z^4\frac{d^2\varphi_0(z)}{dz^2} + z^3\frac{d^2\varphi_1(z)}{dz^2} + z^2\frac{d^2\varphi_2(z)}{dz^2} + 2z^2\frac{d\varphi_1(z)}{dz} + 4z\frac{d\varphi_2(z)}{dz} + 2\varphi_2(z). \tag{9}$$

Очевидно, что равенства (6) представляют собой краевые условия трех обобщенных задач типа Карлемана относительно аналитических в круге $T^+ = \{z : |z| < 1\}$ функций $\Phi_1(z), \Phi_2(z)$ и $\Phi_3(z)$ соответственно (см. [2], с. 295).

Предположим, что $\Phi_1(z), \Phi_2(z), \Phi_3(z)$ уже найдены. Тогда функции $\varphi_0(z), \varphi_1(z), \varphi_2(z)$ выражаются из (7)– (9) по следующим формулам:

$$\varphi_0(z) = \frac{1}{8z^2}\left(z^2\Phi_1''(z) + 3z\Phi_1'(z) - 2z\Phi_2'(z) - 5\Phi_2(z) + \Phi_3(z)\right), \tag{10}$$

$$\varphi_1(z) = \frac{1}{4z}\left(4\Phi_1(z) - z^2\Phi_1''(z) - z\Phi_1'(z) + 2z\Phi_2'(z) + 3\Phi_2(z) - \Phi_3(z)\right), \tag{11}$$

$$\varphi_2(z) = \frac{1}{8}\left(z^2\Phi_1''(z) - z\Phi_1'(z) - 2z\Phi_2'(z) - \Phi_2(z) + \Phi_3(z)\right). \tag{12}$$

Так как функции $\Phi_1(z), \Phi_2(z), \Phi_3(\mathrm{z})$ являются аналитическими в круге $T^+ = \{z : |z| < 1\}$, то для них справедливы следующие разложения в степенные ряды:

$$\begin{aligned} \Phi_1(z) &= a_{10} + a_{11}z + a_{12}z^2 + ..., \\ \Phi_2(z) &= a_{20} + a_{21}z + a_{22}z^2 + ..., \\ \Phi_3(z) &= a_{30} + a_{31}z + a_{32}z^2 + ..., \end{aligned} \tag{13}$$

где $a_{j,k} = \dfrac{d^{(k)}\Phi_j(0)}{dz^k}, \quad j = 1,2,3; k = 1,2,...$.

Теперь заметим, что функции $\varphi_0(z), \varphi_1(z)$ и $\varphi_2(z)$, определяемые по формулам (10), (11) и (12), соответственно будут аналитическими в круге T^+ тогда и только тогда, когда выполняются следующие условия:

$$\begin{cases} 3a_{11} - 7a_{21} + a_{31} = 0, \\ a_{30} - 5a_{20} = 0, \\ 2a_{10} - a_{20} = 0. \end{cases} \tag{14}$$

Итак, получили следующий результат:

Теорема 1. *Решение краевой задачи* $\boldsymbol{K}_{2,3}$ *в круге* $T^+ = \{z : |z| < 1\}$ *сводится к решению трех обобщенных задач типа Карлемана* (6) *относительно аналитических в круге* $T^+ = \{z : |z| < 1\}$ *функций вида* (7) - (9)*, причем задача разрешима тогда и только тогда, когда одновременно разрешимы задачи* (6) *и выполняются условия* (14).

Дальнейшее решение задачи и исследование картины разрешимости проводится аналогично задаче $\boldsymbol{K}_{1,3}$ (см., например, [5], с. 171).

Литература

1. Расулов, К.М. Краевые задачи для полианалитических функций и некоторые их приложения / К.М. Расулов. – Смоленск: СГПУ, 1998. – 344 с.
2. Литвинчук, Г.С. Краевые задачи и сингулярные интегральные уравнения со сдвигом / Г.С. Литвинчук. – М.: Наука, 1977. – 448 с.
3. Гахов, Ф.Д. Краевые задачи / Ф.Д. Гахов. – М.: Наука, 1977. – 640 с.
4. Расулов, К.М. О второй основной трехэлементной краевой задаче типа Карлемана в классах бианалитических функций в круге / К.М. Расулов,

О.А. Титов // Труды математического центра имени Н.И. Лобачевского: материалы международной научной конференции. – Казань: Изд-во Казанского математического общества, 2004. – С. 224-225.

5. Перельман, Н.Р. Трехэлементная задача типа Карлемана для трианалитических функций в круге / Н.Р. Перельман // Системы компьютерной математики и их приложения: материалы международной конференции. – Смоленск, 2007. – Вып. 8. – С. 171-180.

О РЕШЕНИИ ОДНОЙ НЕКЛАССИЧЕСКОЙ КРАЕВОЙ ЗАДАЧИ ТИПА РИКЬЕ В КЛАССЕ ОБОБЩЕННЫХ МЕТААНАЛИТИЧЕСКИХ ФУНКЦИЙ В КРУГЕ

К.М. РАСУЛОВ, В.И. ХРИСАНФОВ
Смоленский государственный университет, г. Смоленск

В дальнейшем в основном будем пользоваться терминами и обозначениями, принятыми в [1].

Будем говорить (см. также [1], с. 139 или [2]), что функция $F(z)=U(x,y)+iV(x,y)$ является *обобщенной метааналитической функцией* в некоторой области T^+, если она имеет в этой области непрерывные частные производные до второго порядка включительно и удовлетворяет там дифференциальному уравнению

$$\frac{\partial^2 F(z)}{\partial \bar{z}^2}+a_1(z)\frac{\partial F(z)}{\partial \bar{z}}+a_0(z)F(z)=0\,, \tag{1}$$

где $\dfrac{\partial}{\partial \bar{z}}=\dfrac{1}{2}\left(\dfrac{\partial}{\partial x}+i\dfrac{\partial}{\partial y}\right)$ – дифференциальный оператор Коши-Римана, а $a_0(z), a_1(z)$ – заданные аналитические (голоморфные) в области T^+ функции.

Пусть $\lambda_0(z)$ и $\lambda_1(z)$ – корни характеристического уравнения

$$\lambda^2+a_1(z)\lambda+a_0(z)=0\,. \tag{2}$$

Известно (см., например, [1]), что всякую обобщенную метааналитическую в области T^+ функцию $F(z)$ можно представить в виде

$$F(z)=\left[\varphi_0^+(z)+\bar{z}\cdot\varphi_1^+(z)\right]\cdot e^{\lambda_0(z)\cdot\bar{z}}\,,\quad \text{если}\ \ \lambda_0(z)\equiv\lambda_1(z)\ \text{в}\ T^+, \tag{3}$$

или

$$F(z)=\varphi_0^+(z)\cdot e^{\lambda_0(z)\cdot\bar{z}}+\varphi_1^+(z)\cdot e^{\lambda_1(z)\cdot\bar{z}}\,,\quad \text{если}\ \ \lambda_0(z)\neq\lambda_1(z)\ \text{в}\ T^+, \tag{4}$$

где $\varphi_0^+(z), \varphi_1^+(z)$ – аналитические в T^+ функции, называемые *аналитическими компонентами* обобщенной метааналитической функции $F(z)$.

Замечание 1. Отметим, что если коэффициенты a_0, a_1 уравнения (1) являются постоянными, то регулярные в T^+ решения этого дифференциального уравнения называются *метааналитическими функциями* в области T^+ (см. также [1]-[3]).

Всюду в дальнейшем, говоря об обобщенных метааналитических функциях в области T^+, мы будем иметь в виду функции вида (3) или (4). Кроме того, будем предполагать, что $L = \{t : |t| = 1\}$, $T^+ = \{z : |z| < 1\}$, $T^- = \overline{C} \setminus (T^+ \cup L)$, где $\overline{C}$ – расширенная комплексная плоскость (т.е. $\overline{C} = C \cup \{\infty\}$).

Определение 1. Будем говорить, что обобщенная метааналитическая в T^+ функция $F(z)$ вида (3) или (4) принадлежит классу $M_2(T^+) \bigcap H^{(1)}(L)$, если ее аналитические компоненты $\varphi_0^+(z)$ и $\varphi_1^+(z)$, а также функции $\lambda_0(z)$ и $\lambda_1(z)$ непрерывно продолжаются на контур L вместе со своими производными первого порядка, причем так, что граничные значения этих функций и их производных удовлетворяют на L условию Гельдера (т.е. принадлежат классу Гельдера $H(L)$).

Рассмотрим следующую краевую задачу. *Требуется найти все обобщенные метааналитические в круге T^+ функции $F(z)$ класса $M_2(T^+) \bigcap H^{(1)}(L)$ и удовлетворяющие на L краевому условию*:

$$\Delta F^+(t) + G(t)\overline{F^+(t)} = g(t), \tag{5}$$

где $\Delta = 4\dfrac{\partial^2}{\partial z \partial \overline{z}}$ *- оператор Лапласа,* $F^+(t) = \lim\limits_{z \to t \in L} F(z)$, $\Delta F^+(t) = \lim\limits_{z \to t \in L} \Delta F(z)$, *а $G(t)$ и $g(t)$ – заданные на L функции класса $H(L)$.*

Сформулированную задачу будем называть *задачей типа Рикье для обобщенных метааналитических функций* или, короче, *задачей* $\boldsymbol{R}_M$, соответствующую *однородную задачу* ($g(t) \equiv 0$) – *задачей* $\boldsymbol{R}_M^0$.

Важно отметить, в частном случае, когда коэффициенты a_0, a_1 уравнения (1) являются *постоянными* (т.е. в классе метааналитических функций), задача $\boldsymbol{R}_M$ была достаточно подробно исследована в диссертации В.В.Сенчилова [3]. В работе авторов [2] задача $\boldsymbol{R}_M$ была исследована в случае, когда характеристическое уравнение (2) имеет один (двукратный) корень $\lambda_0(z)$, т.е. когда ее решения ищутся в классе обобщенных метааналитических функций вида (3).

Основной целью настоящего сообщения является установление конструктивного алгоритма решения задачи $\boldsymbol{R}_M$ в случае, когда характеристическое уравнение (2) имеет два различных корня $\lambda_0(z)$ и $\lambda_1(z)$, т.е. алгоритма решения рассматриваемой задачи в классе обобщенных метааналитических функций вида (4).

Литература

1. Расулов, К.М. Краевые задачи для полианалитических функций и некоторые их приложения / К.М. Расулов. – Смоленск, 1998. – 344 с.
2. Расулов, К.М. Об одной неклассической краевой задаче типа Рикье в классе обобщенных метааналитических функций / К.М. Расулов, В.И. Хрисанфов // Исследования по краевым задачам комплексного анализа и дифференциальным уравнениям: межвуз. сб. науч. тр. / Смоленский гос. ун-т. – Смоленск, 2007. – Вып. 8. – С. 76-84.
3. Сенчилов В.В. Краевые задачи типа Неймана и типа Рикье для метааналитических функций в круге: дис. ... канд. физ.-мат. наук: 01.01.01 / Сенчилов Владислав Владимирович. – Смоленск, 2006. – 101 с.

ЧЕТЫРЁХЭЛЕМЕНТНЫЕ КРАЕВЫЕ ЗАДАЧИ ТИПА РИМАНА СО СДВИГОМ КАРЛЕМАНА ДЛЯ БИАНАЛИТИЧЕСКИХ ФУНКЦИЙ В СЛУЧАЕ ПОЛУПЛОСКОСТИ

К.М.РАСУЛОВ, А.И. ШЕКО

Смоленский государственный университет, г. Смоленск

e-mail: aisheko@yandex.ru

1. Постановки задач. Пусть L - замкнутая (или разомкнутая) простая гладкая кривая, делящая расширенную плоскость комплексного переменного $z = x + iy$ на две односвязные области T^+ и T^-. В случае, когда L - замкнутая кривая, то будем предполагать, что точка $z = \infty$ принадлежит области T^-. В качестве положительного обхода на L принимаем тот, при котором область T^+ остается слева.

В дальнейшем будем в основном использовать термины и обозначения, принятые в монографии [1].

Рассматриваются следующие две краевые задачи. *Требуется найти все кусочно бианалитические функции* $F(z) = \{F^+(z), F^-(z)\}$ *класса* $A_2(T^\pm) \cap H^{(2)}(L)$, *исчезающие на бесконечности и удовлетворяющие на* L *следующим краевым условиям*:

Задача GK_{41}.

$$A_{1k}(t)\frac{\partial F^+(t)}{\partial x^{2-k}\partial y^{k-1}} + B_{1k}(t)\frac{\partial F^+[\alpha(t)]}{\partial x^{2-k}\partial y^{k-1}} + C_{1k}(t)\frac{\partial F^-(t)}{\partial x^{2-k}\partial y^{k-1}} + D_{1k}(t)\frac{\partial F^-[\alpha(t)]}{\partial x^{2-k}\partial y^{k-1}} = i^{k-1} f_{1k}(t), \quad (1.1)$$

$$k = 1, 2.$$

Задача GK_{42}.

$$A_{2k}(t)\frac{\partial^{k-1}F^+(t)}{\partial n_+^{k-1}} + B_{2k}(t)\frac{\partial^{k-1}F^+[\alpha(t)]}{\partial n_+^{k-1}} + (-1)^{k-1}C_{2k}(t)\frac{\partial^{k-1}F^-(t)}{\partial n_-^{k-1}} + (-1)^{k-1}D_{2k}(t)\frac{\partial^{k-1}F^-[\alpha(t)]}{\partial n_-^{k-1}} =$$

$$= i^{k-1} f_{2k}(t), \quad k = 1, 2, \quad (1.2)$$

где i - мнимая единица, введенная для удобства в дальнейших обозначениях, а $A_{jk}(t)$, $B_{jk}(t)$, $C_{jk}(t)$, $D_{jk}(t)$, $f_{jk}(t)$ ($j=1,2$; $k=1,2$) – заданные на L функции класса $H(L)$ (Гельдера); $\frac{\partial}{\partial n_+}\left(\frac{\partial}{\partial n_-}\right)$ – производная по внутренней (внешней) нормали к L; $\alpha(t)$ – прямой или обратный сдвиг кривой L, удовлетворяющий условию $\alpha(t)\in H^{(1)}(L)$, а также тождеству Карлемана

$$\alpha[\alpha(t)]\equiv t\,. \tag{1.3}$$

Впервые задачи GK_{41} и GK_{42} были поставлены в работе [2] и названы соответственно *первой и второй основными четырехэлементными краевыми задачами со сдвигом Карлемана для бианалитических функций.* Кроме того, в работе [2] были установлены конструктивные алгоритмы решения задач GK_{41} и GK_{42} в случае, когда L - *единичная окружность*. Основной целью настоящего сообщения является построение алгоритмов решения задач GK_{41} и GK_{42} в случае, когда L - *вещественная ось*, т.е. $L=\{t:\operatorname{Im}t=0\}$, а T^+ (T^-) - *верхняя* (*нижняя*) *полуплоскость.*

2. О решении задачи GK_{41}, когда $L=\{t:\operatorname{Im}t=0\}$. Как известно (см., например, [1], с. 26), в рассматриваемом случае решения задачи GK_{41} можно искать в виде

$$F^{\pm}(z)=\varphi_0^{\pm}(z)+\bar{z}\,\varphi_1^{\pm}(z),\ z\in T^{\pm}, \tag{2.1}$$

где $\varphi_k^{\pm}(z)\in A(T^{\pm})$ и $\Pi\{\varphi_k^{\pm};\infty\}\ge k+1$, $k=0,1$.

Учитывая далее представления (2.1), тождество $\bar{t}\equiv t$, выполняющееся всюду на прямой $L=\{t:\operatorname{Im}t=0\}$, а также операторные равенства $\partial/\partial x=\partial/\partial z+\partial/\partial\bar{z}$ и $\partial/\partial y=i\cdot\left(\partial/\partial z-\partial/\partial\bar{z}\right)$, краевые условия (1.1) представим в следующем виде

$$A_{1k}(t)\left[\frac{d\varphi_0^+(t)}{dt}+t\frac{d\varphi_1^+(t)}{dt}+(-1)^{k-1}\varphi_1^+(t)\right]+B_{1k}(t)\left[\frac{d\varphi_0^+[\alpha(t)]}{dt}+\alpha(t)\frac{d\varphi_1^+[\alpha(t)]}{dt}+(-1)^{k-1}\varphi_1^+[\alpha(t)]\right]+$$
$$+C_{1k}(t)\left[\frac{d\varphi_0^-(t)}{dt}+t\frac{d\varphi_1^-(t)}{dt}+(-1)^{k-1}\varphi_1^-(t)\right]+D_{1k}(t)\left[\frac{d\varphi_0^-[\alpha(t)]}{dt}+\alpha(t)\frac{d\varphi_1^-[\alpha(t)]}{dt}+(-1)^{k-1}\varphi_1^-[\alpha(t)]\right]=$$
$$=f_{1k}(t),\ -\infty<t<+\infty,\ k=1,2\,. \tag{2.2}$$

Введём новые обозначения:

$$\Phi_k^{\pm}(z)=\frac{d\varphi_0^{\pm}(z)}{dz}+z\frac{d\varphi_1^{\pm}(z)}{dz}+(-1)^{k-1}\varphi_1^{\pm}(z),\ z\in T^{\pm}, \tag{2.3}$$

из которых с учётом требований, наложенных ранее на аналитические компоненты $\varphi_k^{\pm}(z)$ ($k=0,1$), следует, что

$$\Phi_k^{\pm}(z) \in A(T^{\pm}) \text{ и } \Pi\{\Phi_k^{\pm};\infty\} \geq 2, \quad k = 1, 2. \tag{2.4}$$

Используя обозначения (2.3), краевые условия (2.2) можно переписать так:

$$A_{1k}(t)\Phi_k^{+}(t) + B_{1k}(t)\Phi_k^{+}[\alpha(t)] + C_{1k}(t)\Phi_k^{-}(t) + D_{1k}(t)\Phi_k^{-}[\alpha(t)] = f_{1k}(t),$$
$$-\infty < t < +\infty, \; k = 1,2. \tag{2.5}$$

Каждое из равенств (2.5) (при фиксированном значении параметра k) представляет собой граничное условие достаточно хорошо исследованной (см., например, [3]-[5] и имеющуюся там библиографию) четырёхэлементной краевой задачи типа Римана со сдвигом Карлемана в классе $A(T^{\pm}) \cap H^{(1)}(L)$ относительно кусочно аналитических функций $\Phi_1(z) = \{\Phi_1^{+}(z), \Phi_1^{-}(z)\}$ и $\Phi_2(z) = \{\Phi_2^{+}(z), \Phi_2^{-}(z)\}$ соответственно, имеющих в точке $z = \infty$ нуль не менее второго порядка.

Решив каждую из задач (2.5) в указанном выше классе функций, определим (в случае их разрешимости) $\Phi_1^{\pm}(z)$ и $\Phi_2^{\pm}(z)$. Аналитические компоненты искомых кусочно бианалитических функций $F(z)$ могут быть восстановлены по найденным функциям $\Phi_1^{\pm}(z)$ и $\Phi_2^{\pm}(z)$ следующим образом (с учётом равенств $\varphi_0^{+}(\infty) = \varphi_0^{-}(\infty) = 0$):

$$\varphi_0^{\pm}(z) = \frac{1}{2} \cdot \int\limits_{\Gamma^{\pm}} \left[\Phi_1^{\pm}(\xi) + \Phi_2^{\pm}(\xi) - \xi \cdot \left(\frac{d\,\Phi_1^{\pm}(\xi)}{d\xi} - \frac{d\,\Phi_2^{\pm}(\xi)}{d\xi} \right) \right] d\xi, \; z \in T^{\pm}, \tag{2.6}$$

$$\varphi_1^{\pm}(z) = \frac{\Phi_1^{\pm}(\xi) - \Phi_2^{\pm}(\xi)}{2}, \; z \in T^{\pm}, \tag{2.7}$$

где Γ^{+} (Γ^{-}) – произвольная гладкая кривая, лежащая в полуплоскости T^{+} (T^{-}) и соединяющая произвольную точку $z \in T^{+}$ $(z \in T^{-})$ с точкой $z = \infty$.

Сформулируем полученный результат в виде следующей теоремы.

Теорема 2.1. *Если* $L = \{t : \operatorname{Im} t = 0\}$, *то решение краевой задачи* GK_{41} *сводится к решению двух четырёхэлементных граничных задач вида* (2.5) *в классе* $A(T^{\pm}) \cap H^{(1)}(L)$, *причём* $\Pi\{\Phi_k^{\pm};\infty\} \geq 2$, $k = 1, 2$. *Задача* GK_{41} *разрешима тогда и только тогда, когда одновременно разрешимы обе задачи* (2.5). *Общее решение* GK_{41} (*в случае её разрешимости*) *можно задавать по формулам* (2.1), (2.6) *и* (2.7).

3. О решении задачи GK_{42}, когда $L = \{t : \operatorname{Im} t = 0\}$. Решения задачи GK_{42} также будем искать в виде (2.1). Тогда в силу (2.1), тождества $\bar{t} \equiv t$, выполняющегося всюду на прямой $L = \{t : \operatorname{Im} t = 0\}$ и операторных равенств $\dfrac{\partial}{\partial n_{\pm}} = \pm i \cdot \left(\dfrac{\partial}{\partial t} - \dfrac{\partial}{\partial \bar{t}} \right)$, краевые условия (1.2) задачи GK_{42} можно переписать в виде

$$A_{21}(t)\Psi_1^+(t)+B_{21}(t)\Psi_1^+[\alpha(t)]+C_{21}(t)\Psi_1^-(t)+D_{21}(t)\Psi_1^-[\alpha(t)]=f_{21}(t),$$
$$-\infty<t<+\infty, \qquad (3.1)$$
$$A_{22}(t)\Phi_2^+(t)+B_{22}(t)\Phi_2^+[\alpha(t)]+C_{22}(t)\Phi_2^-(t)+D_{22}(t)\Phi_2^-[\alpha(t)]=f_{22}(t),$$
$$-\infty<t<+\infty, \qquad (3.2)$$

где приняты обозначения

$$\Psi_1^\pm(z)=\varphi_0^\pm(z)+z\,\varphi_1^\pm(z),\ z\in T^\pm,$$

причём $\prod\{\Psi_1^\pm,\infty\}\geq 1$, а функции $\Phi_2^\pm(z)$ определяются по формулам (2.3) при $k=2$.

Далее рассуждая так же, как и в случае задачи GK_{41}, можно сформулировать следующий результат.

Теорема 3.1. *Если* $L=\{t:\operatorname{Im}t=0\}$, *то решение краевой задачи* GK_{42} *сводится к решению двух четырёхэлементных граничных задач вида* (3.1) *и* (3.2) *в классах* $A(T^\pm)\cap H^{(2)}(L)$ *и* $A(T^\pm)\cap H^{(1)}(L)$ *соответственно, причём* $\Pi\{\Psi_1^\pm;\infty\}\geq 1$, $\Pi\{\Phi_2^\pm;\infty\}\geq 2$. *Задача* GK_{42} *разрешима тогда и только тогда, когда одновременно разрешимы обе задачи* (3.1) *и* (3.2). *Общее решение* GK_{42} (*в случае её разрешимости*) *можно получить по формулам* (2.1), *где аналитические компоненты* $\varphi_k^\pm(z)$, $k=0,1$ *определяются так*:

$$\varphi_0^\pm(z)=\Psi_1^\pm(z)-\frac{z}{2}\cdot\left(\frac{d\,\Psi_1^\pm(z)}{dz}-\Phi_2^\pm(z)\right),\ z\in T^\pm,$$

$$\varphi_1^\pm(z)=\frac{1}{2}\cdot\left(\frac{d\,\Psi_1^\pm(z)}{dz}-\Phi_2^\pm(z)\right),\ z\in T^\pm.$$

Литература

1. Расулов, К.М. Краевые задачи для полианалитических функций и некоторые их приложения / К.М. Расулов.– Смоленск: СГПУ, 1998.– 343 с.
2. Расулов, К.М. О решении некоторых четырехэлементных краевых задач со сдвигом Карлемана для бианалитических функций в круге / К.М. Расулов, С.В. Трощенкова // Системы компьютерной математики и их приложения: материалы науч. конф. / Смоленский гос. пед. ун-т. – Смоленск, 2004. – С. 159–165.
3. Литвинчук, Г.С. Краевые задачи и сингулярные интегральные уравнения со сдвигом / Г.С. Литвинчук.– М.: Наука, 1977. – 448 с.
4. Векуа, Н.П. Системы сингулярных интегральных уравнений / Н.П. Векуа. – М.: Наука, 1970. – 379 с.
5. Расулов, К.М. Об одном методе решения четырёхэлементной краевой задачи со сдвигом Карлемана для аналитических функций / К.М. Расулов, // Системы компьютерной математики и их приложения: материалы науч. конф. / Смоленский гос. пед. ун-т. – Смоленск, 2005. – Вып. 6. – С. 140–145.

РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ ГИЛЬБЕРТА С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ КОНФОРМНЫХ ОТОБРАЖЕНИЙ[1]

И.Х. САБИТОВ
Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова, г. Москва
e-mail: isabitov@mail.ru

Метод упрощения решения задач Римана и Гильберта путем сведения их к задаче на окружности хорошо известен. Мы хотим представить еще один такой метод с использованием конформного отображения.

1) Пусть на границе $t = t(s)$ односвязной области D на комплексной плоскости (z) поставлена задача Гильберта

$$\mathrm{Re}[\overline{t}'(s)\Phi^+(t)] = 0\,, \tag{1}$$

где s – длина вдоль границы области D.

Пусть $z = z(w)$ – конформное отображение единичного круга $K:|w| \le 1$ на область D с границей. Тогда задача (1) представляется в виде задачи на единичной окружности

$$\mathrm{Re}[i\Psi^+(\tau)/\tau\cdot z'(\tau)] = 0, \tau = e^{i\varphi}, 0 \le \varphi \le 2\pi$$

с решением $\Psi^+(w) = \Phi^+(z(w)) = cwz'(w), \Phi^+(z) = cw(z)/w'(z), \mathrm{Im}\,c = 0.$

Задачу Гильберта с общим коэффициентом $f(s)$ (с индексом к) можно свести аналогичным приемом к задаче с нулевым индексом на окружности

$$\mathrm{Re}[if(s(\varphi))\Phi^+(z(\tau))/(w'(z)z)^{\kappa}] = 0,$$

которая решается по известной формуле.

2) Но более интересной представляется попытка получения признака, позволяющего узнать, является ли линия, определенная по данной ее кривизне $k(s)$ как функции от длины дуги кривой, замкнутой жордановой или нет. Эта задача в геометрии известна уже давно, но сколько-нибудь удовлетворительного ее решения до сих пор неизвестно. Предлагается следующий подход к проблеме. Заданная функция $k(s),\ 0 \le s \le 2\pi$ определяет две функции $a(s) = \int \cos k(s)ds$ и $b(s) = \int \sin k(s)ds$, которые соответствуют производным координат искомой кривой. На их основе составим задачу Гильберта на единичной окружности

$$\mathrm{Re}[(a(s) - ib(s))\Phi^+(\tau)] = 0\,, \tag{2}$$

коэффициент которой имеет индекс, равный 1. Если кривизна $k(s)$ задает некоторую замкнутую жорданову кривую L, тогда существует конформное отображение $z = z(w)$ круга $K:|w| \le 1$ на область, ограниченную этой кривой, а задача (2), в соответствии с исследованием задачи (1), имеет ре-

[1] Работа выполнена при частичной финансовой поддержке Министерства образования и науки РФ, грант № РНП 2.1.1.7988.

шение $\Phi^{+}(w) = cwz'(w)$. Значит, функция $z = c^{-1}\int(\Phi^{+}(w)/w)dw$ должна быть *однолистной* в круге. А так как функцию $\Phi^{+}(w)$ можно найти независимо от конформного отображения, то тем самым мы получаем необходимое и достаточное условие жордановости кривой, восстановленной по ее кривизне, выраженное в терминах решения задачи Гильберта (2). Но, конечно, это решение пока чисто алгоритмическое, а хотелось бы указать признак (достаточный или необходимый), по которому заранее, до решения задачи, можно дать ответ на вопрос о жордановости или замкнутости кривой.

ТЕРНАРНЫЕ КОЛЬЦА ЕЛЬМСЛЕВА

Н.Л. ШАТОХИН
Смоленский государственный университет, г. Смоленск

В работе рассматриваются обобщенные тернарные кольца Холла со смежностью (***GHTR***, [4]), в которых выполняются следующие аксиомы:

ТЕ1. $(\forall a_1 \in \Delta)\ (\forall a_2, a_3, a_4 \in \mathbf{T})\ \ (\exists ! x) \Rightarrow (x = t(t(x,\ a_1,\ a_2),\ a_3,\ a_4))$.

ТЕ2. $(\forall a_1, a_2, b_1, b_2 \in \mathbf{T})\ a_1 \sim a_2\ \&\ b_1 \sim b_2\ \&\ (a_1, b_1) \neq (a_2, b_2)\ \&$

$(\pm(x, y)\ (b_i = t(a_i, x, y)) \Rightarrow (\exists (x,y)\ a_i = t(b_i, x, y))\ \ (i = 1, 2)$.

Предложение 1. *В любом* ***GHTR*** *из того, что* $t(a, b, c) = d$ *и* $b \sim 0$ *следует* $c \sim d$.

Доказательство. Пусть $t(a, b, c) = d$, $b \sim 0$ и $c\ \Lambda\ d$. Тогда так как $t(a, b, c) = t(a, 0, d)$ – верное равенство, то операция $t^{l}(b, c; 0, d)$ определена. Отсюда, учитывая теорему 2.3 из [4], имеем $b\Lambda 0$, что противоречит условию предложения. □

Предложение 1 показывает, что тернарная операция t произвольного ***GHTR*** удовлетворяет условию (3.2) из [4].

Следствие 1. *Пусть на структуре* ***GHTR*** $<\mathbf{T};\ t, 0, 1, \sim>$ *условием*

$$(\forall\ a,\ c \in \mathbf{T})\ (\forall\ b \in \Delta)\quad t_0(a,\ b,\ c) = t(a, b, c) \qquad (1)$$

определена частичная тернарная операция t_0*, тогда алгебраическая система* $<\mathbf{T};\ t_0, 0, 1, \sim>$ *будет являться некоторым* $\boldsymbol{GHTR}_0$.

Предложение 2. *Аксиома* ***АК1****, согласованности тернарных операций* t *и* t_0 *произвольного АН-тернара* $\boldsymbol{H} = <\mathbf{T};\ t,\ t_0, 0, 1, \sim>$, *равносильна условию*:

$$(\forall a_1,\ a_2,\ a_4 \in \mathbf{T})\ (\forall a_3 \in \Delta) \Rightarrow ((\exists ! x)\ x = t_0(t(x,\ a_1,\ a_2),\ a_3,\ a_4)). \qquad (2)$$

Доказательство. Пусть $\boldsymbol{H} = <\mathbf{T};\ t,\ t_0,\ 0,\ 1,\ \sim>$ – произвольный АН-тернар ([4], определение 4.1). Тогда в силу **АК1** для любых

$a_1, a_2, a_4 \in$ **T** и любого $a_3 \in \Delta$ система уравнений $y = t(x,\ a_1,\ a_2)$ & $x = t_0(y,\ a_3,\ a_4)$ имеет единственное решение. Пусть (x_0, y_0) – решение этой системы. Тогда очевидно, что x_0 – единственный корень уравнения $x = t_0(t(x,\ a_1,\ a_2),\ a_3,\ a_4)$.

Действительно, если предположить, что последнее уравнение имеет еще одно решение x_1, то пара (x_1, y_1), где $y_1 = t(x_1,\ a_1,\ a_2)$, будет решением исходной системы, отличным от пары (x_0, y_0), что невозможно. Обратное очевидно. □

Аналогично устанавливается, что в любом АН-тернаре $\boldsymbol{H}$ = $= <$ **T**; $t,\ t_0$, 0, 1, ~ $>$ справедливо следующее утверждение:

$$(\forall a_1 \in \Delta)\ (\forall a_2,\ a_3,\ a_4 \in \mathbf{T}) \Rightarrow ((\exists !x)\ \ x = t(t_0(x,\ a_1,\ a_2),\ a_3,\ a_4)). \qquad (3)$$

Следствие 2. *Во всяком АН-тернаре* $\boldsymbol{H}$ = < ***T***; $t,\ t_0$, 0, 1, ~ > *имеют место равносильные между собой условия* (2) *и* (3)*, каждое из которых также равносильно аксиоме **АК1***.

Из следствий 1 и 2 вытекает справедливость следующей теоремы.

Теорема 1. *Алгебраическая система* $\boldsymbol{H}$ = < **T**; t, t_0, 0, 1, ~ >, *где* < **T**; t, 0, 1, ~ > - ***GHTR*** *, а* t_0 *- частичная тернарная операция, которая определена условием* (1)*, в том и только том случае является АН-тернаром, если тернарная операция* t *удовлетворяет аксиомам **TE1** и **TE2***.

Доказательство. Учитывая следствие 1 и определение АН-тернара (определение 4.1 из [4]), заключаем, что для доказательства теоремы достаточно проверить выполнимость аксиом согласованности тернарных операций **АК1** и **АК2.**

Так как частичная тернарная операция t_0 определена в данном случае условием (1), то аксиома **TE1** совпадает с (3)**,** которое согласно следствию 2 равносильно аксиоме **АК1**. Также из (1) вытекает, что аксиомы **АК2** и **TE2** эквивалентны. □

Из теоремы 1 следует, что над ***GHTR*** в которых выполняются условия **TE1** и **TE2**, можно построить некоторую аффинную ельмслевову плоскость (АН-плоскость, [1], [2], [3]). Поэтому такие кольца в данной статье названы *тернарными кольцами Ельмслева* (в обозначении ***ETR***).

Очевидно, что всякое тернарное кольцо Холла (***HTR***, [4]) тривиальным образом является некоторым ***ETR***, а следовательно, тернарные кольца Ельмслева обобщают понятие тернарного кольца Холла на тернарные кольца с делителями нуля.

Предложение 3. *В любом **GHTR** справедливы следующие утверждения*:

1. $(\forall a_1,\ a_2,\ a_3 \in \mathbf{T})\ (\forall d_1, d_2, d_3 \in \Delta)\ (\exists d_4 \in \Delta)$:
   $t(a_1 + d_1,\ a_2 + d_2,\ a_3 + d_3) = t(a_1,\ a_2,\ a_3) + d_4$.

2. $(\forall a_1, a_2, a_3 \in \mathbf{T})\ (\forall d_1, d_2, d_3 \in \Delta)\ (\exists d_4 \in \Delta)$:

$$t^r(a_1 + d_1, a_2 + d_2, a_3 + d_3) = t^r(a_1, a_2, a_3) + d_4 .$$

3. $(\forall a_1, a_2, a_3, a_4 \in \mathbf{T})\ (\forall d_1, d_2, d_3, d_4 \in \Delta)\ (a_1 \Lambda a_3)\ (\exists d_5 \in \Delta)$:

$$t^l(a_1 + d_1, a_2 + d_2; a_3 + d_3, a_4 + d_4) = t^l(a_1, a_2; a_3, a_4) + d_5 .$$

4. $(\forall a_1, a_2, a_3, a_4 \in \mathbf{T})\ (\forall d_1, d_2, d_3, d_4 \in \Delta)\ (a_1 \Lambda a_3)\ (\exists d_5, d_6 \in \Delta)$:

$$t^{mS}(a_1 + d_1, a_2 + d_2; a_3 + d_3, a_4 + d_4) = t^{mS}(a_1, a_2; a_3, a_4) + d_5 \ \&$$
$$t^{rS}(a_1 + d_1, a_2 + d_2; a_3 + d_3, a_4 + d_4) = t^{rS}(a_1, a_2; a_3, a_4) + d_6 .$$

Доказательство. Справедливость условий 1 – 4 данного предложения вытекает, соответственно, из соотношений (2.9) – (2.12) и предложения 2.4 из [4]. □

Предложение 4. *В произвольном* ***GHTR H*** = < ***T***; t, 0, 1, ~ > *имеют место следующие свойства*:

1. $(\forall a_1, a_2, a_3 \in \mathbf{T})\ (\forall d_1, d_2, d_3 \in \Delta)\ (a_1 \notin \Delta) \Rightarrow (\exists d_4 \in \Delta)$

$$t^m(a_1 + d_1, a_2 + d_2, a_3 + d_3) = t^m(a_1, a_2, a_3) + d_4 .$$

2. $(\forall a_1, a_2, a_3 \in \mathbf{T})\ (\forall d_1, d_2, d_3 \in \Delta)\ (a_2 \notin \Delta) \Rightarrow (\exists d_4 \in \Delta)$

$$t^l(a_1 + d_1, a_2 + d_2, a_3 + d_3) = t^l(a_1, a_2, a_3) + d_4 .$$

Доказательство. Применяя предложения 2.3 и 2.4 из [4], убеждаемся в справедливости каждого из указанных свойств. □

Пусть ***H*** = < **T**; *t*, 0, 1, ~ > - ***GHTR***, а ***A(***T***)*** = < **T**; +, ⊕, · , 0, 1, > – алгебра, ассоциированная с тернарным кольцом ***H*** (см. [4]). Тогда, учитывая предложение 2.4 из [4], условием

$$a \sim b \ \Leftrightarrow \ ((\exists x \in \Delta) \quad a + x = b) \tag{4}$$

на основном множестве **T** алгебры ***A(***T***)*** определяется бинарное отношение ~, которое будет отношением эквивалентности.

Предложение 5. *В алгебре* ***A(T)*** = < **T**; +, ⊕, · , 0, 1, ~ >, *ассоциированной с* ***GHTR H*** = < **T**; *t*, 0, 1, ~ >, *справедливы следующие условия*:

1. $(\forall a, b \in \mathbf{T})\ (a + d_1 = b \ \&\ d_1 \in \Delta) \Rightarrow (\exists d_2 \in \Delta: b + d_2 = a)$.
2. $(\forall a, b \in \mathbf{T})\ (d_1 + a = b \ \&\ d_1 \in \Delta) \Rightarrow (\exists d_2 \in \Delta: d_2 + b = a)$.
3. $(\forall a, b \in \mathbf{T})\ (a \oplus d_1 = b \ \&\ d_1 \in \Delta) \Rightarrow (\exists d_2 \in \Delta: b \oplus d_2 = a)$.
4. $(\forall a, b \in \mathbf{T})\ (d_1 \oplus a = b \ \&\ d_1 \in \Delta) \Rightarrow (\exists d_2 \in \Delta: d_2 \oplus b = a)$.
5. $(\forall a, b, c \in \mathbf{T})\ (a + d_1 = b \ \&\ b + d_2 = c \ \&\ d_1, d_2 \in \Delta) \Rightarrow (\exists d_3 \in \Delta: a + d_3 = c)$.
6. $(\forall a, b, c \in \mathbf{T})\ (d_1 + a = b \ \&\ d_2 + b = c \ \&\ d_1, d_2 \in \Delta) \Rightarrow (\exists d_3 \in \Delta: d_3 + a = c)$.
7. $(\forall a, b, c \in \mathbf{T})\ (a \oplus d_1 = b \ \&\ b \oplus d_2 = c \ \&\ d_1, d_2 \in \Delta) \Rightarrow (\exists d_3 \in \Delta: a \oplus d_3 = c)$.
8. $(\forall a, b, c \in \mathbf{T})\ (d_1 \oplus a = b \ \&\ d_2 \oplus b = c \ \&\ d_1, d_2 \in \Delta) \Rightarrow (\exists d_3 \in \Delta: d_3 \oplus a = c)$

(Δ – *множество, состоящее из нуля и делителей нуля* ***GHTR H***, [4]).

Доказательство. Справедливость данного предложения следует из предложения 2.4 из [4] и того, что отношение смежности $\sim$ ***GHTR*** является отношением эквивалентности. □

Следствие 3. *В алгебре* $\boldsymbol{A(T)}$ = < **T**; +, ⊕, $\cdot$, 0, 1, ~ >, *ассоциированной с* ***GHTR*** $\boldsymbol{H}$ = < **T**; *t*, 0, 1, ~ >, *справедливы утверждения*:

1. $(\forall a\in \mathbf{T})\ (\forall d_1\in\Delta)\ (\exists d_2\in \Delta)$:
   а) $(a + d_1) + d_2 = a$,
   в) $(d_1 + a) + d_2 = a$,
   с) $d_2 + (d_1 + a) = a$,
   д) $d_2 + (a + d_1) = a$.
2. $(\forall a\in \mathbf{T})\ (\forall d_1,d_2\in\Delta)\ (\exists d_3\in\Delta)$:
   а) $(a + d_1) + d_2 = a + d_3\ (= d_3 + a)$,
   в) $(d_1 + a) + d_2 = a + d_3\ (= d_3 + a)$,
   с) $d_1 + (d_2 + a) = a + d_3\ (= d_3 + a)$,
   д) $d_1 + (a + d_2) = a + d_3\ (= d_3 + a)$.

Предложение 6. *В алгебре* $\boldsymbol{A(T)}$ = < **T**; +, ⊕, $\cdot$, 0, 1 >, *ассоциированной с линейным тернарным кольцом* ***TR*** $\boldsymbol{H}$ = < **T**; *t*, 0, 1, ~ >, *операции* + *и* ⊕ *совпадают*.

Доказательство. Учитывая определения бинарных операций $\cdot$, +, ⊕, а также **Т3** и определение линейного ***GHTR***, указанных в [4], имеем:
$a + b = t(1, a, b) = 1 \cdot a + b = t(1, a, 0) + b = t(a, 1, 0) + b = a\cdot 1 + b = t(a, 1, b)=$
$= a \oplus b$. □

Из предложений 5 и 6 , с учетом предложения 2.1 и теоремы 2.4 из [4], получаем справедливость следующего утверждения.

Теорема 2. *В алгебре* $\boldsymbol{A(T)}$ = < **T**; +, $\cdot$, 0, 1, ~ >, *ассоциированной с линейным* ***GHTR***, *справедливы следующие свойства*:

1. < **T**; + > – *лупа с нейтралом 0*.
2. < **T***; $\cdot$>, где **T*** = **T** \ Δ , *является лупой с нейтралом* 1.
3. < Δ ; + > *подлупа лупы* < **T** ; + >.
4. Δ *является идеалом алгебры* ***A(***T***)***.
5. $\forall a\in\mathbf{T}$: $a\cdot 0 = 0\cdot a = 0$ *и* $a\cdot 1 = 1\cdot a = a$.
6. $1\notin \Delta$.
7. $(\forall a, b\in\mathbf{T})\ (a + d_1 = b\ \&\ d_1\in\Delta) \Rightarrow (\exists d_2\in \Delta: b + d_2 = a)$.
8. $(\forall a, b\in\mathbf{T})\ (d_1 + a = b\ \&\ d_1\in\Delta) \Rightarrow (\exists d_2\in \Delta: d_2 + b = a)$.
9. $(\forall a, b, c\in\mathbf{T})\ (a + d_1 = b\ \&\ b + d_2 = c\ \&\ d_1,d_2\in\Delta) \Rightarrow (\exists d_3\in\Delta: a + d_3 = c)$.
10. $(\forall a, b, c\in\mathbf{T})\ (d_1 + a = b\ \&\ d_2 + b = c\ \&\ d_1,d_2\in\Delta) \Rightarrow (\exists d_3\in\Delta: d_3 + a = c)$.
11. *Для любых* $a, b\in\mathbf{T}$ *уравнения* $x\cdot a = b$ *и* $a\cdot x = b$, *в том и только том случае имеют единственные решения, если* $a\notin \Delta$.

12. *Если* $a \notin \Delta$ и $a \cdot b \sim a \cdot c$ *или* $b \cdot a \sim c \cdot a$, то $b \sim c$.
13. *Если* $a \notin \Delta$ и $a \cdot b = a \cdot c$ *или* $b \cdot a = c \cdot a$, то $b = c$.
14. $\Delta_r = \Delta_l = \Delta_0 = \Delta$.

Рассмотрим произвольную алгебру $A^* = < \mathbf{T}; +, \cdot, 0, 1 >$, где $+$ и $\cdot$ – бинарные операции «сложения» и «умножения»; 0 – нейтрал по сложению, 1 – нейтрал по умножению, Δ – множество делителей нуля вместе с нулем, а $< \mathbf{T}; + >$ – лупа с нейтралом 0.

Предложение 7. *Тернарная алгебра* $H = < \mathbf{T}; t, 0, 1 >$, *тернарная операция* t *которой определена на структуре алгебры* A^* *условием*:

$$(\forall\, a, b, c \in \mathbf{T}) \qquad t(a, b, c) = a \cdot b + c, \tag{5}$$

тогда и только тогда является линейным тернарным кольцом (***TR***, [4]) *с нулем* 0 *и единицей* 1, *если в алгебре* A^* *для любого* $a \in \boldsymbol{T}$ *выполняется условие* $a \cdot 0 = 0 \cdot a = 0$.

Доказательство. Предположим, что алгебра A^* удовлетворяет условию предложения 7.

Рассмотрим уравнение $a \cdot b + x = c$. Это уравнение для любых a, b, $c \in \mathbf{T}$ имеет единственное решение в силу того, что алгебра $< \mathbf{T}; + >$ является лупой с нейтралом 0. Отсюда следует, что в H выполняется **T1** из [4], а следовательно, H – тернарное кольцо.

Далее с учетом (5) имеем, что для любых $a, b, c \in \mathbf{T}$: $t(0, b, c) = 0 \cdot b + c = 0 + c = c = a \cdot 0 + c = t(a, 0, c)$ и для любых $a, b \in \mathbf{T}$: $t(a, 1, 0) = a \cdot 1 + 0 = a \cdot 1 = a$ и $t(1, b, 0) = 1 \cdot b + 0 = 1 \cdot b = b$. Таким образом, в H справедливы аксиомы **T2** и **T3** из [4], и поэтому H является тернарным кольцом с нулем 0 и единицей 1. Обратное очевидно. □

Теорема 3. *Пусть тернарная операция* t *тернарной алгебры* $H = < \mathbf{T}; t, 0, 1, \sim >$ *определена на структуре алгебры* A^* *условием* (5), *а отношение* $\sim$ *условием* (4). *Тогда* H *в том и только том случае является линейным* ***GHTR*** ([4], *определение* 2.3), *если в алгебре* A^* *справедливы условия*:

1. $\forall\, a \in \mathbf{T}$: $a \cdot 0 = 0 \cdot a = 0$,
2. $(\forall a \in \mathbf{T})\, (\forall d_1 \in \Delta)\, (\exists\, d_2 \in \Delta) \quad (a + d_1) + d_2 = a$,
3. $(\forall a \in \mathbf{T})\, (\forall d_1, d_2 \in \Delta)\, (\exists\, d_3 \in \Delta) \quad (a + d_1) + d_2 = a + d_3\ (= d_3 + a)$,
4. $(\forall a, b, c, d \in \mathbf{T})\ a \Lambda c \Leftrightarrow ((\exists\, !x)\ \ x \cdot a + b = x \cdot c + d)$,
5. $(\forall a, b, c, d \in \mathbf{T})\ a \Lambda c \Leftrightarrow ((\exists\, !(x, y))\ \ a \cdot x + y = b\ \&\ c \cdot x + y = d)$,
6. $(\forall\, a_1, a_2, a_3 \in \mathbf{T})\, (\forall d_1, d_2, d_3 \in \Delta)\, (\exists\, d_4 \in \Delta)$:
   $(a_1 + d_1) \cdot (a_2 + d_2) + (a_3 + d_3) = (a_1 \cdot a_2 + a_3) + d_4$,
7. $(\forall\, a_1, a_2, a_3 \in \mathbf{T})\, (\forall d_1, d_2, d_3 \in \Delta)\, (a_1 \cdot a_2 + x_1 = a_3)\ \&$
   $((a_1 + d_1) \cdot (a_2 + d_2) + x_2 = a_3 + d_3) \Rightarrow (\exists\, d_4 \in \Delta)$: $x_2 = x_1 + d_4$,
8. $(\forall\, a_1, a_2, a_3, a_4 \in \mathbf{T})\, (\forall d_1, d_2, d_3, d_4 \in \Delta)\, (a_1 \Lambda a_3)\, (x_1 \cdot a_1 + a_2 = x_1 \cdot a_3 + a_4)$

$\& \ (x_2 \cdot (a_1 + d_1) + (a_2 + d_2) = x_2 \cdot (a_3 + d_3) + (a_4 + d_4)) \ \Rightarrow$

$(\exists\, d_5 \in \Delta)\colon \ x_2 = x_1 + d_5,$

9. $(\forall\, a_1, a_2, a_3, a_4 \in \mathbf{T})\ (\forall d_1, d_2, d_3, d_4 \in \Delta)\ (a_1 \Lambda\, a_3)\ (a_1 \cdot x_1 + y_1 = a_2 \ \&$
$a_3 \cdot x_1 + y_1 = a_4)\ ((a_1 + d_1) \cdot x_2 + y_2 = a_2 + d_2 \ \&$
$(a_3 + d_3) \cdot x_2 + y_2 = a_4 + d_4) \ \Rightarrow \ (\exists\, d_5, d_6 \in \Delta)\colon \ x_2 = x_1 + d_5 \ \& \ y_2 = y_1 + d_6.$

Доказательство. Предположим, что в алгебре ***A**** выполняются условия 1 – 9 теоремы 3. Тогда, учитывая предложение 7, заключаем, что ***H*** – тернарное кольцо. Далее нетрудно заметить, что в случае линейной тернарной операции условия 4 и 5 соответствуют аксиомам **TH1** и **TH2** из [4], а соотношения (2.9) – (2.12) из [4] равносильны условиям 6 – 9. Поэтому для доказательства теоремы достаточно убедиться в том, что отношение $\sim$ в ***H*** будет отношением эквивалентности.

Так как $<\mathbf{T};+>$ – лупа с нейтралом 0, то для любого $a \in \mathbf{T}$: $a + 0 = a$, а значит, отношение $\sim$ рефлексивно.

Если $a \sim b$, то существует $d_1 \in \Delta$, такое, что $a + d_1 = b$. Тогда согласно условию 3 найдется $d_2 \in \Delta$, такое, что $(a + d_1) + d_2 = a$. Отсюда $b + d_2 = a$, а значит, $b \sim a$ и, следовательно, отношение $\sim$ симметрично.

Далее, если $a \sim b$ и $b \sim c$, то существуют $d_1, d_2 \in \Delta$, такие, что $a + d_1 = b$ и $b + d_2 = c$. Отсюда $(a + d_1) + d_2 = c$. Поэтому, учитывая условие 4, имеем, что найдется $d_3 \in \Delta$, такое, что $(a + d_1) + d_2 = a + d_3$, а значит, $a + d_3 = c$. Последнее означает, что отношение $\sim$ транзитивно.

Таким образом, ***H*** – линейное ***GHTR***. Справедливость обратного утверждения вытекает из следствия 3, теоремы 2 и аксиоматики ***GHTR***. □

Теорема 4. *Пусть тернарная операция* t *тернарной алгебры* ***H*** = $= <\mathbf{T};\, t,\, 0,\, 1, \sim>$ *определена на структуре алгебры* ***A**** *условием* (5)*, а отношение* $\sim$ *условием* (4). *Тогда* ***H*** *в том и только том случае является линейным* ***ETR****, если в алгебре* ***A**** *справедливы условия*:

1. $\forall\, a \in \mathbf{T}\colon \ a \cdot 0 = 0 \cdot a = 0,$
2. $(\forall a \in \mathbf{T})\ (\forall d_1 \in \Delta)\ (\exists\, d_2 \in \Delta) \quad (a + d_1) + d_2 = a,$
3. $(\forall a \in \mathbf{T})\ (\forall d_1, d_2 \in \Delta)\ (\exists\, d_3 \in \Delta) \quad (a + d_1) + d_2 = a + d_3\ (= d_3 + a),$
4. $(\forall a, b, c, d \in \mathbf{T}) \ a \Lambda\, c \Leftrightarrow ((\exists\, !x) \ \ x \cdot a + b = x \cdot c + d),$
5. $(\forall a, b, c, d \in \mathbf{T}) \ a \Lambda\, c \Leftrightarrow ((\exists\, !(x, y)) \ \ a \cdot x + y = b \ \& \ c \cdot x + y = d),$
6. $(\forall\, a_1, a_2, a_3 \in \mathbf{T})\ (\forall d_1, d_2, d_3 \in \Delta)\ (\exists\, d_4 \in \Delta)\colon$
$(a_1 + d_1) \cdot (a_2 + d_2) + (a_3 + d_3) = (a_1 \cdot a_2 + a_3) + d_4,$
7. $(\forall\, a_1, a_2, a_3 \in \mathbf{T})\ (\forall d_1, d_2, d_3 \in \Delta)\ (a_1 \cdot a_2 + x_1 = a_3) \ \&$
$((a_1 + d_1) \cdot (a_2 + d_2) + x_2 = a_3 + d_3) \ \Rightarrow \ (\exists\, d_4 \in \Delta)\colon \ x_2 = x_1 + d_4,$
8. $(\forall\, a_1, a_2, a_3, a_4 \in \mathbf{T})\ (\forall d_1, d_2, d_3, d_4 \in \Delta)\ (a_1 \Lambda\, a_3)\ (x_1 \cdot a_1 + a_2 = x_1 \cdot a_3 + a_4) \ \&$

$(x_2 \cdot (a_1 + d_1) + (a_2 + d_2) = x_2 \cdot (a_3 + d_3) + (a_4 + d_4)) \Rightarrow (\exists d_5 \in \Delta)\colon\ x_2 = x_1 + d_5$,

9. $(\forall a_1, a_2, a_3, a_4 \in \mathbf{T})\ (\forall d_1, d_2, d_3, d_4 \in \Delta)\ (a_1 \Lambda a_3)\ (a_1 \cdot x_1 + y_1 = a_2\ \&$
$a_3 \cdot x_1 + y_1 = a_4)\ ((a_1 + d_1) \cdot x_2 + y_2 = a_2 + d_2\ \&\ (a_3 + d_3) \cdot x_2 + y_2 = a_4 + d_4) \Rightarrow$
$(\exists d_5, d_6 \in \Delta)\colon\ x_2 = x_1 + d_5\ \&\ y_2 = y_1 + d_6$,

10. $(\forall a_1 \in \Delta)\ (\forall a_2, a_3, a_4 \in \mathbf{T})\ (\exists ! x) \Rightarrow (x = (x \cdot a_1 + a_2) \cdot a_3 + a_4)$,

11. $(\forall a_1, a_2 \in \mathbf{T})\ (\forall d_1, d_2 \in \Delta)\ (d_1 \neq 0 \vee d_2 \neq 0)\ (\pm(x, y)\ a_2 = a_1 \cdot x + y\ \&$
$a_2 + d_2 = (a_1 + d_1) \cdot x + y) \Rightarrow (\exists (x, y)\ a_1 = a_2 \cdot x + y\ \&$
$a_1 + d_1 = (a_2 + d_2) \cdot x + y)$.

Доказательство. Учитывая теорему 3, для доказательства достаточно заметить, что условия 10 и 11, теоремы 4 для линейных тернарных операций равносильны аксиомам **TE1** и **TE2**. □

Литература

1. Hjelmslev, J. Die naturliche Geometrie // Abh. Math. Sem. Univ. Hamburg. – 1923. – № 2. – S. 1-36.
2. Hjelmslev, J. Einleitung in die allgemeine Kongruenzlehre // Danske Ved. Selsk.,mat.-fys. Medd., 1929, 8:11; 1929, 10:1; 1942, 19:12; 1945, 22:6, 13; 1949, 25:10.
3. Хубежты, И.А. Проективные плоскости и их обобщения / И.А.Хубежты, Е.П.Емельченков / Сев.-Осет. гос. ун-т. – Владикавказ (Дзауджикау): Изд-во СОГУ, 2003.- 345с.
4. Шатохин, Н.Л. Координатизация АН-плоскостей / Н.Л. Шатохин // Математическая морфология. – 2008.

ПОСТРОЕНИЕ АН-ТЕРНАРОВ НАД КОЛЬЦАМИ С ДЕЛИТЕЛЯМИ НУЛЯ

Н.Л. ШАТОХИН

Смоленский государственный университет, г. Смоленск

В работах [2] и [3] Клингенберг рассматривает кольца с делителями нуля и обладающими единицей, которые являются коммутативными (см. [2]) или ассоциативными (см. [3]) такие, что выполняются следующие условия:

1. Каждый элемент, не являющийся делителем нуля, имеет себе обратный.

2. Делители нуля кольца являются двусторонними и вместе с нулем образуют двусторонний идеал этого кольца.

3. Из любых двух делителей нуля по крайней мере один является правым кратным другого.

4. Из любых двух делителей нуля, по крайней мере, один является левым кратным другого.

Эти кольца были названы Н-кольцами. С помощью Н-колец Клингенберг (используя гильбертово исчисление отрезков [1], $\subseteq$ 24) описывает алгебраически аффинные ельмслевовы плоскости, в которых справедлива малая аффинная теорема Дезарга и аффинная теорема Паппа-Паскаля (см. [2]) или малая и большая теоремы Дезарга (см. [3]).

В связи с этим представляет интерес задача определения алгебраических условий кольца с делителями нуля, необходимых и достаточных для того, чтобы над этим кольцом можно было построить линейный АН-тернар.

Рассмотрим кольцо $\boldsymbol{K}^* = < \mathbf{K}; +, \cdot, 0, 1 >$ с нулем 0, единицей 1, и пусть Δ – множество делителей нуля этого кольца вместе с его нулевым элементом. Укажем некоторые простейшие свойства таких колец.

Предложение 1. *Справедливы следующие утверждения:*

1. *В любом не нулевом кольце, с нулем* 0 *и единицей* 1, $0 \neq 1$.

2. *Тернарная алгебра* $\boldsymbol{H} = < \mathbf{K}; t, 0, 1 >$ *тернарная операция* t, *которой определена на структуре кольца* $\boldsymbol{K}^*$ *условием* (5) *из* [5], *является линейным тернарным кольцом* (***TR***, [4]) *с нулем* 0 *и единицей* 1.

3. *Бинарное отношение* $\sim$, *определенное на основном множестве кольца* $\boldsymbol{K}^*$ *условием* (4) *из* [5], *в том и только том случае является отношением эквивалентности*, *когда алгебра* $< \Delta ; + >$ – *подгруппа аддитивной группы* $< \mathbf{K}; + >$ *этого кольца.*

4. *Если бинарное отношение* $\sim$, *определенное на основном множестве кольца* $\boldsymbol{K}^*$ *условием* (4) *из* [5], *является отношением эквивалентности, то справедливы следующие утверждения*:

а) *Для любых* $d_1, d_2 \in \Delta$, *имеем*, *что* $d_1 \sim d_2$.

в) *Для любых* $a, b \in \mathbf{K}$, *имеем*, *что* $a \Lambda b \Leftrightarrow (a + (-b)) \notin \Delta$.

Доказательство.

1. Если предположить, что 0=1, то для любого $k \in \mathbf{K}$ имеем: $k = 1 \cdot k = 0 \cdot k = 0$. Отсюда следует, что $\boldsymbol{K}^*$ – нулевое кольцо.

2. Справедливость данного утверждения вытекает из предложения 7 из [5].

3. Предположим, что отношение $\sim$, заданное условием (4) из [5], является отношением эквивалентности. Выберем произвольно $d_1 \in \Delta$. Тогда для любого $a \in \mathbf{K}$ имеем, что если $a + d_1 = b$, то $a \sim b$, а значит, и $b \sim a$. Поэтому существует $d_2 \in \Delta$, такое, что $b + d_2 = a$. Отсюда имеем, что $(a + d_1) + d_2 = a$, откуда $a + (d_1 + d_2) = a$, а значит, $d_1 + d_2 = 0$ и поэтому $d_2 = -d_1$. Далее возьмем любые элементы $d_1, d_2 \in \Delta$. Тогда для любого $a \in \mathbf{K}$ имеем, что если $a + d_1 = b$ и $b + d_2 = c$, то $a \sim b$ и $b \sim c$, а значит, $a \sim c$, и поэтому

найдется $d_3 \in \Delta$, такое, что $a + d_3 = c$. Отсюда имеем, что $(a + d_1) + d_2 = a + + (d_1 + d_2) = a + d_3$ и, следовательно, $d_1 + d_2 = d_3$. Таким образом, получаем, что алгебра $<\Delta ; + >$ – подгруппа аддитивной группы кольца $\boldsymbol{K}^*$. Обратное очевидно.

4. Справедливость этого утверждения вытекает из свойства 3. □

Теорема 1. *Для того чтобы тернарная алгебра* $\boldsymbol{H} = < \mathbf{K}; t, 0, 1, \sim >$, *тернарная операция t которой определена на структуре кольца* $\boldsymbol{K}^*$ *условием* (5) *из* [5], *а отношение* $\sim$ *условием* (4) *из* [5], *являлась линейным обобщенным тернарным кольцом Холла* (***GTR***, [4]), *необходимо и достаточно выполнение следующих условий:*

а) *Алгебра* $< \Delta ; + >$ *является подгруппой аддитивной группы кольца*.

в) *Уравнения* $x \cdot k = m$ и $k \cdot x = m$ (*для* $k, m \in \mathbf{K}$) *в том и только том случае имеют единственные решения*, *когда* $k \notin \Delta$.

Доказательство. Учитывая предложение 1 для доказательства этой теоремы, необходимо проверить, что в $\boldsymbol{H}$ выполняются аксиомы **ТН1** и **ТН2** из [4].

Рассмотрим уравнение $x \cdot a + b = x \cdot c + d$, где $a, b, c, d \in \mathbf{K}$. Учитывая дистрибутивные законы и то, что алгебра $< \mathbf{K}; + >$ является абелевой группой, имеем: $x \cdot a + b = x \cdot c + d \Leftrightarrow x \cdot a + x \cdot (-c) = d + (-b) \Leftrightarrow$ $\Leftrightarrow x \cdot (a + (-c)) = d + (-b)$. Но последнее уравнение, согласно условию теоремы, имеет единственное решение в том и только том случае, если $(a + (-c)) \notin \Delta$, откуда с учетом предложения 1 получаем, что аксиома **ТН1** равносильна тому, что уравнение $x \cdot k = m$ тогда и только тогда имеет единственное решение, когда $k \notin \Delta$.

Теперь рассмотрим систему $a \cdot x + y = b$ & $c \cdot x + y = d$, где $a, b, c, d \in \mathbf{K}$. Имеем: $(a \cdot x + y = b$ & $c \cdot x + y = d) \Leftrightarrow (y = b + (-a) \cdot x$ & $c \cdot x + (-a) \cdot x = d + (-b)) \Leftrightarrow (y = b + (-a) \cdot x$ & $(c + (-a)) \cdot x = d + (-b))$. Но очевидно, что количество решений последней системы равно числу различных решений второго ее уравнения $(c + (-a)) \cdot x = d + (-b)$. Отсюда, учитывая предложение 1, заключаем, что аксиома **ТН2** равносильна тому, что уравнение $k \cdot x = m$ в том и только том случае имеет единственное решение, когда $k \notin \Delta$. Таким образом, аксиомы **ТН1** и **ТН2** в совокупности равносильны условию в) теоремы 1. □

Следствие 1. *В кольце* $\boldsymbol{K}^*$, *в котором справедливы условия теоремы* 1, *имеют место следующие свойства:*

1. $1 \notin \Delta$.
2. *Каждый элемент множества* $< \mathbf{K} \setminus \Delta; \cdot >$ *имеет как левый, так и правый обратный*.
3. *Делители нуля кольца* $\boldsymbol{K}^*$ *являются двусторонними*.

Доказательство.

1. Рассмотрим уравнение $1 \cdot x = k$. Очевидно, что это уравнение имеет единственное решение $x = k$, а значит, $1 \notin \Delta$.

2. Пусть $k \in \mathbf{K} \setminus \Delta$. Тогда каждое из уравнений $k \cdot x = 1$ и $x \cdot k = 1$ имеет и причем единственное решение. Решением первого из этих уравнений будет k_r^{-1}, а решением второго k_l^{-1};

3. Пусть $d \in \Delta$. Рассмотрим уравнения $x \cdot d = 0$ и $d \cdot x = 0$. Понятно, что 0 является решением каждого из этих уравнений. Отсюда, с учетом условия в), теоремы 1, эти уравнения имеют, по крайней мере, еще одно решение, отличное от нуля, и поэтому всякий делитель нуля d кольца ***K****** является двусторонним. □

Теорема 2. *Тернарная алгебра* ***H*** = < **K**; *t*, 0, 1, ~ >, *тернарная операция t которой определена на структуре кольца* ***K**** *условием* (5) *из* [5], *а отношение ~ условием* (4) *из* [5], *тогда и только тогда является линейным обобщенным тернарным кольцом Холла со смежностью* (***GHTR***, [4]), *если в кольце* ***K**** *справедливы следующие условия*:

а) *Множество* Δ *является двусторонним идеалом кольца* ***K****.

в) *Уравнения* $x \cdot k = m$ и $k \cdot x = m$ (для $k, m \in$ **K**) *в том и только том случае имеют единственные решения*, *если* $k \notin \Delta$.

с) *Если* $a \cdot b \in \Delta$, *то* $a \in \Delta$ *или* $b \in \Delta$.

Доказательство. Учитывая теорему 1, понятно, что для доказательства теоремы 2 необходимо проверить справедливость условий 6 – 9 теоремы 3 из [5]. Предположим, что множество Δ в кольце ***K**** образует двусторонний идеал и из того, что $a \cdot b \in \Delta$, следует, что $a \in \Delta$ или $b \in \Delta$. Тогда имеем:

1. Для любых $a_1, a_2, a_3 \in$ **K** и любых $d_1, d_2, d_3 \in \Delta$ имеем $(a_1 + d_1) \cdot (a_2 + {} +d_2) + (a_3 + d_3) = (a_1 \cdot a_2 + a_3) + (a_1 \cdot d_2 + d_1 \cdot a_2 + d_1 \cdot d_2 + d_3)$. Так как множество Δ образует двусторонний идеал, то найдется такой элемент $d_4 \in \Delta$, что $d_4 = a_1 \cdot d_2 + d_1 \cdot a_2 + d_1 \cdot d_2 + d_3$. Таким образом, условие 6 теоремы 3 из [5] выполняется.

2. Предположим, что для $a_1, a_2, a_3 \in$ **K** и $d_1, d_2, d_3 \in \Delta$, равенства $(a_1 \cdot a_2 + x_1 = a_3)$ & $((a_1 + d_1) \cdot (a_2 + d_2) + x_2 = a_3 + d_3)$ являются верными. Тогда $x_1 = a_3 + (-(a_1 \cdot a_2))$ & $x_2 = (a_3 + (-(a_1 \cdot a_2))) + ((-(a_1 \cdot d_2)) + {} + (-(d_1 \cdot a_2)) + ((-d_1 \cdot d_2)) + d_3)$. Так как множество Δ образует двусторонний идеал, то в Δ найдется такой элемент d_4, что $d_4 = (-(a_1 \cdot d_2)) + {} + (-(d_1 \cdot a_2)) + ((-d_1 \cdot d_2)) + d_3$, откуда $x_2 = x_1 + d_4$. Поэтому выполняется и условие 7 теоремы 3 из [5].

3. Пусть $a_1, a_2, a_3, a_4 \in$ **K**, $d_1, d_2, d_3, d_4 \in \Delta$ и $a_1 \Lambda a_3$ таковы, что равенства

$x_2 \cdot (a_1 + d_1) + (a_2 + d_2) = x_2 \cdot (a_3 + d_3) + (a_4 + d_4)$ и $x_1 \cdot a_1 + a_2 = x_1 \cdot a_3 + a_4$ являются верными. Тогда из того, что $x_2 \cdot a_1 + a_2 + x_2 \cdot d_1 + d_2 = x_2 \cdot a_3 + a_4 + x_2 \cdot d_3 + d_4$ и $x_1 \cdot a_1 + a_2 = x_1 \cdot a_3 + a_4$ следует, что $(x_2 + (-x_1)) \cdot a_1 + x_2 \cdot d_1 + d_2 = (x_2 + (-x_1)) \cdot a_3 + x_2 \cdot d_3 + d_4$, а значит, $(x_2 + (-x_1)) \cdot (a_1 + (-a_3)) = (x_2 \cdot d_3 + d_4) + (-(x_2 \cdot d_1 + d_2))$. Пусть $(x_2 \cdot d_3 + d_4) + (-(x_2 \cdot d_1 + d_2)) = d'$. Тогда $d' \in \Delta$, $(a_1 + (-a_3)) \notin \Delta$ и $(x_2 + (-x_1)) \cdot (a_1 + (-a_3)) = d'$. Отсюда согласно условию теоремы $(x_2 + (-x_1)) \in \Delta$, а значит, существует $d_5 \in \Delta$, такое, что $x_2 = x_1 + d_5$. что доказывает справедливость и условия 8 теоремы 3 из [5].

4. Теперь предположим, что для $a_1, a_2, a_3, a_4 \in \mathbf{K}$, $d_1, d_2, d_3, d_4 \in \Delta$ и $a_1 \Lambda a_3$ имеем, что $(a_1 \cdot x_1 + y_1 = a_2$ & $a_3 \cdot x_1 + y_1 = a_4)$, а также $((a_1 + d_1) \cdot x_2 + y_2 = a_2 + d_2$ & $(a_3 + d_3) \cdot x_2 + y_2 = a_4 + d_4)$ – верные равенства. Тогда имеем $(a_1 \cdot x_1 + y_1 = a_2$ & $y_1 = a_4 + (-a_3) \cdot x_1)$ и $(a_1 \cdot x_2 + y_2 = a_2 + (d_2 + (-d_1) \cdot x_2)$ & $y_2 = a_4 + (-a_3) \cdot x_2 + (d_4 + (-d_3) \cdot x_2)$. Вводя обозначения $(d_2 + (-d_1) \cdot x_2) = d'$ и $(d_4 + (-d_3) \cdot x_2) = d''$ имеем, что $d', d'' \in \Delta$. Далее получаем $((a_1 + (-a_3)) \cdot x_1 = a_2 + (-a_4)$ & $y_1 = a_4 + (-a_3) \cdot x_1)$ и $((a_1 + (-a_3)) \cdot x_2 = a_2 + (-a_4) + d' + (-d'')$ & $y_2 = a_4 + (-a_3) \cdot x_2 + d'')$, откуда $((a_1 + (-a_3)) \cdot (x_2 + (-x_1)) = d' + (-d'')$ & $y_2 + (-y_1) = (-a_3) \cdot (x_2 + (-x_1)) + d'')$. Теперь учитывая, что $a_1 \Lambda a_3$ получаем $(x_2 + (-x_1)) \in \Delta$ и $(y_2 + (-y_1)) \in \Delta$, а следовательно, найдутся $d_5, d_6 \in \Delta$, такие, что $x_2 = x_1 + d_5$ & $y_2 = y_1 + d_6$. Итак, установлена справедливость и условия 9 теоремы 3 из [5]. Справедливость обратного утверждения вытекает из теоремы 3 из [5] и предложения 2.5 из [4]. □

Следствие 2. *В кольце* ***K*****, в котором выполняются условия теоремы* 2*, алгебра* $<\mathbf{K} \setminus \Delta; \cdot>$ *является лупой с нейтралом* 1.

Доказательство. Справедливость следствия вытекает из условий в) и с) теоремы 2. □

Теорема 3. *Тернарная алгебра* $\boldsymbol{H} = <\mathbf{K}; t, 0, 1>$, *тернарная операция t которой определена на структуре кольца* ***K***** условием* (5) *из* [5]*, а отношение* ~ *условием* (4) *из* [5]*, в том и только том случае является линейным* ***ETR*** (*см.* [5])*, если в кольце* ***K***** справедливы следующие условия:*

а) *Множество* Δ *является двусторонним идеалом кольца* ***K*****.*

в) *Уравнения* $x \cdot k = m$ *и* $k \cdot x = m$ (*для* $k, m \in$ **К**) *в том и только том случае имеют единственные решения, если* $k \notin \Delta$.

с) *Если* $a \cdot b \in \Delta$, то $a \in \Delta$ или $b \in \Delta$.

d) *Для любых* $a, b \in$ **К** *и любого* $d \in \Delta$ *существует единственное решение уравнения* $x = (x \cdot d) \cdot a + b$.

e) *Из любых двух делителей нуля по крайней мере один является левым кратным другого.*

Доказательство. Учитывая теорему 2, для доказательства данной теоремы достаточно установить справедливость условий 10 и 11 теоремы 4 из [5].

Предположим, что $a_1 \in \Delta$ и $a_2, a_3, a_4 \in \mathbf{K}$. Тогда используя условие а) теоремы 3 имеем, что $x = (x \cdot a_1 + a_2) \cdot a_3 + a_4 \Leftrightarrow x = (x \cdot a_1) \cdot a_3 + (a_2 \cdot a_3 + a_4)$. Если $a_1 = d$, $a_3 = a$, а $(a_1 \cdot a_2 + a_3) = b$, то последнее уравнение будет иметь вид $x = (x \cdot d) \cdot a + b$, а следовательно, условие 10 теоремы 4 из [5] равносильно условию d) этой теоремы.

Пусть теперь $a_1, a_2 \in \mathbf{K}$, $d_1, d_2 \in \Delta$ и $d_1 \neq 0$ или $d_2 \neq 0$. Тогда если $d_1 = 0$, а $d_2 \neq 0$, то системы уравнений, указанные в условии 11 теоремы 4 из [5], имеют вид $(a_2 = a_1 \cdot x + y \;\&\; a_2 + d_2 = a_1 \cdot x + y)$ и $(a_1 = a_2 \cdot x + y \;\&\; a_1 = (a_2 + d_2) \cdot x + y)$. Но в таком случае первая из этих систем не имеет решений, а решением второй является пара $x = 0$, $y = a_1$. Аналогично, если $d_1 \neq 0$, а $d_2 = 0$, то вторая из указанных систем не имеет решений, а решением первой является пара $x = 0$, $y = a_2$.

Пусть $d_1 \neq 0$ и $d_2 \neq 0$. Тогда используя условие а), можно установить, что наличие решения по крайней мере у одной из рассматриваемых систем уравнений равносильно тому, что для любых двух делителей нуля d_1 и d_2 кольца $\boldsymbol{K}$* должно иметь решение по крайней мере одно из уравнений $d_2 = d_1 \cdot x$ или $d_1 = d_2 \cdot x$. □

Следствие 3. *Для того чтобы над кольцом* $\boldsymbol{K}$* *можно было построить АН- плоскость необходимо и достаточно выполнение в этом кольце условий* а) – е) *теоремы* 3.

Учитывая следствие 3, всякое кольцо $\boldsymbol{K}$*, удовлетворяющее условиям а) – е) теоремы 3, будем называть кольцом Ельмслева и обозначать ***ER***.

Предложение 2. *В кольце Ельмслева справедливы следующие утверждения:*

1. $(\forall a, b \in \mathbf{K})\ (\forall d \in \Delta) \Rightarrow ((\exists!x)\quad x = (x \cdot a) \cdot d + b)$,
2. $(\forall a \notin \Delta)\ (\forall d \in \Delta)\ ((a \cdot b = a \cdot c + d) \vee (b \cdot a = c \cdot a + d)) \Rightarrow ((\exists d' \in \Delta)$
   $b = c + d')$,
3 $(\forall a \notin \Delta)\ ((a \cdot b = a \cdot c) \vee (b \cdot a = c \cdot a)) \Rightarrow b = c$.

Доказательство. Справедливость первого утверждения следует из [5] (следствие 2); второго – из условия (4) из [5], а) и с); а третьего – из в). □

Предложение 3. *Если в кольце* $\boldsymbol{K}$* *справедливы условия* а) *и* в) *теоремы* 3 *и для любых* a, $b \in \boldsymbol{K}$ *и любого* $d \in \Delta$ *справедливо равенство* $(a \cdot d) \cdot b = a \cdot (d \cdot b)$, *то в кольце* $\boldsymbol{K}$* *выполняется условие* d) *этой теоремы.*

Доказательство. Предположим, что для любых a, $b \in \mathbf{K}$ и любого $d \in \Delta$ в кольце $\boldsymbol{K}^*$ справедливо равенство $(a \cdot d) \cdot b = a \cdot (d \cdot b)$. Пусть $d \cdot a = d'$. Тогда $d' \in \Delta$ и с учетом условия предложения 3, имеем: $x = (x \cdot d) \cdot a + b \Leftrightarrow$ $\Leftrightarrow x = x \cdot (d \cdot a) + b \Leftrightarrow x = x \cdot d' + b \Leftrightarrow x + x \cdot (-d') = b \Leftrightarrow x \cdot 1 + x \cdot (-d') = b \Leftrightarrow$ $\Leftrightarrow x \cdot \mathbf{(}1 + (-d')\mathbf{)} = b$. Но из $d' \in \Delta$ и $1 \notin \Delta$ следует, что $(1+(-d'))\notin \Delta)$. Поэтому, учитывая условие в) теоремы 3, имеем, что последнее уравнение имеет единственное решение. □

Предложение 4. *В любом ассоциативном кольце* $\boldsymbol{K}^*$, *в котором справедливы условия* а) *и* в) *теоремы* 3, *также справедливы и условия* с) *и* d) *этой теоремы.*

Доказательство. Условие d) вытекает из предложения 3. Предположим, что $a \cdot b = d \in \Delta$ и $a \notin \Delta$, тогда имеем, что $a^{-1} \cdot (a \cdot b) = a^{-1} \cdot d$, и поэтому $b = a^{-1} \cdot d \in \Delta$. □

Из предложения 4 вытекает справедливость следующей теоремы.

Теорема 4. *Всякое Н-кольцо является кольцом Ельмслева.*

Доказательство. Для того чтобы убедиться в справедливости теоремы, достаточно установить, что в любом Н-кольце уравнения $x \cdot k = m$ и $k \cdot x = m$, для k, $m \in$ **К**, в том и только том случае имеют единственные решения, если $k \notin \Delta$.

Возьмем элементы k, m, принадлежащие основному множеству Н-кольца, и рассмотрим уравнения $x \cdot k = m$ и $k \cdot x = m$. В силу ассоциативности и того, что в Н-кольце всякий элемент, не являющийся делителем нуля, имеет себе обратный, имеем, что если $k \notin \Delta$, то единственным решением этих уравнений являются, соответственно, $m \cdot k^{-1}$ и $k^{-1} \cdot m$.

Предположим, что x_1 и x_2 - единственные решения, соответственно, уравнений $x \cdot k = m$ и $k \cdot x = m$. Тогда, если $k = 0$, то оба эти уравнения удовлетворяются тождественно, а если $k \in \Delta$ и $k \neq 0$, то существуют $k_1 \neq 0$ и $k_2 \neq 0$ такие, что $k_1 \cdot k = 0$ и $k \cdot k_2 = 0$. Поэтому имеем $(x_1 + k_1) \cdot k = x_1 \cdot k +$ $+ k_1 \cdot k = m + 0 = m$, а следовательно, $(x_1 + k_1)$ – еще одно решение первого уравнения.

Аналогично можно показать, что в этом случае $(x_2 + k_2)$ является решением второго уравнения, отличным от x_2. □

Литература

1. Гильберт, Д. Основания геометрии / Д. Гильберт. – М.-Л.: Гостехиздат, 1948.
2. Klingenberg, W. Projektive und affine Ebenen mit Nachbarelemeten // Math. Z. – 1954. – Vol. 160. – S. 384-406.

3. Klingenberg, W. Desarguesshe Ebenen mit Nachbarelementen // Abh. Math. Sem. Univ. Hamburg. – 1955. – 20. – S. 97-111.
4. Шатохин, Н.Л. Координатизация АН-плоскостей / Н.Л. Шатохин // Математическая морфология. – 2008.
5. Шатохин, Н.Л. Тернарные кольца Ельмслева / Н.Л.Шатохон // Системы компьютерной математики и их приложения: материалы международной конференции. – Смоленск: СмолГУ, 2008. – Вып. 9. – С. 185-191.

СЕКЦИЯ 4

Новые информационные и педагогические технологии в образовании и прикладная лингвистика

БЛОЧНО-РЕЙТИНГОВАЯ СИСТЕМА ОРГАНИЗАЦИИ КУРСОВОГО И ДИПЛОМНОГО ПРОЕКТИРОВАНИЯ НА КАФЕДРЕ ЭЛЕКТРОНИКИ И МИКРОПРОЦЕССОРНОЙ ТЕХНИКИ

И.В. АБРАМЕНКОВА, Ю.В. ТРОИЦКИЙ
Филиал ГОУВПО «МЭИ (ТУ)» в г. Смоленске

Одной из проблем, постоянно возникающей при организации дипломного и курсового проектирования, является трудность обеспечения ритмичной работы над проектом в течение отведенного срока. К этому, при развитии современных информационных средств, добавляется проблема заимствования различных суррогатных материалов из Интернета и других электронных баз. В этом случае уже сознательно студентом выбирается тактика скрытия своей текущей работы от руководителя, так как вручение «готового» материала непосредственно перед защитой ставит преподавателя перед свершившимся фактом.

В связи с этим во многих вузах России, например в Томском университете систем управления и радиоэлектроники, успешно используется блочно-рейтинговый метод, при котором весь проект разбивается на отдельные блоки, каждый из которых оценивается определенным количеством баллов. Два года этот метод используется на кафедре электроники и микропроцессорной техники СФ МЭИ при организации дипломных и некоторых курсовых проектов. Уже при этом скромном опыте можно сказать, что его применение привело к значительному сокращению эффекта «штурмовщины» в последние ночи перед защитой проектов и своевременной корректировке материалов, слепо заимствованных из электронных или коммерческих источников. Сухой статистикой этот эффект трудно оценить, и, тем не менее, регулярное посещение всех контрольных проверок при дипломном проектировании в 2006 г. составило 90%, в 2007 — 95%, а до введения этой системы этот процент составлял максимум 60%.

При курсовом проектировании положительный эффект пока менее показателен, так как здесь больше сказывается субъективный фактор из-за большего числа руководителей, участвующих в эксперименте и ряд других факторов, связанных со спецификой разных дисциплин.

Важным условием успеха является правильный выбор блоков, на которые разбивается весь проект и рейтинговый балл за каждый блок.

Существуют два подхода к формированию рейтинговых баллов — *поощрительный*, при котором набранные рейтинговые баллы рассматриваются как некоторый бонус, позволяющий повысить оценку при защите, и *ограничительный*, при котором потерянные баллы в принципе не позволяют получить высшую оценку при защите.

Больший эффект, по нашему мнению, дает второй подход, хотя он и вызывает возражение у некоторых «правозащитников». Основным доводом последних является утверждение: «А что, если студент настолько способен, что может самостоятельно за пару дней блестяще выполнить поставленную задачу». Этот постулат справедлив в двух случаях — или задания настолько просты, что студент может его выполнить за два дня, или мы имеем дело с очень одаренным студентом, а одаренных студентов мы, безусловно, знаем и им, в качестве исключения, может быть предоставлен индивидуальный график.

Ниже приведен пример рейтинговой раскладки выполнения дипломных проектов:

	Контрольные этапы (блоки)	Рейт. балл
1проверка (собеседование)	Разработка функциональной и принципиальной схем	10
2 проверка (собеседование)	Расчеты основных узлов разрабатываемой схемы	10
3 проверка	Имитационное моделирование	10
Защита	Качество пояснительной записки и чертежей, качество доклада и ответов на вопросы членов комиссии, отзыв руководителя и рецензия	70

Как видно из таблицы, при полном нарушении графика проверок при отличной защите студент может рассчитывать на оценку не выше 4.

Попытка ввести рейтинговые оценки по отдельным позициям защиты успеха не имели, поскольку всем членам комиссии очень трудно отказаться от общего восприятия выступления студента и заняться тщательным анализом деталей и, главное, довести до студента, за какой показатель ему снижена оценка.

Для курсового проекта, наоборот, эта детализация необходима, так как она повышает объективность оценки работы студента.

Безусловно, такая «бюрократизация» требует дополнительных затрат усилий и времени, но попытка улучшить хоть немного результаты работы заслуживает этого.

АНАЛИТИЧЕСКОЕ ТЕСТИРОВАНИЕ НА ОСНОВЕ ПАКЕТА КОМПЬЮТЕРНОЙ МАТЕМАТИКИ MAPLE НА ПРИМЕРЕ ИССЛЕДОВАНИЯ ФУНКЦИИ ДЕЙСТВИТЕЛЬНОГО ПЕРЕМЕННОГО

Г.Р. АДИЯТУЛЛИНА
Татарский государственный гуманитарно-педагогический университет, г. Казань
e-mail: gulshaton@mail.ru

В последнее время в образовании тестирование приобретает все большую роль в качестве одной из форм контроля знаний. Существующая схема тестирования обычно рассчитана на выбор одного из возможных ответов либо на ввод ответа в виде числа в десятичной форме записи. Для физико-математических предметов такие формы тестирования явно недостаточны, так как не могут отразить тонкостей математического мышления и, таким образом, неадекватны для оценки знаний по физико-математическим предметам. Преподавателям физико-математических дисциплин известно, что наибольшую информацию о степени понимания учащимися предмета дают задачи с параметрами, имеющие ответы в формульном виде. В этом случае результаты одной задачи могут иметь разный вид и в то же время быть одинаково правильными. Кроме этого существуют задачи, результатом которых является набор чисел. Числа в ответе можно записать в разном порядке, при этом правильность результата не изменится. Таким образом, тестовые программы по математическим дисциплинам должны позволять осуществить ввод математических выражений и проведение над ними аналитических действий, сравнение и сопоставление аналитических выражений с учетом возможных изменений их форм, проведение самопроверки на каждом этапе решения задачи.

Пакеты компьютерной математики обладают возможностями, необходимыми для создания комплекса программ для тестирования и самотестирования.

Идея создания системы аналитического тестирования основана на возможности создания собственных процедур и библиотек процедур в пакете Maple, содержание которых закрыто для посторонних пользователей. Пользовательская библиотека может содержать процедуры построения правильных ответов и сравнения их с результатами студентов. В то же время она не будет доступна для студентов. Такой библиотекой может пользоваться как преподаватель для проверки решений студентов, так и сами студенты для самопроверки.

В данной работе описывается фрагмент системы аналитического тестирования и самотестирования на основе пакета компьютерной математики Maple на примере исследования функции действительного переменного.

Ранее была разработана программа полного аналитического исследования функции и построения ее графика на основе пакета Maple (см. [4]), которая позволяет найти количество точек минимума и максимума, координаты точек экстремума, количество точек перегиба, их координаты, промежутки выпуклости и вогнутости, а также строит график исследуемой функции. Элементы этой программы были использованы при разработке процедур тестирования.

```
> Libprocedure[min_otvet](x^6-21*x^5+175*x^4-735*x^3+1624*x^2-
1764*x+720,3);
Правильно!
> Libprocedure[max_otvet](x^6-21*x^5+175*x^4-735*x^3+1624*x^2-
1764*x+720,3);
Неправильно!
```

В приведенном примере студент запускает процедуры, взятые из пользовательской библиотеки. В качестве параметров данных процедур необходимо ввести функцию из задания и количество полученных студентом минимумов (максимумов). В результате можно узнать правильность найденного количества соответствующих точек экстремума. Пошагово работу процедуры можно представить следующим образом. Процедура Libprocedure[kolmax](g) производит вычисление количества максимумов указанной функции, далее процедура Libprocedure[max_0](x,y) выполняет сравнение двух значений, и затем процедура Libprocedure[max_otvet] анализирует результат сравнения и выводит соответствующий результат.

Аналогично разработана процедура проверки координат точек экстремума.

Кроме проверки решения, существует проблема оценки данного решения. Например, если студент нашел часть точек экстремума. В данном случае необходимо более гибко оценить работу студента с учетом веса правильно выполненной работы.

Таким образом, такая тестовая программа по математике позволяет преподавателю более точно определить степень усвоения материала студентом.

Литература

1. Матросов, А. Maple 6. Решение задач высшей математики / А. Матросов. – СПб: БХВ-Петербург, 2001.
2. Дьяконов, В.П. Maple 7. Учебный курс / В.П. Дьяконов. – СПб: Питер, 2002.
3. Игнатьев, Ю.Г. Проблемы информационных технологий в математическом образовании: учебное пособие / Ю.Г. Игнатьев. – Казань: ТГГПУ, 2005.
4. Информационные технологии в образовании и фундаментальных науках // ИТО-Поволжье-2007: сборник статей. – Казань: ТГГПУ, 2007.

ИНФОРМАЦИОННЫЕ МОДЕЛИ В ОБУЧЕНИИ

Г.И. БАВРИН
Московский государственный гуманитарный университет им. М.А. Шолохова,
г. Москва

Многие науки (физика, химия, математика, логика, астрономия, механика и другие) давно уже пользуются различными видами моделей. Другие науки (психология, педагогика, медицина, биология, социология и другие) хотя являются столь же или почти столь же древними науками, начали пользоваться моделями сравнительно недавно. Совсем молодые науки (кибернетика, бионика, космическая медицина, математическая теория моделирования и другие) применяют метод моделирования с самого начала своего существования. Более того, метод моделирования лежит в основе таких наук, как кибернетика и бионика: без использования определенных видов моделей эти науки вообще не могли бы возникнуть. Методы моделирования и виды моделей, используемые в различных науках и в различные периоды их развития, многообразны.

Моделью называется некий объект-заменитель, который при определенных условиях сможет заменить собой объект-оригинал, воспроизводя интересующие нас свойства и характеристики оригинала, причем имеет существенные преимущества, удобства (наглядность, обозримость, доступность испытаний, легкость оперирования с ним и т.д.). Иначе говоря, модель – это некоторое упрощенное подобие реального объекта.

Опираясь на понятие модели, можно столь же кратко определить и понятие моделирования: моделированием называется построение (или выбор) и изучение моделей с целью получения новых знаний об объектах.

Информационная модель – это информация об объекте, процессе, явлении. Большинство знаний, которые ученики получают на уроках, носят характер информационных моделей. На физике ученики узнают о Боровской модели атома, не имея возможности разглядеть реальный атом; описание солнечной системы, молекулярные структуры вещества, схема кровеносной системы и многое другое носят характер информационных моделей. Наши знания о реальном мире – это множество информационных моделей. Информационное моделирование – одно из узловых понятий в информатике.

В информатике информационной моделью называется набор величин, содержащих всю необходимую информацию об исследуемых объектах и процессах [Кушнеренко, Эпиктетов. Информационные модели, 10 класс. М: Дрофа, 1995]. Информационная модель содержит не всю информацию о моделируемых явлениях, а только ту её часть, которая нужна для рассматриваемых задач. То, что не нужно для решения поставленных задач, при моделировании отбрасывается. Если круг решаемых задач расширяется, то приходится расширять и модель, включать в неё больше информации. Даже когда круг решаемых задач фиксирован, информационную модель можно строить многими разными способами.

Информационные модели имеют ряд преимуществ перед моделями других видов. Они могут вобрать в себя больше аспектов моделируемой реальности, обеспечивают большую гибкость при проведении экспериментов. При информационном моделировании можно замедлять или ускорять ход времени, сжимать или расширять пространство, выполнять действия опасные, дорогостоящие или просто невозможные в реальном мире. Информационные модели являются мощным средством, которое расширяет возможность активного обучения.

НАРОДНЫЙ УЧИТЕЛЬ ЗЕМЛИ СМОЛЕНСКОЙ С.А. РАЧИНСКИЙ

И.И. БАВРИН
Московский педагогический государственный университет, г. Москва

К 175-летию со дня рождения члена-корреспондента Императорской Санкт-Петербургской академии наук, профессора Московского университета, сельского учителя и просветителя Сергея Александровича Рачинского

В Третьяковской галерее хранится картина «Устный счет» замечательного русского художника Николая Петровича Богданова-Бельского (1868-1945), ученика С.А. Рачинского, на которой крестьянские дети напряженно ищут в уме решение примера

$$\frac{10^2+11^2+12^2+13^2+14^2}{365}.$$

Этот необычный для учеников трехклассной сельской школы пример можно решить быстро, если догадаться, что сумма квадратов трех последовательных чисел равна сумме квадратов следующих за ними двух чисел: $10^2+11^2+12^2=13^2+14^2=365$.

Имя С.А. Рачинского в истории отечественной школы конца XIX в. занимает особое место. В его работах отражены главнейшие вопросы создания и организации авторской сельской школы, основанной на семейных и национальных традициях русского народа.

С.А. Рачинский не только ставил вопрос о национальной школе в русской педагогической литературе, но и решал его несколько иначе, чем все остальные педагоги.

Его взгляды на роль народной школы крестьянской семьи в образовании и воспитании деревенских детей, а также личный опыт работы привели к убеждению, что сельская школа России из чисто учебного заведения стала воспитательным и развилась в особый тип школы, не имеющей аналога в западноевропейских странах. Он первый создал сельскую школу, отвечающую интересам народа. В школе С.А. Рачинского царила атмосфера дружной семьи, сохранившей духовно-нравственные традиции и опыт жизни сельской общины. Её учебная программа имела религиозную и художественно-эстетическую направленность, а воспитательная система основывалась на идеалах православия, гражданственности и народности.

Краткий биографический очерк

Сергей Александрович Рачинский родился 10 июня 1833 г. в родовом поместье Татево Бельского уезда Смоленской губернии (он был племянником известного поэта Евгения Баратынского).

В центре усадьбы – большой господский дом с колоннами. Вокруг раскинулся парк с вековыми деревьями различных пород и березовой аллеей. Везде очень много цветов. Рачинские увлекались музыкой, поэзией и цветоводством. Они считались самыми образованными и культурными людьми в уезде. В их доме встречались известные поэты, художники и музыканты.

В таком окружении рос Сергей Рачинский. Неудивительно, что он с детских лет полюбил русскую природу, поэзию, музыку. И он, и его брат. Константин – в будущем ректор Петровской (ныне Тимирязевской) академии с детства увлекались ботаникой, оба стали учеными-ботаниками.

В 1849 г. Сергей Рачинский поступает на медицинский факультет Московского университета, в 1850 г. переводится на естественный факультет и в 1853 г. блестяще его заканчивает. После окончания университета он недолго служил в Архиве иностранных дел, занимался общественной деятельностью.

В 1856 г. Сергей Рачинский уезжает за границу, где продолжает учебу в известных университетах Германии.

Во время путешествия по Бельгии, Швейцарии, Италии, Франции он изучал вопросы народного образования, в частности, педагогическое наследие И.Г. Песталоцци.

Более подробно Рачинский знакомится с деятельностью немецкого педагога профессора Йенского университета К. Стоя (1815-1885), основателя нескольких учебных заведений, в частности, народной школы и педагогической семинарии. «Институт Стоя в Йене» – первая статья Рачинского на тему педагогики.

Изучив слабые и сильные стороны педагогики К. Стоя, С.А. Рачинский задается вопросом, до какой степени воспитание должно быть национально и современно, до какой степени в нем должен быть развит общечеловеческий элемент. Он приходит к выводу, что «всякая индивидуальность имеет полное право на самобытное развитие» и «подведение всех личностей под неизменный уровень – нестерпимое насилие». Единственный нравственный способ ограничения личности есть самоограничение, и ему нужно учить детей для их блага и блага общества.

Именно эти идеи С.А. Рачинского стали впоследствии его главной педагогической концепцией в Татевской школе.

В 1859 г. С.А. Рачинский возвращается в Москву. В этом же году он защищает магистерскую диссертацию на тему «О движении высших растений» и получает кафедру физиологии растений в Московском университете. В 1866 г. за сочинение «О некоторых химических превращениях растительных тканей» ему была присуждена ученая степень доктора ботаники.

В эти же годы С.А. Рачинский перевел на русский язык сочинение английского ученого Чарльза Дарвина «О происхождении видов» и другие. До конца жизни он не оставлял повседневную работу ученого-естествоиспытателя: изучал климат средней полосы России, за что был утвержден Императорской академией наук корреспондентом Главной физической обсерватории с выдачей свидетельства (1898), составлял гербарии дикорастущих растений, словарь ботанических и зоологических терминов на трех языках.

Прекрасный педагог, активнейший участник университетской жизни и горячий защитник интересов студентов, Рачинский всегда пользовался огромным авторитетом. Он был членом попечительского комитета о бедных студентах, его избирали судьей университетского суда, он оказывал материальную помощь бедным, особенно одаренным студентам. Начиная с 1861 г. адъюнкты Сергей Александрович и его брат Константин Александрович Рачинские «изъявили желание жертвовать ежегодно из своего жалованья каждый по 500 руб. серебром на отправление за границу для усовершенствования в математических и естественных науках молодых людей по назначению естественного факультета». На эти средства в 1862 г. был командирован за границу будущий известный физик Александр Григорьевич Столетов (1839-1896).

В это время в Москве процветали различные литературные салоны. В доме Николая Васильевича Сушкова – драматурга, поэта и журналиста – собиралось высшее аристократическое общество Москвы. Бывали здесь Лев Николаевич Толстой и Иван Сергеевич Тургенев, поэт Ф.И. Тютчев, друг А.С. Пушкина А.Н. Раевский и многие другие писатели, музыканты, композиторы и общественные деятели. Частым посетителем этого салона был в начале 60-х годов и А.С. Рачинский. Здесь он познакомился и сдружился с Л.Н. Толстым.

В эти же годы литературный салон был создан и в доме Рачинских на Малой Дмитровке. Здесь хозяин дома сблизился с братьями Аксаковыми, семьей В.Ф. Одоевского, историком В.И. Герье и др. Бывал здесь и Лев Толстой. Толстого и Рачинского в то время волновали проблемы народного просвещения. Часами продолжались их беседы об организации, структуре и методике преподавания в народных школах.

Частым посетителем салона Рачинских был также Петр Ильич Чайковский. У них завязалась большая дружба, которая продолжалась много лет. Сергей Александрович увлекался музыкой, писал романсы и прекрасно знал песенный фольклор родного края; это влекло к нему Петра Ильича. Заметим, что либретто для опер Чайковского «Мандрагора» и «Раймонд Люллий» написал Сергей Рачинский.

В 60-е гг. XIX в. в российской общественной жизни произошли важные перемены. В области народного образования перемены привели к тому, что инициатива и руководящая роль этим процессом перешла в руки самого общества. Однако из-за нарушений Устава в совете университета произошел раскол (1866). Начались репрессии против молодых профессоров, что привело, по свидетельству В.О. Ключевского, к коллективной отставке лучших преподавателей университета. Одним из профессоров, подавших в отставку, был С.А. Рачинский. Любовь к народу и желание видеть грамотным российского крестьянина явились основными причинами, послужившими основанием для ухода Рачинского из университета. Он стал скромным сельским учителем. Это совпало со временем «хождения в народ» разночинной и дворянской интеллигенции.

С этого времени он весь отдается школе. Сельской школе, деревенским ребятишкам отдал он и свое состояние, и время, и энергию. Школа стала его домом, дети – его семьей. С большим вниманием и любовью следил он за каждым учеником, за его индивидуальными наклонностями и способностями. В редкие часы досуга он пишет статьи «Из записок сельского учителя» («Русский Вестник», 1888-1889) и другие, составившие сборник «Сельская школа»[2]. В 1891 г. он выпускает сборник задач для устного счета «1001 задача для умственного счета»[1] – пособие для учителей сельских школ. В 1893 г. вследствие плохого состояния здоровья Рачинский прекращает педагогическую деятельность. На досуге он занимается иногда литературным трудом: он писал серии статей «Арифметические забавы»[3] и «Геометрические забавы»[4], помещенные в журнале «Народное образование».

Умер Рачинский 2 мая 1902 г.

С.А. Рачинский об обучении и воспитании в сельской школе

В основе его школы лежали семейное воспитание, традиции русской народной жизни и её православные устои. После 6-7 лет учительства С.А. Рачинский пришел к выводу, что родители-крестьяне отдавали ребенка в школу не только для обучения грамоте и счету, а потому, что были уверены, что школа заложит в ребенке христианскую основу: в народном понимании это идеал человека с присущими ему национальными чертами – теплотой и сердечностью отношений, нравственностью, бескорыстием, гражданственностью, патриотизмом и православной верой.

С.А. Рачинский видел, что 90% сельских учеников северо-западного края не могут ходить в школу каждый день, а вынуждены жить в ней из-за отдаленности от дома. Для таких детей Рачинский построил новое здание школы с общежитием, с комнатами для учителей, обустроил в ней все так, как в лучшей крестьянской семье. Даже внешний вид школы напоминал крестьянский двор заботливого хозяина: чистый двор, огород, цветник, высокое крестьянское здание с большой террасой, в теплое время увитой диким виноградом. Внутри школы просторные классные комнаты, украшенные картинами Н.П. Богданова-Бельского и В.М. Васнецова, фотографиями, рисунками учеников. В комнате для рукоделия была большая коллекция русских вышитых полотенец, изделий народных промыслов. В правой части здания надстроен второй этаж для певческой и художественной мастерских, где одна из стен застеклена, а в ней – выход на балкон, с которого открывался прекрасный вид.

Весь день Рачинский вместе с учителями проводил среди детей: учил, обедал, отдыхал, трудился, играл, молился. Особенность работы школы с общежитием требовала от него и особенной постановки учебно-воспитательного процесса, поэтому стали необходимы вечерние занятия и расширение программ. Треть его учеников были сиротами, что не позволяло закрывать школу на лето, и она работала круглый год, а это была ещё одна возможность готовить одаренных детей к будущей профессии, в первую очередь учителя, живописца, священника.

В ответ на приглашение знакомого приехать на юг отдохнуть, покупаться в море Рачинский писал: «Вам очень хорошо известно, что у меня нет ни свободного дня, ни лишней копейки. На школьное дело я трачу более, чем свои доходы, следовательно, подвергать опасности будущность многих школьников и тратить что-либо на себя было бы просто преступлением. Летом у меня на руках пять школьных учителей, двое юношей, готовящихся в учителя, пять живописцев и т.д. – всего 20 человек. Вы скажете, что всему этому народу сам бог велел летом отдыхать <…> Но это не так: только постоянным трудом вырабатываются люди, и в этом труде необходимы руководители, пример. Какие тут морские купания!» [5, с.3].

В школе с общежитием усиливалось воспитательное влияние школы, стал возможен индивидуальный подход в воспитании учеников. Личность ребенка раскрывалась в обстановке внимания, сердечности, доброты со стороны всех сотрудников школы. Сергей Александрович считал существенным недостатком в воспитании крестьянских детей отсутствие гуманного отношения к ним окружающих. Воспитывал детей, учителей, родителей-крестьян и пример высоконравственной личности С.А. Рачинского. В первую очередь он был опекуном, воспитателем, отцом, для которого все равны и любимы, а потом уже учителем.

Дети болезненные и с физическими недостатками (горбуны и заики) не ощущали своей неполноценности. Педагог старался обучить их таким ремеслам и специальностям, которые помогли бы им жить и работать среди здоровых людей. С.А. Рачинский лечил заикание у детей средствами народной логопедии, давшей положительные результаты в условиях сельской школы. Рядом со школой была построена больница, где за больными ухаживала сестра Сергея Александровича, он сам и врач. Работа врача оплачивалась из средств С.А. Рачинского. Ученики приходили играть с выздоравливающими, читали им книги. В школе старшие дети дополнительно занимались с отстающими, играли с младшими, опекали их в походах, помогали новичкам освоиться с условиями жизни в школе. Забота детей друг о друге, по мнению педагога, приобретенная в семье и развиваемая в школе, проявлялась во всем и сопровождалась изумительным терпением и умением обращаться с детьми младшего возраста.

В 70-80-х гг. школа села Татево была трех-четырехгодичной. Обучалось в ней ежегодно 70-75 учащихся. Затем она была преобразована в школу повышенного типа с пяти-шестилетним образованием. В то время в ней изучались следующие дисциплины: русский язык, литература, арифметика с элементами геодезии и черчения, физика, естествознание, отечественная история, славянский язык и закон Божий. Для одаренных детей были введены курсы рисования, музыки и пения, а впоследствии – курс педагогики для будущих учителей так называемых «школ грамоты». Очень многие из его учеников в дальнейшем закончили педагогические училища, семинарии и стали народными учителями.

Находясь в школе неотлучно, Сергей Александрович изучал каждого ученика: его способности, характер, темперамент и наклонности. С особым вниманием относился он к молодым дарованиям, и всякое проявление таланта замечал и ставил такого ученика в условия, при которых эти дарования могли бы развиваться. Так, в своем ученике Коле Богданове Рачинский выявил талант художника. Благодаря заботам учителя Коля стал впоследствии известным художником Богдановым-Бельским. В статье «Из записок сельского учителя» (Сельская школа) С.А. Рачинский предлагает несколько приемов работы с учениками, способными к живописи (усиленное внимание людей, образованных и достаточных, к сельским школам, размножение и усовершенствование иконописных школ, чтобы они учили не одному иконописному ремеслу, но и рисованию с гипса и с натуры и т. д.; такие школы дали бы верный кусок хлеба и самым скромным талантам и создали среду, в коей могли бы обозначиться и окрепнуть таланты высшего порядка). Заметим, что в школьной художественной мастерской Рачинский сам проводил занятия по живописи, черчению и рисованию. В доме Рачинских для Богданова-Бельского была устроена мастерская. Татевская школа, её ученики и учителя были запечатлены на его известных полотнах: «У дверей школы», «Устный счет», «Сочинение», «Новички» и др.

Через много лет художник вспоминал: «Да, < … > Сергей Александрович – богатый человек, владелец большого поместья и в то же время ученый, профессор ботаники. Он заколотил часть дома и живет очень скромно. На свой счет выстроил школу и, отказавшись от карьеры, плотно засел в деревне, посвятил себя делу народного образования. Из таких, как я, бездомников он собрал обитателей для своего общежития» [6, с. 182-183]. Многие из татевских учеников в дальнейшем окончили рисовальные, типографские, фельдшерские и другие учебные заведения.

В школе Рачинского все было необычно. Уроки родной природы зачастую проводились на лесной лужайке, в поле или теплице. Весной и осенью ученики работали в школьном огороде, саду или на пасеке, разводили цветы. В школе мальчики учились столярному и переплетному ремеслу.

Большое внимание обращалось на музыку и пение. Для этой цели была куплена фисгармония. Занятия здесь вели Сергей Александрович и его сестра Варвара Александровна.

Большинство учеников посещали занятия хора. Хор был многоголосым и прекрасно исполнял самые разные песни. Сергей Александрович увлекался музыкой чрезвычайно – недаром у него была большая дружба с Петром Ильичом Чайковским, которая продолжалась много лет.

«Вы спрашиваете, – писал Петр Ильич Рачинскому в 1881г., – помню ли я Вас? Не только помню, но часто думаю о Вас; люблю припоминать приятные вечера, которые проводил у Вас в Вашей удобной квартире на Дмитровке, нередко задумываюсь над странной судьбой Вашей, столь неожиданно перенесшей Вас с университетской кафедры на стул сельского учителя, – ну, словом, Ваш милый, светлый образ жив в моей душе и никогда не изгладится из моей памяти» [7, с. 163-165].

Хор, как и школа, был гордостью крестьян Татево и окрестных деревень.

Вместе с учениками С.А. Рачинский собирал песни и сказки Смоленского и Тверского краев, использовал материалы фольклора на уроках и внешкольных занятиях. Он знакомил учеников с историей и культурой древней Русской земли, возрождал угасающие народные ремесла и традиции («Школьный поход в Нилову пустынь»).

С.А. Рачинский видел в образованной русской женщине-матери «хранительницу добрых заветов минувшего и носительницу добрых чаяний будущего» и отводил ей главную роль в семейном воспитании детей, в передаче жизненно необходимых навыков и знаний. Поэтому он один из первых в России выступил за обучение грамоте крестьянских девочек. Став в 1885 г. попечителем женских училищ Бельского уезда, Рачинский добился открытия женских училищ в селах Тархово Шоптовской волости и Знаменском.

Народный учитель Рачинский не мог примириться со страшным бичом русской жизни — пьянством. Его содержательные статьи против этого позорного явления были с интересом встречены многими передовыми людьми России. Он стал одним из организаторов «Общества трезвости», им же составлен устав общества. Много внимания он, в частности, уделял организации этих обществ в своей статье «Из записок сельского учителя» (Сельская школа), которые принесли оздоровление в сельский край и очень повлияли на сельскую школу в России. В связи с возрастающей в наше время проблемой детского алкоголизма эта сторона его деятельности является весьма актуальной, что высоко оценил ещё и Л.Н. Толстой.

Так, в письме от 9 апреля 1890 г. он писал: «Благодарствуйте, дорогой Сергей Александрович, за письмо и присылку прекрасных статей ваших. Очень, очень радуюсь движению, которое вы подняли в этом направлении» [8, с. 74].

Деятельность Рачинского создала ему авторитет не только среди крестьян села Татево и близлежащих деревень. Школа Рачинского стала известна во всей России. Десятки учителей приезжали посоветоваться с Сергеем Александровичем, познакомиться с его методами работы, посмотреть школу.

Лев Николаевич Толстой глубоко уважал Рачинского и относился к его деятельности народного учителя с большой симпатией. Так, 5 апреля 1877 г. он писал ему: «…истинную и редкую радость мне доставило чудесное письмо Ваше, дорогой Сергей Александрович. Читая его, я переживал свои старые школьные времена, которые всегда останутся одним из самых дорогих, в особенности, чистых воспоминаний. Воображаю, каких Вы наделали и наделаете чудес» [9, с. 317-318].

Весьма серьезные требования С.А. Рачинский предъявлял к подготовке учителей, приравнивая ежедневную учительскую деятельность к подвигу. Он считал, что учитель начальной школы должен уметь хорошо рисовать, петь, владеть несколькими ремеслами, нужными в крестьянском быту. Но, кроме этого, учитель должен любить свои труд, и только тогда его результаты будут ощутимыми. Учить не для экзамена, а для жизни – основное дидактическое требование С.А. Рачинского. Закон Божий он поручал вести только священнику и в форме задушевной беседы, церковно-славянский язык вел сам, считая, что чтение на церковно-славянском языке – это прямой путь к осознанному чтению на русском языке, т.е. путь к прочной грамотности. Высокая грамотность, прочность знаний, умений и навыков учеников отличали его школу от других. Что же касается преподавания Закона Божия в школах С.А. Рачинского, то основное внимание уделялось не столько сообщению массы религиозных сведений, сколько его нравственному и воспитательному значению.

В обучении русскому языку С.А. Рачинский использовал «Новую азбуку» и «Книгу для чтения» А.Н. Толстого, «Родное слово» К.Д. Ушинского, произведения А.С. Пушкина, В.А. Жуковского, С.Т. Аксакова.

Отзываясь с похвалой об «Азбуке» и «Книге для чтения», он восторженно замечает: «Нет в мире литературы, которая могла бы похвастаться чем-либо подобным» [10, с. 212-213].

Особого внимания в системе обучения и образовательных программ С.А. Рачинского заслуживает его неутомимая деятельность в распространении сельских школ, готовивших умелых земледельцев по специальным программам после окончания начальной школы. В школах же Рачинского 5–6-летним курсом обучения, где имелись средства содержать ремесленные классы, ученики параллельно с обучением традиционным школьным дисциплинам приобретали профессию столяра, плотника, пчеловода, кружевницы, портнихи.

Культура огородничества и садоводства, разведение и районирование новых сортов овощей и фруктов в пришкольном саду и огороде в Татеве способствовали тому, что крестьянские хозяйства по всей округе перенимали школьный опыт, поэтому Рачинский повсеместно рекомендовал земледельческие школы. Он, кроме того, советовал поднять кустарную промышленность, ввести новые отрасли сельскохозяйственного труда и предлагал возглавить это движение земству.

С.А. Рачинский верил, что посредством воспитания и образования можно вывести народ из нищеты и бесправия.

Заслуги педагога-подвижника С.А. Рачинского в просвещении народа признаны в рескрипте императора Николая II.

Наблюдения за крестьянскими детьми, личный опыт работы в народной школе легли в основу многих статей Рачинского, которые затем были включены в книгу под названием «Сельская школа» (1891), явившуюся итогом его жизни и творчества. В Татево поступали письма со всех концов России с просьбой поделиться опытом и прислать книгу.

За эту работу педагог С.А. Рачинский в октябре 1891 г. был избран в члены-корреспонденты по отделению русского языка и словесности Императорской Санкт-Петербургской Академии наук.

Опыт работы Татевской сельской школы по воспитанию у детей любви к родному краю, трудолюбия, развитию творческих способностей в процессе обучения народным ремеслам и кустарным промыслам был представлен на Нижегородской ярмарке и Всемирной выставке в Париже в 1900 г., где школа получила золотую медаль.

В столичных газетах и журналах в то время печатались десятки статей Рачинского о воспитании и обучении детей. Святейший синод сделал Рачинского попечителем церковно-приходских школ округа, и в 1899 г.

ему была назначена пожизненная пенсия 3000 руб. в год. Все эти деньги он расходовал на постройку новых школ и их содержание.

С.А. Рачинский считал, что школа должна войти в сердце ученика и запомниться, прежде всего, необычными впечатлениями, праздничными настроениями, которые сохранятся в памяти на всю жизнь. Отсюда шло и красивое внешнее и внутреннее оформление школы и классов. Собирались коллекции расшитых полотенец, икон различного письма, но особенно тщательно готовились школьные праздники Рождественской елки, Славянской азбуки, Светлого Воскресения и окончания экзаменов.

Сергей Александрович по окончании школьных экзаменов поздравлял учащихся и говорил, чтобы дети не забывали школу, заботились о ней, приходили в школу и брали книги для чтения.

Во время праздника встречи выпускников разных поколений «За честь школы» у школьного знамени бывшие ученики рассказывали, какой путь в жизни они избрали, чем полезны Родине. Многие выпускники занесены в школьную Книгу Славы.

В мае 2003 г. Татевская средняя школа торжественно отметила 170-летие со дня рождения народного учителя С.А. Рачинского.

Современники высоко оценили труд педагога, назвав его «школьным апостолом на Руси» (И.С. Аксаков).

Всесторонне образованный ученый высокой культуры, выдающийся общественный деятель и педагог-творец до последних дней жизни чутко откликался на животрепещущие проблемы своего времени. Знание социальных проблем села, понимание запросов родителей и детей в школьном деле, широкое использование эстетических моментов в воспитании, высокая духовность и тесная преемственность с прошлым – все это делает опыт С.А. Рачинского чрезвычайно плодотворным для решения вопроса о том, каким должно быть в России национальное воспитание.

Многое из его опыта работы в Татевской сельской школе с общежитием (интернатом) сохраняется и в наши дни, давая единственную возможность детям из отдаленных деревень получить среднее образование, а его воспитательные идеи являются основой создания гуманистических систем наших сельских школ.

К 170-летию со дня рождения С.А. Рачинского были опубликованы мои две книги «Избранные задачи С.А. Рачинского для умственного счета». – М.: Московский психолого-социальный институт, 2002. – 48 с.; «Сельский учитель С.А. Рачинский и его задачи для умственного счета». – М.: Физматлит, 2003, 112 с. – и ряд статей (например, Математика в школе. – №9. – 2005). В этих работах наряду с научной, педагогической и просветительной деятельностью С.А. Рачинского, рассмотрены также его задачи для умственного счета.

С. А. Рачинский об арифметике в начальной школе

Ученики Рачинского прекрасно знали арифметику. Они легко и быстро решали самые разные задачи. Особенно нравился им устный счет.

Об обучении своих учеников устному счету Сергей Александрович рассказал, в частности, в своей статье «Заметки о сельской школе».

«Посторонних посетителей, изредка заглядывающих в мою школу, всего более поражает умственный счет ее учеников. Та быстрота и легкость, с которой они производят в уме умножения и деления, обращаются с мерами квадратными и кубическими, соображают данные сложной задачи, то радостное оживление, с которым они предаются этой умственной гимнастике, наводят на мысль, что в этой школе употребляются особые усовершенствованные приемы для преподавания арифметики, что я обладаю в этом отношении каким-то особым искусством или секретом.

Ничего не может быть ошибочней этого впечатления. Конечно, теперь я владею некоторым навыком к умственному счету, могу импровизировать арифметические задачи в том быстром темпе, в котором они решаются моими учениками. Но до этих скромных умений довели меня, или, лучше сказать, домучили, сами ученики.

Именно, домучили. Никогда не занимался я специально арифметикой, упражняться в умственном счете никогда и не думал. Принялся я за преподавание счета в сельской школе, не подозревая, на что я иду.

Не успел я приступить к упражнениям в умственном счете, которые до тех пор в школе не практиковались, как в ней к ним развилась настоящая страсть, не ослабевающая до сих пор. С раннего утра и до позднего вечера стали меня преследовать то одна группа учеников, то другая, то все вместе, с требованием умственных задач. Считая эти упражнения полезными, я отдал себя в их распоряжение. Очень скоро оказалось, что они опережают меня, что мне нужно готовиться, самому упражняться. На пятом десятке некоторые умственные способности утрачивают свою эластичность. Эта первая зима была для меня очень тяжела.

К этому вскоре присоединилась страсть к письменным упражнениям в счете. Ребята вздумали щеголять друг перед другом быстрым и точным умножением и делением на доске многозначных чисел, не поддающихся умственному счету. Тут я было совершенно стал в тупик. Эти припадки обыкновенно случались вечером. Наши вечерние занятия, теперь все более и более принимающие характер правильных уроков, тогда были гораздо свободнее, да и теперь, во избежание утомления, часто приходится нарушать их однообразный строй. Вечером же происходили и спевки, в которых участвовали все мои помощники, все лучшие ученики. Я оставался один с непоющими учениками. Этого только и ждали мои мучители. Разом, все они, человек тридцать, сорок, накидывались на меня с дощечками: «Сергей Александрович, деленьице! – Мне на сотни! – Мне на единицы! – Мне на миллионы! – Мне на тысячи!» И решения подавались с такою быстротой, что я едва успевал писать задачи. Проверять – никакой физической возможности.

Эта беспрестанная усиленная возня с цифрами нагнала на меня настоящий арифметический кошмар, загнала меня в теорию чисел, заставила меня неоднократно открывать Америку, т.е. неизвестные мне теоремы Ферма и Эйлера...»

В этой статье Рачинский выходит за рамки устного счета и приводит ряд ценных наблюдений над крестьянскими детьми.

«Часто, – писал он, – задавал я себе вопрос, какими основными способностями обусловливается та необыкновенная ловкость в обращении с числами, тот живой интерес к цифрам и к сочетаниям, которыми отличаются наши крестьянские ребята. Нет сомнения, что тут значительную роль играет их удивительная память. Но, кроме памяти, тут очевидно участвуют и другие способности: воображение, живо рисующее перед ними состав чисел из первоначальных множителей и их сочетания, способность связывать внешний вид цифры с этим составом».

Свою мысль Сергей Александрович подкрепляет следующим примером. Когда он спросил на уроке, сколько будет $84 \cdot 84$, один мальчик мгновенно ответил: 7056. Когда учитель, пораженный быстротой, с которой мальчик нашел правильный ответ, спросил у него, как он это сделал, мальчик ответил: «Да это квадратная сажень». Мальчик знал, что в сажени содержится семь футов, а фут, в свою очередь, содержит 12 дюймов. Значит, мальчик решил задачу так:

$$84 \cdot 84 = (7 \cdot 12) \cdot (7 \cdot 12) = 49 \cdot 144 = 50 \cdot 144 - 144 = 7200 - 144 = 7056 .$$

Все расчеты мальчик произвел в уме мгновенно. Проще произвести это умножение невозможно.

Далее Рачинский писал: «Почти всегда у хороших счетчиков оказывается и художественная струнка. Этому обстоятельству, впрочем, особого значения придавать нельзя. Крестьянские дети тем и отличаются от детей высших сословий, что односторонние способности встречаются у них весьма редко. Тот из них, который способен к пению, непременно окажется способным и по арифметике, и по русскому языку

Эта соразмерность дарований распространяется даже на сферу нравственную и придает этим детям их особенную привлекательность».

Говоря о преподавании арифметики в сельской школе, Сергей Александрович указал на два замечания, имеющие практическую важность. «Первое, – писал он, – касается того приступа к преподаванию арифметики, который выработан немецкими педагогами и получил у нас право гражданства. Основан он на долговременном и всестороннем изучении чисел первого десятка, за которым следует столь же кропотливое изучение чисел первой сотни. Прием этот, быть может, необходимый, когда приступаешь к делу с пятилетними детьми, отзывается чрезвычайной искусственностью, когда имеешь дело с детьми вдвое старшими, уже умеющими считать более ста, уже имеющими практическое понятие о десятичной системе благодаря известному им счету на копейки, гривенники и рубли. А таково большинство детей, поступающих в наши сельские школы. Нередко приходилось мне наблюдать любопытный факт, что крестьянские дети, не умеющие называть чисел далее двадцати, подчас имеют ясное представление о числах до ста и далее. Поддерживать с такими детьми фикцию, что далее девяти — чисел нет или что они им неизвестны, совершенно непрактично. Разумеется, им по большей части совершенно прозрачен лишь первый десяток, и состав чисел первой сотни должен быть им разъяснен рядом упражнений. Но в этих упражнениях нужно избегать педантической медленности, постоянно ощупывать дорогу вперед, имея в виду необыкновенную восприимчивость количественного созерцания в наших крестьянских ребятах. Притом нет никакой причины скрывать от них в течение всего первого года существование тысяч, десятков и сотен тысяч – бесконечную перспективу чисел, группирующихся по системе, уже известной им по копейкам, гривенникам и рублям. Конечно, нужно избегать упражнений, превышающих силы учащихся, сообщения таких математических истин, которые могут быть восприняты только их памятью. Но не менее того нужно избегать слишком долгого пережевывания уже известного ученикам: оно порождает скуку, отучает их от необходимых умственных усилий. Свойствам чисел первой сотни нет конца. Если бы мы вздумали их исчерпать прежде, чем двинуться далее, мы бы никогда не дошли до второй.

Другое замечание, более общего свойства, сводится к тому, что ничтожные знания, приобретаемые в сельской школе, только и получают некоторую цену, если сопряжены с соответствующими умениями. В области арифметики – разумею тут быстрый и верный счет, умственный и письменный – этих умений инстинктивно добиваются сами ученики, и обязанность учителя – всячески помогать их приобретению».

Рачинский указал при этом особую роль учителя сельской школы как в связи с указанными выше его замечаниями, так и в связи с особенностью тогдашней русской сельской школы – постоянным присутствием в ней учеников. Он писал:

«Для успеха дела, разумеется, нужно, чтобы учитель сельской школы владел приемами умственного счета и имел к нему порядочный навык. К сожалению, знакомство с этими приемами, этот навык – у наших учителей встречается редко. Особенно слабы в этом отношении те, которые прошли через учительские семинарии. Практическое знакомство с цифрами, как и с формами русского языка, необходимо учителю для того, чтобы придать некоторое оживление неизбежным внеклассным занятиям.

И это опять приводит нас к истинной оценке того громадного преимущества, которое дает русской школе одна из самых затруднительных, по-видимому, ее особенностей – постоянное присутствие в ней учеников. Эта особенность, конечно, отчасти обусловливается причинами чисто внешними: невозможностью для детей уходить домой между классами. Но только отчасти. Везде, где есть внимательный учитель, ученики, живущие в двух шагах от школы, точно так же проводят в ней всю свою жизнь. Это соответствует и собственному их инстинкту, и совершенно сознательному желанию их родителей. Эти родители отлично понимают, что при кратких сроках учения, которыми пользуются их дети, для достижения какого-либо успеха нужно пользоваться каждой минутой.

И они тысячу раз правы. Разве дома, в тесной и темной избе, возможны для крестьянских детей какие-либо самостоятельные занятия? Разве при казенном количестве учебных часов возможны какие-либо результаты, кроме официально-удовлетворительных ответов на экзаменах. Это понимают те, для которых сельская школа составляет не отвлеченные предмет сочувствия, а кровное дело, те, которые вверяют ей всю жизнь своих детей.

Вот почему я твердо верю в будущность этой бедной, темной, едва возникающей сельской школы, ощупью создаваемой на наших глазах безграмотным народом».

Приемы устного счета

Сельские ребята с огромным желанием занимались устным счетом, решая иногда довольно сложные задачи и приемы с такой быстротой, что удивляли и восхищали многих учителей, присутствовавших на уроках Рачинского.

Рачинский достигал изумительных результатов в устном счете, вместе с тем он не переоценивал значения устного счета, не заполнял им полностью уроки арифметики, а получал хорошие результаты за счет рациональных приемов обучения. В предисловии своей книге [1] Рачинский писал: «Что касается до пользы, которую приносят упражнения в умственном счете, то ее не следует преувеличивать. Способность к нему – способность весьма специальная и не зависимая от других, нередко сильно развитая в детях ума самого ограниченного. Тем не менее, способность эта полезна и в отношении практическом и как средство для здоровой умственной гимнастики». Тренировку в устных вычислениях дети получали у Рачинского не столько на уроках арифметики, сколько на свободных занятиях в вечернее время. Он умел увлечь детей устным счетом. Дети постоянно обращались к нему с просьбами: «Дайте мне пример на умножение! А мне на деленьице!» - и Рачинский давал каждому особую задачу, особый пример в соответствии с индивидуальностью ученика. Этот индивидуальный подход, индивидуальные задания, учет способностей каждого ребенка – едва ли не главная причина огромного успеха Рачинского. Рачинский творил, создавал на уроке, тут же на глазах учеников, и этот процесс творчества заражал учеников, вызывал у них ответный процесс усиленной умственной деятельности. Секрет таких изумительных процессов С.А. Рачинский отчасти раскрыл в статье [3].

«В то время, когда я занимался преподаванием в сельской школе, я постоянно удивлял своих товарищей, учителей, тою быстрою, доходившей до мгновенности, с какою я изобретал сложные арифметические задачи, умственные и письменные, на числа многозначные, даже громоздкие. Что же касается до ребят, то они моему умению нисколько не удивлялись, а настойчиво требовали, чтобы я каждому из них давал задачу отдельную. В этом они были совершенно правы, ибо каждому давалась задача в точности ему посильная, которую решить было и полезно и лестно. Злодеи приходили в неописуемое оживление и решали задачи с быстротою изумительную. Не скрою, что такая гимнастика, при некоторой продолжительности, подчас доводила меня до головокружения, даже до обморока. Но польза от таких упражнений была несомненная.

До сих пор многие учителя обращаются ко мне с просьбой – раскрыть секрет такой моей изобретательности. Постараюсь по мере возможности удовлетворить их желание.

Секрет этот слагается из несколько элементов.

Главным из них нужно считать знакомство с числами, т.е. ясное сознание их состава из первичных множителей. Но так как в знакомстве этом не малую роль играет память, коею я обделён, я был вынужден обращать внимание на свойства чисел, указывающие на их состав, и на этих свойствах основывать мои примеры».

И дальше Рачинский рассказывает о своих необычных приемах. Укажем некоторые из них.

Способ возведения в квадрат любого двузначного числа

Если запомнить квадраты всех чисел от 1 до 25, то легко найти и квадрат любого двузначного числа, превышающего 25. Рачинский указывает для этого следующий способ.

Для того чтобы найти квадрат любого двузначного числа, надо разность между этим числом и 25 *умножить на* 100 *и к получившемуся произведению прибавить квадрат дополнения данного числа до* 50 *или квадрат избытка его над* 50*-ю.*

Рассмотрим несколько примеров:

1) $37^2 = 12 \cdot 100 + 13^2 = 1200 + 169 = 1369$;

2) $58^2 = 33 \cdot 100 + 8^2 = 3300 + 64 = 3364$;

3) $93^2 = 68 \cdot 100 + 43^2 = 6800 + 18 \cdot 100 + 7^2 = 8649$.

Установим теперь это предложение в общем случае.

Пусть дано двузначное число $M = 10m + n$.

Имеем:
$$(M-25)\cdot 100+(50-M)^2=100M-2500+2500-100M+M^2=M^2.$$

Способ умножения двузначных чисел

В этой же статье С.А. Рачинский приводит любопытный способ умножения двузначных чисел, сумма единиц которых равна 10. Этот способ при устном счете может оказаться полезным.

Пусть даны два двузначных числа, у которых сумма единиц равна 10:
$$M = 10m+n, \qquad K = 10a+10-n.$$

Составим их произведение.

Имеем:
$$M\cdot K=(10m+n)\cdot(10a+10-n)=$$
$$=100am+100m-10mn+10an+10n-n^2=$$
$$=m(a+1)\cdot 100+n(10a+10-n)-10mn=$$
$$=(10m)\cdot(10\cdot(a+1))+n(K-10m).$$

Отсюда нетрудно указать правило умножения таких двузначных чисел.

Рассмотрим несколько примеров:

1) $17\cdot 23=10\cdot 30+7\cdot 13=300+91=391$;

2) $33\cdot 67=30\cdot 70+3\cdot 37=2100+111=2211$;

3) $43\cdot 57=40\cdot 60+3\cdot(57-40)=2400+51=2451$;

4) $86\cdot 74=74\cdot 86=70\cdot 90+4\cdot 16=6300+64=6364$.

С.А. Рачинский показал этот прием устного счета своим 12–13-летним ученикам сначала для чисел до двадцати, затем для чисел до тридцати и больше.

Придумал же этот прием совершенно самостоятельно один из учеников Сергея Александровича. Вот что писал Рачинский по этому поводу: «Этот прием – измышление 12-летнего мальчугана, усердствовавшего в моей школе по части умственного счета и удивившего меня мгновенным умножением 43 на 87. От него научился я в таких случаях множить 40 на 90 и прикладывать 3 на 47».

Числа, «раздвигаемые» при умножении

В статье [3] С.А.Рачинский приводит курьезные результаты, иногда получающиеся при умножении двух чисел. При умножении одного числа на другое получается число с теми же значащими цифрами и в том же порядке, как у первого числа, только эти цифры как бы раздвигаются и между ними появляются нули. Судите сами, разве не поразителен результат умножения следующих чисел:
$$111\cdot 91 = 10101, \qquad 126\cdot 81 = 10206, \qquad 285\cdot 73 = 20805.$$

По поводу этих чисел Рачинский писал: «Очень забавляют ребят числа, раздвигаемые умножением».

В этой же статье С.А. Рачинский указывает и на следующий оригинальный прием устного счета.

Способ умножения на число, записанное только одними девятками

Этот способ заключается в следующем.

Для того чтобы найти произведение числа, написанного одними девятками, на число, имеющее с ним одинаковое количество цифр, надо от множителя отнять единицу и к получившемуся числу приписать другое число, все цифры которого дополняют цифры указанного получившегося числа до 9.

Проиллюстрируем это положение на примерах:

1) $8 \cdot 9 = 72;$

2) $46 \cdot 99 = 4554;$

3) $137 \cdot 999 = 136863;$

4) $3562 \cdot 9999 = 35616438.$

Наличие такого способа усматривается из следующего приема решения приведенных примеров:

$$8 \cdot 9 = 8 \cdot (10\text{-}1) = 80 - 8 = 72,$$

$$46 \cdot 99 = 46 \cdot (100 - 1) = 4600 - 46 = 4554$$

и т.д. Таким же образом устанавливается справедливость указанного способа и в общем случае.

Задачник С.А. Рачинского «1001 задача для умственного счета»

Интересным памятником исключительно плодотворной работы Рачинского в области устного счета является составленный им задачник под названием «1001 задача для умственного счета. Пособие для учителей сельских школ». Это люботный документ эпохи 80-х гг. XIX столетия уже по одному тому, что он вырос целиком из практики, что каждая задача его, прежде чем попасть в печать, десятки раз прорешалась крестьянскими детьми. А среди этих задач есть много сложных и действительно трудных задач.

В предисловии к своей книге С.А. Рачинский писал: «В течение пятнадцати зим я каждый вечер упражнял учеников двух старших групп моей школы < . . . > в умственном счете. При этом я почти не пользовался печатными задачниками, но постоянно импровизировал задачи возрастающей сложности, сообразные с силами учеников и с характерами тех задач, которые предстояло решать на досках в следующие дни. Импровизация эта не стоила мне не малейшего труда и, вероятно, придавала этим урокам то необыкновенное оживление, которое поражало всех посетителей моей школы. Умственный счет – любимое занятие моих ребят, и многие из них приобретают в нем немалую ловкость».

Затем Сергей Александрович высказал ряд интересных мыслей о подготовленности самих учителей к занятиям по устному счету. Он писал: «К тому же мною давно замечено, что огромное большинство учителей затрудняется изобретением сколько-нибудь сложных арифметических задач. Происходит это не от недостатка воображения и изобретательности. а от недостаточного знакомства с числами. На эту скромную область арифметического знания при подготовке учителей вообще мало обращается внимания. Между тем некоторое освоение с нею в высшей степени облегчает труд элементарного преподавания арифметики. Что касается собственного изобретения задач, то для него дает неисчерпаемый материал уже одно знакомство с числами первой тысячи. Само собой разумеется, что знакомство это должно быть твердое и полное < . . . > Для учителя, например, не безразлично, что число 40 не только = $2^3 \cdot 5$, но также = $3^0 + 3^1 + 3^2 + 3^3$, что 365 не только = 5 · 73, т.е. 5 · ($8^0 + 8^1 + 8^2$), но также $= 10^2 + 11^2 + 12^2 = 13^2 + 14^2 = \frac{17^2 + 21^2}{2}$ и т.д.

Задачник Рачинского интересен для нас в двух отношениях. Прежде всего, он показывает, до какой виртуозности доходили ученики Рачинского в устных вычислениях, легко справляясь с большими и далеко не всегда удобными числами, входящими в задачу; во-вторых, он показывает, на каком высоком уровне стояло математическое мышление у детей, ибо среди задач немало таких, которые вообще считаются для начальной школы трудными.

В задачнике содержится много задач практического характера, задач из тогдашней сельской жизни. Приведем некоторые из них

1. От школы до церкви 25 сажень. Червячок проползает 5 дюймов в минуту. За сколько времени доползет он от школы до церкви?
2. Нанят работник за 108 руб. в год. Через 15 месяцев его рассчитали и дали ему 115 руб. и платье. Сколько стоит платье?
3. Сколько ударов в сутки бьют часы, бьющие половины (одним ударом)?
4. Нужно перевезти 64 куля ржи, весом каждый в 7 пудов 20 фунтов. На подводу кладется по15 пудов. Сколько нужно подвод?

Таким образом, опыт организации обучения математике, устному счету может плодотворно использоваться современными учителями математики для умственного развития учащихся.

Литература

1. Рачинский, С.А. 1001 задачи для умственного счета. – 3-е изд / С.А. Рачинский. – СПб., 1899.
2. Рачинский, С.А. Сельская школа / С.А. Рачинский. – СПб., 1899.
3. Рачинский, С.А. Арифметические забавы / С.А. Рачинский // Народное образование. – 1900.
4. Рачинский, С.А. Геометрические забавы / С.А. Рачинский // Народное образование. 1901. – Кн. 2.
5. Мироносецкий, П.П. Рачинский и церковная школа / П.П. Мироносецкий. – СПб., 1910.
6. Алтаев, А. Памятные встречи / А. Алтаев. – М., 1957.
7. Кунин, И.Ф. Петр Ильич Чайковский / И.Ф. Кунин. – М., 1958.

8. Толстой, Л.Н. Полное собрание сочинений / Л.Н. Толстой. – М., 1953. – Т.65.
9. Толстой, Л.Н. Полное собрание сочинений / Л.Н. Толстой. – М.,1953. – Т.62.
10. Письма Толстого и к Толстому. – М., 1928.
11. Баврин, И.И. Избранные задачи С.А. Рачинского для умственного счета / И.И. Баврин. – М.: РАО, Московский психолого-социальный институт, 2002.
12. Баврин, И.И Сельский учитель С.А. Рачинский и его задачи для умственного счета / И.И. Баврин. – М.: Физматлит, 2003.
13. Баврин, И.И Замечательный учитель С.А. Рачинский / И.И. Баврин // Математика в школе. – №2. – 2004.

ФОРМИРОВАНИЕ ТЕХНИЧЕСКОЙ КУЛЬТУРЫ УЧИТЕЛЕЙ: ОСНОВНОЙ ЭТАП

А.А. БЫКОВ
Смоленский государственный университет, г. Смоленск

Процесс формирования технической культуры учителя включает начальный, основной и креативно-деятельностный этапы.

На основном этапе происходит постепенный переход от использования ТСО и компьютерной техники в учебной деятельности как предмета обучения к применению их в качестве средства практической деятельности. Задачей этапа не является достижение уровня технической культуры, основная цель – достигнуть уровня технической компетентности.

Основу этого этапа составляют дисциплины, связанные с теорией и методикой обучения предмету. В данных дисциплинах должен быть выделен раздел «Использование современной техники в учебно-воспитательном процессе», необходимо определить содержание этого раздела (схема 1).

Целью раздела является развитие личностно-значимых качеств технической культуры учителей. Исходя из цели раздела, мы ставим ниже указанные задачи.

Мотивационный блок задач

1. Выявить степень готовности учителей к развитию технической культуры.
2. Мотивировать учителей на изучение и использование современной техники в образовательном процессе.

Образовательная программа раздела «Использование современной техники в учебно-воспитательном процессе»

Часть 1.

1) Теоретические основы применения ТСО в образовательном процессе.
2) Подготовка учителя к использованию ТСО в учебно-воспитательном процессе.
3) Разработка индивидуального плана творческой деятельности по использованию ТСО.
4) Формирование практических навыков использования ТСО.

Материал теста

Идентификатор ТЗ
Идентификатор теста
Идентификатор раздела

Схема 1. Структурные блоки содержания раздела «Использование современной техники в учебно-воспитательном процессе»

Образовательный блок задач

1. Изучить наиболее распространенные ТСО.
2. Сформировать педагогическое мировоззрение.
3. Обогатить учителей теоретическими знаниями и практическими умениями.
4. Сформировать основные компоненты технической культуры.

Практический блок задач

1. На педагогической практике использовать полученные знания.
2. Приобрести практические умения и навыки по выбору, анализу и адаптации современной техники в образовательном процессе.

Данный раздел направлен на:

1. Формирование технической культуры учителей.
2. Изучение современных ТСО, их дидактических возможностей и психолого-педагогических основ применения в учебно-воспитательном процессе.
3. Формирование умения адаптировать современные ТСО и использовать их в учебно-воспитательном процессе.
4. Повышение качества профессиональной подготовки выпускников педагогического вуза.
5. Выполнение социального заказа общества, направленного на обеспечение учебных заведений технически компетентными учителями.

Учебно-методическое обеспечение раздела должно включать в себя:

1. Методическое обеспечение:

- Методическая литература (книги, журналы, методические пособия и т.д.).
- Опорные конспекты, таблицы, схемы.

2. Информационное обеспечение:
   - База данных с конспектами уроков.
   - Видеоматериал.
   - САПР учителя.
   - Гипермедиа энциклопедия по техническим средствам обучения.
3. Средства коммуникации:
   - Internet (возможность виртуального общения между учителями с целью обмена опытом).

Для изучения данного раздела необходимо использовать разнообразные способы организации учебной работы учителей:

1. Лекции.
2. Деловые игры.
3. Практикумы.
4. Лабораторные работы (изучение возможности использования современной техники в своей предметной деятельности).
5. Самостоятельная работа.
6. Экскурсии в школы города с целью изучения опыта работы по использованию ТСО в учебно-воспитательном процессе.
7. Дискуссии.
8. Творческие задания.

В **лекционной** части раздела «Использование современной техники в учебно-воспитательном процессе» рассказывается об основных видах технических средств обучения, их устройстве и принципе действия. Рассматривается методика использования ТСО в учебно-воспитательном процессе, а также во внеклассной работе, границы применимости ТСО и общие правила безопасности при их применении, возможность применения современной техники в сфере педагогического управления и научно-исследовательской деятельности. Особое внимание в лекционном курсе уделяется истории развития ТСО, позитивному и негативному опыту их использования, а также перспективам развития данного вопроса.

Этот курс способствует осмыслению учителями возможности использования ТСО как одного из способов реализации творческой индивидуальности учителя в образовательном процессе.

Предполагается, что при изучении теоретического материала используются следующие типы лекций:

1. Вводная лекция. Преподаватель рассматривает основные вопросы курса, мотивирует на его дальнейшее изучение, проводит первоначальное анкетирование с целью выявления уровня сформированности технической культуры и готовности к изучению современных технических средств обучения.

2. Проблемная лекция. Весь лекционный курс построен по принципу проблемных лекций, что активизирует учителей, их личную заинтересованность в изучении курса.
3. Обобщающая лекция. Преподаватель в конце лекционного курса, подводя итоги изучения теоретического материала, проводит промежуточное анкетирование с целью выявления уровня сформированности технической культуры.
4. Инструктивная лекция. Преподаватель проводит данный тип лекций с целью организации самостоятельной работы учителей, ориентируя их на задания, выполняемые ими творчески, а также на конечный результат курса.

Из всех технических средств рассматриваются наиболее применимые в педагогической практике. Максимальное внимание необходимо уделить компьютерной технике, потому что она становится повседневным техническим средством на работе, дома и в процессе обучения. Применение компьютерной техники способствует индивидуализации обучения, что означает создание учебно-программного обеспечения, ориентированного на индивидуальные особенности и стиль учебной деятельности конкретного обучаемого (или категории обучаемых). Мы должны научить учителя использовать компьютер для подготовки необходимых ему учебных материалов (поурочное планирование, методические разработки, индивидуальные задания, контрольные работы и т.д.), ведения личного архива, проведения разного рода тестирований и обработки их результатов, выявления аномалий развития и т.д.

Рассмотрение лекционного курса дает толчок к самообразованию и саморазвитию учителя. Лекционный курс является базовым для начала формирования технической культуры учителя.

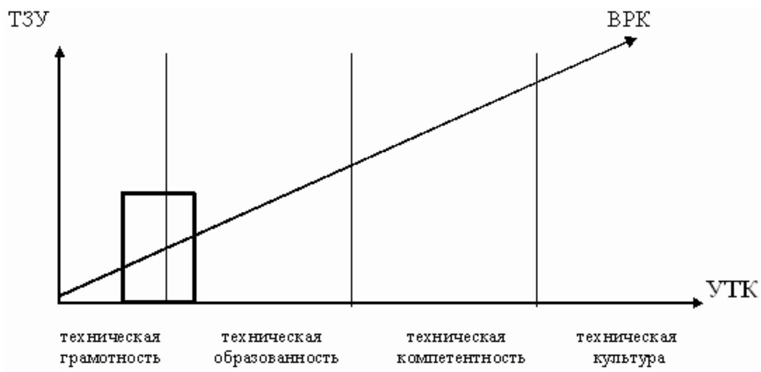


Рис. 1. Модель уровня сформированности технической культуры до изучения теоретического материала.

Представим модель уровня сформированности технической культуры учителя в завершении изучения лекционного курса в виде следующей схемы, отражающей рост уровня технической культуры, технических знаний и умений (рис. 1, 2). Здесь УТК — техническая культура учителя, ТЗУ — технические знания и умения, ВРК — вектор роста компетентности учителя.

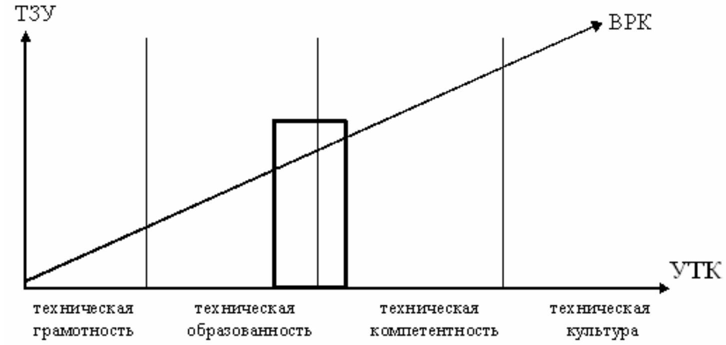


Рис. 2. Модель уровня сформированности технической культуры после изучения теоретического материала.

Вторая часть раздела является **практической.** Она посвящена рассмотрению вопросов использования технических средств на предметно-методическом уровне.

Данная часть включает в себя рассмотрение следующих вопросов:

1. Разработка индивидуального плана (программы) творческой деятельности по использованию современных технических средств обучения, адаптированных к конкретным условиям.
2. Разработка методики применения ТСО на материале конкретного учебного предмета с применением педагогических программных средств специального назначения.
3. Формирование практических навыков работы с современными техническими средствами обучения.
4. Разработка заданий для индивидуальной и групповой форм работы учащихся с использованием ТСО.
5. Формирование необходимых пользовательских умений для работы в глобальной сети Интернет.

В практической части раздела учителя должны свободно научиться пользоваться современной техникой. Кроме того, в данной части раздела должно осуществляться выполнение учителями творческих заданий, ориентированных на практическое использование изученного материала. При этом учителя могут разбиться на подгруппы по 4-5 человек, каждая из которых получает задание, связанное с подробным изучением и описанием одного из видов ТСО. Подгруппа разрабатывает эффективные методические рекомендации по его применению, создает дидактические материалы, опробует разработанное на занятиях. В конце проводится открытая защита своего проекта. Подгруппа представляет изученное техническое средство, знакомит своих коллег с дидактическими материалами и со снятым видеоматериалом занятий.

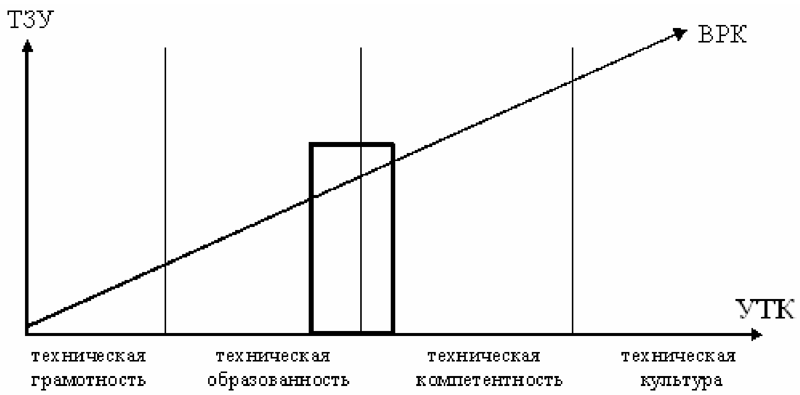


Рис. 3. Модель уровня сформированности технической культуры до изучения практического материала.

Таким образом, учителя, знакомясь детально с одним ТСО, в процессе защиты проектов также получают необходимые знания по нескольким другим ТСО. Причем они могут оценить адекватность использования тех или иных технических устройств в реальной профессиональной деятельности.

Представим модель уровня сформированности технической культуры учителя по завершении изучения практической части в виде следующей схемы (рис. 3, 4).

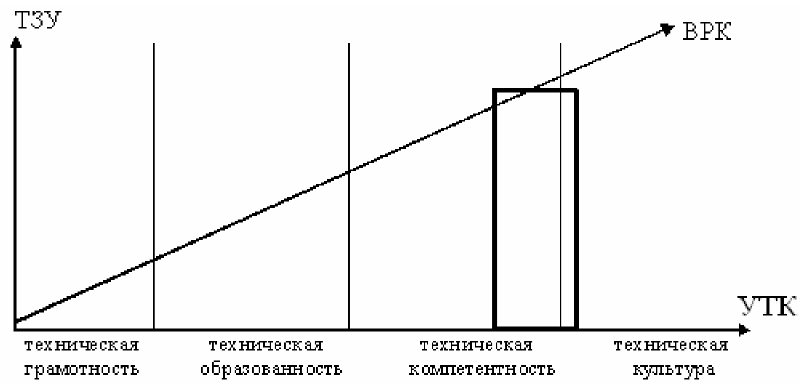


Рис. 4. Модель уровня сформированности технической культуры после изучения практического материала.

В дидактике выделяют определенные уровни усвоения знаний:

- Первый уровень – знания-знакомства, позволяющие осознанно различать явления и связанную с ними информацию.
- Второй уровень – знания-копии, дающие возможность репродуцировать усвоенную часть учебной информации.
- Третий уровень – знания-умения, позволяющие применять полученную информацию в практической деятельности.
- Четвертый уровень – знания-трансформации, через которые полученные ранее знания переносятся на решение новых задач, новых проблем, уровень творчества [1].

В результате реализации основного этапа у учителей должны сформироваться знания-трансформации, благодаря которым они смогут самостоятельно выполнять познавательную деятельность и творчески подходить к решению учебно-воспитательных задач с помощью технических средств обучения.

Литература

1. Коджаспирова, Г.М. Технические средства обучения и методика их использования: учеб. пособие для студ. высш. пед. учеб. заведений / Г.М. Коджаспирова, К.В. Петров. – М.: Издательский центр «Академия», 2002. — 256 с.

КОМПЬЮТЕРНАЯ МАТЕМАТИКА КАК УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ СРЕДСТВО ОБУЧЕНИЯ В ШКОЛЬНОМ ОБРАЗОВАНИИ

А.И. ГИБАДУЛЛИНА
Татарский государственный гуманитарно-педагогический университет,
г. Казань, ул. Межлаук, 1, тел.: (843) 2923420;
Средняя общеобразовательная школа № 57,
г. Казань, ул. Алтынова, 2, тел.: (843) 5559670
e-mail: alsugi@mail.ru , sch57@mail.ru

Одновременно с развитием информационных технологий возникает вопрос об их эффективном использовании в образовании. Мы живем в условиях непрерывного процесса быстрого обновления и роста объема информации. Становится невозможным за короткий период времени осознать и тем более обучиться всему, что будет необходимо в будущей деятельности. В современном обществе нужны специалисты, способные к самообучению и критическому восприятию новых идей. Такие качества в специалистах до последнего времени воспитывало фундаментальное образование, в котором особое место занимают физико-математические дисциплины. Остро востребованными являются технологии, позволяющие при сохранении традиционного фундаментального образования дополнить его новыми методами и средствами обучения. Такими средствами являются, например, компьютерные средства обучения, имеющие возможность построения и исследования математических моделей, численного анализа, визуализации получаемых результатов, а также вставки текстовых и иных комментариев. Универсальными средами, обладающими всеми перечисленными возможностями, являются, как известно, системы символьной (компьютерной) математики. Это позволяет рассматривать компьютерную математику в качестве эффективного учебно-методического средства современного образования, как высшего, так и среднего.

В течение последних нескольких лет в общеобразовательной школе 57 г. Казани осуществляется эксперимент по исследованию возможностей использования компьютерной математики (Maple) в системе школьного математического образования. Анализ этого начального опыта был представлен на конференции «СКМП – 2007» [1]. В последующий период продолжалось внедрение системы Maple и других прикладных компьютерных программ в учебный процесс: 1) на уроках математики в 6-м, 9-м, 11-м классах в формах демонстраций, компьютерного исследования математических объектов и тестирования; 2) в качестве дополнительного курса в 6-м классе; 3) при создании индивидуальных ученических проектов. По истечении прошедшего года можно сформулировать новые результаты наблюдения влияния компьютерной математической среды на школьников: 1) подростку нравится интерактивность Maple – возможность мгновенно увидеть результат заданного действия; 2) привлекает возможность создавать свои объекты и преобразовывать их по своему усмотрению – вместо традиционных жестко неизменяемых конструкций; 3) в результате даже небольшого опыта работы с системой перестают пугать новые незнакомые результаты – становится привычным, что неожиданное не значит неверное; 4) довольно быстро приходит понимание, что программу не обмануть, невозможно использовать ее вслепую, не будучи математически грамотным; 5) особенно притягивает графика, возможность ее форматировать, изменять, анимировать, эта работа может занимать много времени и приносит эстетическое удовлетворение; 6) в целом, активизируется работа мысли, концентрируется внимание; формируются навыки программирования; 7) по неосознанным пока признакам различается работа мальчиков и девочек.

При всем этом особенно ценным является то, что учащийся имеет дело с математическими знаками и математическими моделями. Перечисленные наблюдения позволяют сделать определенные выводы: 1) можно утверждать о наличии творческого потенциала (в большей или меньшей степени) в каждом ребенке и огромного желания его реализовать, задача учителя – направить его в нужное русло; 2) компьютерная математическая среда позволяет контролировать мыслительный процесс, тогда как основная масса компьютерных средств только фиксирует результат; 3) математическое мышление – мышление, оперирующее знаковыми объектами, которыми оперирует и символьная математика, следовательно, опыт работы с ней способствует становлению математического мышления; 4) наблюдения показывают, что «тугодумы» не имеют навыка (в силу разных причин) работы с объектом-образом, возможно, именно компьютерные символьные системы, в частности Maple, помогут решению проблемы. Вообще, кроме решения сложнейших образовательных задач, Maple, предположительно, является инструментом психической коррекции и психологического воздействия, поэтому может найти применение не только в сфере математического образования.

К настоящему времени сформирован электронный сборник методических материалов по математике для использования в средней школе, который обновляется в ходе эксперимента. В сборник входят тематические модульные приложения, созданные средствами пакета Maple. В сообщении предлагается демонстрация одного из них, разработанного в поддержку изучения фундаментального в математике понятия функции. Электронное приложение содержит теоретические сведения, анимированные демонстрации, примеры решения задач, тренажер, сборник разноуровневых заданий, готовые программы простейшего аналитического тестирования. Благодаря интерактивности математической среды, практически каждая программа приобретает универсальный характер: ее можно использовать в разных качествах и на разных этапах изучения раздела.

На данном этапе эксперимента главными препятствиями, тормозящими внедрение символьной математики в учебный процесс, являются устаревший компьютерный парк и отсутствие часов, специально отведенного времени для обучения основам работы с программой.

Литература

1. Гибадуллина, А.И. Обобщение начального опыта внедрения символьной математики и других прикладных компьютерных программ в структуру среднего математического образования / А.И. Гибадуллина // Системы компьютерной математики и их приложения: материалы международной конференции. – Смоленск: Изд-во СмолГУ, 2007. – Вып. 8. – С. 211 – 213.
2. Мартыненко, Ю.Г. Применение новых информационных технологий в преподавании фундаментальных наук / Ю.Г. Мартыненко // Соросовский образовательный журнал. – 1997. – № 3. – С. 130 – 138.
3. Игнатьев, Ю.Г. Отзыв на автореферат диссертации Бушковой О.А. «Методические аспекты изучения курса геометрии в педагогическом вузе с использованием компьютерной системы Mathematica» / Ю.Г. Игнатьев, 24.10.2007.

ОБ АВТОМАТИЗАЦИИ ПРОЦЕССА ПОСТРОЕНИЯ СИСТЕМЫ МЕЖПРЕДМЕТНЫХ СВЯЗЕЙ

А.В. ДЮНДИН

Смоленский государственный университет, г. Смоленск

e-mail: AVDyndin@yandex.ru

В процессе перехода на новые учебные планы, переработки учебных программ с учетом двухуровневой системы подготовки кадров, увеличения объема самостоятельной работы студентов остро встает проблема сохранения высокого качества образования.

Одним из путей оптимизации процесса обучения является активное использование межпредметных связей (МПС) смежных дисциплин. Под межпредметными связями мы понимаем «отражение в содержании учебных дисциплин тех диалектических взаимосвязей, которые объективно действуют в природе и познаются современными науками». Данное определение предложено В.Н.Федоровой и Д.М. Кирюшкиным в [3].

Опора на межпредметные связи в процессе обучения позволяет выполнить согласование и координацию учебных программ смежных дисциплин (исключить дублирование материала, преждевременное изучение, использование различных терминологий и систем обозначений); обеспечить включение получаемых знаний и умений в единую систему (формирование целостной научной картины мира) и др.

На практике наиболее востребованы классификации МПС по временному и информационному критериям: предшествующие, сопутствующие и перспективные; фактические, понятийные и теоретические связи.

Для определения содержания межпредметных связей и направлений их осуществления применяются различные методы: экспертный, сетевое планирование, описанное В.Н. Максимовой [1], а также математические методы, предложенные А.А. Ченцовым [4], В.М. Монаховым [2] и др. В своей работе мы преимущественно опираемся на математические методы.

Современный уровень развития вычислительной техники и теории алгоритмов позволяет автоматизировать построение системы межпредметных связей, опираясь на построенные математические модели, описывающие эти системы.

В качестве структурной единицы предлагаемой модели выберем тему некоторого учебного курса.

Временной критерий изучения некоторой темы школьного или вузовского курса связан с номером семестра (четверти, полугодия, класса или курса) и количеством часов, отведенных на изучение темы.

Информационный критерий включает в себя перечень фактов, понятий и теорий, изучаемых в рамках темы.

Поставим в соответствие данной теме упорядоченную тройку чисел (K, N, H) – соответственно номер курса, семестра (полугодия) и количество часов, отводимых на изучение темы; а также некоторый массив, содержащий термины, обозначающие понятия, факты и теории, изучаемые в теме.

Для некоторой базовой дисциплины (которая является одним из основных источников информации, например, математика для физики) получим список тем с указанными выше параметрами.

Подобную операцию (установление соответствий) выполняем для второй дисциплины, систему связей с которой планируем построить. Заметим, что термины, обозначающие используемые факты, понятия и теории, записываем в обозначениях базовой дисциплины.

В данном случае установление информационных МПС сводится к поиску совпадений в фактах и понятиях. Установленные таким образом связи опишут все возможные направления их осуществления. О временном критерии можно судить по курсу или классу в случае, если темы изучаются не в одной четверти или семестре. В случае изучения тем в одном семестре используем количество часов, отводимых на изучение. Суммируем часы, потраченные на обучение по каждой дисциплине к моменту начала изучения тем, и по суммам получаем возможность судить о временном характере МПС (предшествующие, сопутствующие, перспективные).

Дополнительно появляется возможность оценить значение некоторых тем для МПС различных курсов. Тема, являющаяся источником наибольшего числа связей, требует обязательного использования перспективных МПС. Тема, являющаяся преемником наибольшего количества информации из других курсов, должна изучаться с обязательным использованием МПС.

Разработка программного продукта на основе описанной выше модели позволит сохранить эффективность использования МПС в процессе перехода на другие рабочие программы в вузе и учебники в школе, так как базовое содержание основных учебных дисциплин меняется незначительно и основные связи сохраняются.

Литература

1. Максимова, В.Н. Межпредметные связи в процессе обучения / В.Н. Максимова. – М.: Просвещение, 1988.– 192 с.
2. Монахов, В.М. Об одном методе системного анализа внутрипредметных связей / В.М. Монахов, В.Ю. Гуревич // Математика в школе. – 1980. – №2. – С. 54-57.
3. Федорова, В.Н. Межпредметные связи. На материале естественнонаучных дисциплин средней школы / В.Н.Федорова, Д.М. Кирюшкин. – М.: Педагогика, 1972. – 152 с.
4. Ченцов, А.А. Теоретические основы научной организации учебного процесса. Моделирование дидактических систем: пособие для учителей и работников народного образования / А.А. Ченцов. – Белгород, 1972. – 273 с.

ИМЕЕТ ЛИ СМЫСЛ ВЫРАЖЕНИЕ $\sqrt{\sin 11{,}2\,\pi}$?

Е.П. ЕМЕЛЬЧЕНКОВ
Смоленский государственный университет, г. Смоленск
e-mail: ypy@keytown.com

Обсуждаются понятия смысла и значения имени в школьных учебниках математики.

Имеет ли смысл говорить о том,
что не имеет смысла?

В заголовок заметки вынесено условие задачи № 599 из задачника [1]. Аналогичные задачи предлагаются и в учебнике [3], например, в задаче № 296 требуется определить, имеет ли смысл выражение $\sqrt{-100}$. По мнению авторов задач, ответ на этот вопрос должен быть отрицательным.

В упомянутых задачах затронуто важное и сложное понятие – понятие смысла.

В математике «иметь смысл» означает «быть определенным». При этом следует подчеркнуть, что в математических определениях сообщается не только смысл определяемого имени, но и указываются пределы, в которых оно имеет смысл. Например, говоря «прямая a называется параллельной прямой b …», мы указываем, что понятие параллельности применимо только к прямым. Поэтому бессмысленно говорить о параллельности треугольников и не потому, что нам так кажется, а потому, что это следует из определения.

Для ответа на вопрос, вынесенный в заголовок, обратимся к определению квадратного корня. Ниже приводятся определения квадратного корня, взятые из школьных учебников [2, 3].

<u>Определение 1</u> ([2], с. 88). Квадратным корнем из неотрицательного числа a называют такое неотрицательное число, квадрат которого равен a. Это число обозначают $\sqrt{a}$.

<u>Определение 2</u> ([3], с. 66). Арифметическим квадратным корнем из числа a называют такое неотрицательное число, квадрат которого равен a.

На первый взгляд, кажется, что эти два определения равносильны, ведь из определения 2 сразу же вытекает неотрицательность числа a. Однако с позиций смысла эти определения различны.

В приведенных определениях квадратного корня указаны пределы, в которых определяемое понятие имеет смысл. В определении 1 – это промежуток $[0;+\infty]$, в определении 2 – промежуток $[-\infty;+\infty]$.

Таким образом, действительно, в рамках определения 1 выражение $\sqrt{\sin 11{,}2\,\pi}$ не имеет смысла, а в рамках определения 2 выражение $\sqrt{-100}$ имеет смысл.

Во втором случае (т.е. в рамках определения 2) полезно было бы дополнительно заметить, что выражение $\sqrt{-100}$ хотя и имеет смысл, но не имеет значения. В первом случае (т.е. в рамках определения 1) вопрос о значении выражения $\sqrt{\sin 11{,}2\,\pi}$ даже поставить нельзя, так как не имеет смысла говорить о значении выражения, которое не имеет смысла.

Из определения квадратного корня, очевидно, следует, что не имеет смысла извлекать квадратные корни из колхозного поля, круглого стакана и прямоугольной коробки. С другой стороны, каждый ребенок понимает смысл таких имен, как баба Яга, домовой, дед Мороз и т.п., несмотря на то, что ни одно из них не имеет значений.

В реальном мире люди, как правило, различают смысл и значение имени. Не следует смешивать эти понятия и в математике. В большинстве задач из школьных учебных пособий фразу «Имеет ли смысл выражение …» следует поменять на «Имеет ли значение выражение …».

Разумеется, все рассуждения в этой статье о смысле относятся не только к корням квадратным, но и к другим элементарным функциям. Что же касается определения квадратного корня из действительного числа, то автору больше нравится определение 2, но это уже тема для следующей заметки.

Литература

1. Мордкович, А.Г. Алгебра. 9 кл.: Задачник для общеобразоват. учреждений / А. Г. Мордкович, Т. Н. Мишустина, Е. Е. Тульчинская. - 4-е изд. - М.: Мнемозина, 2002. - 143 с: ил.
2. Мордкович, А.Г. Алгебра. 8 кл.: учеб. для общеобразоват. Учреждений / А.Г. Мордкович. – 3-е изд., доработ. – М.: Мнемозина, 2001. – 223 с.: ил.
3. Макарычев, Ю.Н. Алгебра: учеб. для 8 кл. общеобразоват. учреждений. – / Ю.Н. Макарычев, под ред. С.В. Теляковского. – 4-е изд. – М.: Просвещение, 1996. – 239 с.: ил.

УЧЕБНЫЙ ПОРТАЛ. ВЫБОР ОПТИМАЛЬНОГО НАБОРА ТЕСТОВ[1]

Е.П. ЕМЕЛЬЧЕНКОВ
Смоленский государственный университет, г. Смоленск
А.Л. ЛОБОСОВ
ВА ВПВО ВС РФ, г. Смоленск, e-mail: ypy@keytown.com

Обсуждаются вопросы, связанные с выбором оптимального набора заданий для тестирования знаний в заданной предметной области.

Пусть имеется набор тестов $T_1, \ldots, T_k$, предназначенных для контроля знаний из некоторой предметной области *O*. Каждый тест T_i характеризуется набором $\{A_{i1}, ..., A_{ir_i}\}$ элементов знаний, для контроля

[1] Работа выполнена при финансовой поддержке РГНФ и Администрации Смоленской области, проект 07–06–58604 а/Ц.

которых он предназначен, и временем t_i, необходимым для его выполнения. Требуется подобрать набор S тестов для проверки совокупности знаний $\{A_1,...,A_n\}$, минимальный по общему числу тестируемых элементов знаний и минимальный по временным затратам.

Перечисленные характеристики тестов можно хранить в двумерном массиве (рис. 1), элементы которого a_{ij} принимают логическое значение 1, если тест T_i проверяет элемент знания A_j и значение 0 в противном случае.

Идентификатор тестового задания	Элементы знаний проверяемой предметной области				Планируемое время выполнения теста
	A_1	A_2		A_n	
T_1	a_{11}	a_{12}		a_{1n}	t_1
T_2	a_{21}	a_{22}		a_{2n}	t_2
…	…	…		…	…
T_k	a_{k1}	a_{k2}		a_{kn}	t_k

Рис. 1. Массив характеристик тестов

Для отыскания оптимального набора S тестов можно воспользоваться одним из предложенных ниже алгоритмов.

Алгоритм 1. Если характеристики тестов представлены в матричной форме, то задача об отыскании оптимального набора тестов эквивалентна задаче о наименьшем покрытии матрицы строками, стоимость которых численно равняется планируемому времени выполнения теста. Алгоритм решения задачи о наименьшем покрытии приведен в книге [1] (с. 53 – 62).

Так как планируемое время выполнения теста довольно тесно связано с количеством проверяемых в тесте элементов знаний, то предложенный алгоритм дает вполне удовлетворительное решение поставленной задачи.

Алгоритм 2. Если каждый элемент знаний A_j из совокупности $\{A_1,...,A_n\}$ требуется при тестировании проверить не менее b_j раз, то для решения задачи можно использовать методы целочисленного программирования:

минимизировать функцию

$$F = t_1 x_1 + \ldots + t_k x_k$$

при ограничениях

$$
\begin{cases}
a_{11}\, x_1 + a_{21}\, x_2 + \ldots + a_{k1}\, x_k \ge b_1; \\
\qquad\qquad \ldots \\
a_{1n}\, x_1 + a_{2n}\, x_2 + \ldots + a_{kn}\, x_k \ge b_k; \\
\quad x_1 \in \{0, 1\}; \ldots; x_k \in \{0, 1\}.
\end{cases}
\qquad (*)
$$

Алгоритм 3. Если требуется минимизировать совокупность тестов по их количеству и по временным затратам, то для решения задачи об отыскании оптимального набора тестов можно воспользоваться методами решения многокритериальных задач, выбрав в качестве минимизируемых критериев функции

$$F = t_1 x_1 + \ldots + t_k x_k$$

и

$$F_1 = x_1 + \ldots + x_k\ ,$$

а в качестве ограничений – систему (*).

Литература

1. Кристофидес, Н. Теория графов. Алгоритмический подход / Н. Кристофидес Н. – М.: Мир, 1978. – 432 с.

КОМПЬЮТЕРНАЯ СИСТЕМА АВТОМАТИЗИРОВАННОЙ ПРОВЕРКИ ЗНАНИЙ

Ф.Х. ЗАЙНЕЕВ, С.В. СУШКОВ

ГОУ ВПО «Татарский государственный гуманитарно-педагогический университет»,
420021, г. Казань, ул. Татарстан, д.2, тел. 526-79-06.
e-mail: z-farid@mail.ru, sergey_sushkov@mail.ru

Область использования компьютеров в обучении с каждым годом расширяется и включает в себя все более широкий спектр различных образовательных программ, начиная от простых презентаций, иллюстрирующих изучаемые темы, кончая сложными системами дистанционного обучения. Важное место в этом списке занимают программы, помогающие осуществлять контроль за степенью усвоения изучаемого материала. К этому типу программ принадлежит компьютерная система, которая разработана нами для автоматизированной проверки знаний по математике у студентов 1-2 курсов математических факультетов педагогических вузов. При разработке системы были поставлены задачи включения в нее следующих компонентов:

- системы тестов разного уровня сложности, охватывающих изучаемый материал;
- системы контрольных заданий с автоматической проверкой результатов выполнения;

- системы объективной оценки знаний, учитывающей в комплексе результаты прохождения различных тестов и контрольных заданий;
- электронного журнала, фиксирующего результаты прохождения контрольных этапов и позволяющего преподавателю получать исчерпывающие сведения о том или ином учащемся;
- блока учебного материала, к которому учащийся мог бы обращаться при подготовке к ответам на контрольные вопросы.

Описываемая система достаточно открыта для внесения дополнений и изменений тестов и контрольных заданий. Для разработки системы была выбрана среда программирования Borland Delphi 6.0, имеющая большие возможности по созданию удобного интерфейса и работы с базами данных.

Опишем краткую схему работы системы. При первом входе в систему выполняется процедура регистрации, в которой учащийся указывает свои имя, фамилию, номер академической группы, а также устанавливает персональный пароль для работы с системой. Затем учащемуся предлагается выбрать одну из изучаемых тем перечня, по каждой из которых учащийся может пройти тестирование или выполнить контрольные упражнения. Полученные баллы заносятся в электронный журнал. Учащийся может использовать неограниченное число попыток для прохождения каждого теста, всякий раз улучшая свой результат, однако в журнале будут зафиксированы только три первые попытки, которые учитываются при выставлении общей оценки. Мы полагаем, что такая организация процедуры тестирования стимулирует учащегося к самостоятельной работе.

Кроме тестов по каждой теме предусмотрены контрольные упражнения, представляющие собой набор стандартных задач по изучаемой теме. Необходимо отметить следующую специфическую особенность, реализованную в системе, а именно: в то время как тип каждого контрольного упражнения является фиксированным, соответствующие ему числовые данные каждый раз генерируются заново. Приведем пример. Учащемуся предлагается вычислить скалярное произведение векторов $a(x_1, y_1, z_1)$ и $b(x_2, y_2, z_2)$, где координаты векторов сгенерированы случайным образом. Такой подход к формированию контрольных упражнений позволяет составлять для каждого учащегося свой набор заданий. При необходимости существует возможность генерации контрольной работы и её распечатки для последующей работы в аудиторных условиях.

Помимо тестов и контрольных упражнений, система содержит теоретический материал по всем изучаемым темам, сгруппированный по тематическим блокам и оформленный в виде текстовых страниц в pdf-формате. Таким образом, учащийся в случае неверного ответа на какие-либо вопросы из теста или неправильного решения контрольного упражнения имеет возможность обратиться к теоретическому материалу для того, чтобы проверить свои знания и повторить попытку. По нашему мнению, такая возможность помогает в изучении и закреплении материала.

В ходе работы с системой учащийся может непрерывно контролировать свои результаты и видеть их динамику. По завершении работы все текущие результаты сохраняются в журнале, так что при следующем входе в систему учащийся может продолжать работу, улучшая предыдущие результаты или выполняя новые тесты и контрольные упражнения. Кроме того, преподаватель, обладающий правами системного администратора, имеет доступ ко всем записям журнала, что позволяет ему следить за успехами того или иного учащегося.

После создания системы и апробации её на практике перед нами встала задача расширения данной программы. В дальнейшем должна быть реализована возможность использования данного продукта в сети Интранет университета, и при успешной работе, размещение её в сети Интернет для проведения дистанционного обучения студентов университета.

Было принято решение полностью перенести программу на язык PHP. Он позволяет совмещать элементы программирования с обычными HTML страницами. Это даёт возможность не только выдавать учащемуся простой теоретический материал и простой тест, но и вести учёт всех студентов, хранить результаты прошедших тестов, выдавать преподавателю любой перечень оценок студентов по различным предметам и др.

Предполагается создание трёх видов учётных записей в системе:

1. Тип учётной записи «**Студент**». Данный тип задаётся каждому студенту при регистрации. Студент может проходить тест по всем темам, относящимся к тому факультету, где он обучается. Реализована возможность прохождения тестов, предназначенных для другого факультета. Например, если существует курс одного содержания, который преподаётся на различных факультетах, то студент одного факультета может его также пройти. Это позволяет значительно уменьшить работу преподавателю, преподающего на различных факультетах одну дисциплину.
2. Тип учётной записи «**Преподаватель**». Данный тип учётной записи позволяет преподавателю просматривать результаты всех тестовых работ, относящихся к тому факультету, к которому привязан преподаватель. Преподаватель может создавать различные тестовые задания, и внедрять их в систему и дополнять. По аналогии с учётной записью типа «Студент», реализована возможность ведения контроля преподавателем результатов тестирования студентов нескольких факультетов (на тот случай, когда преподаватель преподаёт на нескольких факультетах). Назначать учётные записи с типом «Студент».

3. Тип учётной записи «**Администратор**». Данный тип учётной записи позволяет вести контроль за работой системы в целом, производить её настройку. Он также может просматривать результаты студентов как одного факультета, так и нескольких. Назначать учётные записи с типом «Студент» и «Преподаватель».

Данная система позволит перенести тестирование из бумажного варианта в электронный, упростить ведение контроля преподавателем успеваемости учащихся, провести тестирование с моментальной выдачей результата.

ТЕОРИЯ ИГР КАК МЕТОД МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ В ПЕДАГОГИКЕ

О.М. КИСЕЛЕВА, Н.М. ТИМОФЕЕВА
Смоленский государственный университет, г. Смоленск

Методы математического моделирования заняли свое место в группе методов педагогики не сразу, даже сейчас найдутся ученые, которые с опаской относятся к их применению в образовательном процессе. Поэтому история вопроса находится на стадии формирования.

Хотя *теория игр* – самый молодой из методов математического моделирования, но некоторые ученые считают, что именно этот метод составляет перспективу для применения в области педагогики. Теория игр подробно изложена в работах известных ученых (Дж. Нейман, Р. Льюис, С. Карлин, Дж. Мак-Кинси, Г. Оуэн).

Теория игр впервые была систематически изложена Дж. Нейманом только в 1944 г., хотя отдельные результаты были опубликованы ещё в 1920-е годы. Дж. Нейман написал оригинальную книгу, которая содержала главным образом экономические примеры, поскольку экономическому конфликту легче всего придать численную форму. Во время второй мировой войны и сразу после нее теорией игр серьёзно заинтересовались военные, которые увидели в ней математический аппарат для исследования стратегических решений. Затем главное внимание снова стало уделяться экономическим проблемам. Тем не менее сейчас ведется большая работа, направленная на расширение сферы применения теории игр. Среди социальных наук аппарат теории игр используется главным образом в психологии для анализа торговых сделок и переговоров, а также для изучения принципов формирования коалиций.

Л.Б. Ительсон в своем труде «Математические и кибернетические методы в педагогике» (1964) обосновал критерии и условия применения методов теории игр в педагогике и выделял их как наиболее перспективные. Расширение применения этих методов в обучении он связывал с их соответствующим специальным развитием.

Обратимся к применению теории игр в педагогике. Она дает модели таких ситуаций, в которых каждое выбранное действие может дать в разных случаях разные результаты с известной вероятностью. Здесь мы имеем типичный случай планирования обучения с учетом его познанных закономерностей. Действительно, результаты применения любого учебного метода, средства или приема для разных учащихся всегда будут различны.

Так, например, результаты упражнений, в частности, зависят от продуктивности памяти учащихся, т. е. при использовании одного и того же упражнения учащиеся с лучшей памятью усвоят материал лучше, чем учащиеся с плохой памятью. Однако у определенной категории учащихся однообразные повторения снижают интерес к обучению и ухудшают его результаты. Это значит, что повторения однотипных упражнений нельзя произвольно увеличивать, потому что при этом средние результаты обучения после какого-то предела снова начнут ухудшаться теперь уже за счет снижения интереса и внимания у некоторых учащихся.

Возникает своеобразное противоречие, или, как говорят в теории игр, конфликт. Благодаря одному фактору – накоплению повторений – улучшаются общие результаты обучения, а в связи с другим – снижением интереса – эти результаты ухудшаются.

Педагогу надо найти в этой конфликтной ситуации такую линию поведения, стратегию, которая обеспечит наилучший гарантированный средний результат из всех возможных.

Методы для решения такого рода вопросов и дает теория игр.

Под «игрой» в ней понимается любая конфликтная ситуация, где действуют противоборствующие факторы. Каждая система действий, которую в данной ситуации могут выбрать противоборствующие стороны, истолковывается как стратегия. В результате применения тех или иных стратегий с обеих сторон одна оказывается в «проигрыше», другая — в «выигрыше». Размер того и другого определяется некоторой величиной, которую называют «платежом». Средняя сумма, которая может быть выиграна или проиграна при использовании обоими партнерами наилучших стратегий, называется ценой игры. Так, например, описанную выше ситуацию можно рассматривать как «игровую» модель, представив её следующим образом. Стороны в ней — учитель и ученики. Конфликт разворачивается между теми методами, которые учитель применяет для закрепления знаний, и теми недостатками или чертами учащихся, которые мешают получить этим методом нужные педагогические результаты.

Учитель может использовать для закрепления материала только однотипные виды упражнений. Это будет его возможная *стратегия № 1.* С другой стороны, учитель может применять для закрепления только разнотипные виды упражнений. Это его возможная *стратегия № 2.* Результаты у отдельного ученика при применении учителем каждой из этих возможных методик зависят от категории, к которой данный ученик относится.

Допустим, что для всех учащихся достаточно в среднем 10 упражнений, чтобы полностью усвоить материал данного объема и степени трудности. Если учитель выберет *стратегию № 1*, т. е. проведет закрепление с помощью 10 однотипных упражнений, первая категория учащихся — те, которые склонны к заучиванию через однообразное повторение, — усвоят материал все. Зато вторая категория учащихся — те, которые не терпят однообразия, — усвоят материал только в среднем на 80%.

Таким образом, «выигрыш» учителя, т. е. «платежи», которые он получит с точки зрения поставленной задачи – добиться закрепления материала у всех учащихся,– составят: для первой категории учеников 100%, а для второй – 80%.

Если учитель выберет *стратегию № 2,* т. е. все 10 упражнений сделает разнотипными, то в этом случае, наоборот, он понесет потери в отношении первой категории учащихся. Эти учащиеся при частой смене формы упражнения или изменении его характера сразу теряются, не могут перестроить своих действий. Поэтому применение такой методики приводит к следующим результатам: для первой категории учеников – 50%, а для второй — 100%.

Объединим результаты обеих стратегий в форме следующей таблицы, которую называют «платежной матрицей».

«Платежная матрица» Таблица

Ученики / Учитель	*Стратегия № 1*	*Стратегия № 2*
Стратегия № 1	100	80
Стратегия № 2	50	100

Эта матрица описывает тот конфликт, перед которым в рассматриваемой ситуации стоит учитель при планировании обучения из-за определенных различий в индивидуальных особенностях учащихся.

Теперь попытаемся найти такое сочетание методик *№ 1* и *№ 2*, которое гарантировало бы учителю достаточно хорошие результаты в любых классах, т.е. при любых соотношениях числа учащихся первого и второго типа. Мы помним, что свойства учащихся каждой категории формально рассматривались как стратегия их поведения по отношению к упражнениям. Отсюда, если в классе есть 10 учащихся первой категории, это можно формально рассматривать так, как будто учитель, применяя свою методику, 10 раз встречает со стороны учеников в ответ *стратегию № 1*. Тогда разные пропорции учащихся первой и второй категорий можно рассматривать как смешанные стратегии, в которых встречаются разные сочетания стратегий учащихся *№ 1* и *№ 2*.

Общая задача при таком подходе формулируется следующим образом: найти для учителя такую оптимальную смешанную стратегию, которая гарантировала бы наилучший результат, возможный при любых ответных смешанных стратегиях учащихся.

Так, рассматриваемая нами ситуация отличается следующими чертами:

а) каждая сторона имеет по две стратегии;

б) проигрыш одной стороны равен выигрышу второй, т.е. сумма проигрышей и выигрышей равна нулю. Такие ситуации называются «играми с нулевой суммой типа 2х2». Для нахождения в них оптимальной смешанной стратегии теория игр дает следующие правила:

1. Вычесть числа первого столбца матрицы из чисел второго столбца.

2. Записать отношение полученных абсолютных разностей в обратном порядке.

Полученное отношение будет определять отношение частоты применения методик *№ 1* и *№ 2* при оптимальной смешанной стратегии. Проделаем это: 100—80 = |20|; 50—100 = |50|; 50:20 = 5 : 2.

Это и есть соотношение, в котором надо применять *стратегии № 1* и *№ 2*, чтобы получить оптимальный результат при любом составе класса с рассматриваемой точки зрения. Практически это означает, что надо дать два различных типа упражнений, повторив каждый по 5 раз.

Методы, разработанные теорией игр, дают правила для решения такого рода задач в различных типах ситуаций. Материалы по данной теме можно найти в работах Л.Б. Ительсона и др.

Современная теория игр позволяет получать оптимальные решения для сложных ситуаций, в которых имеется не две, а множество, и даже бесчисленное количество, стратегий. Включает она и игры с несколькими участниками, а также с ненулевой суммой. Правда, последние изучены еще довольно слабо. Все это создает возможность для моделирования многих довольно сложных педагогических ситуаций.

Вместе с тем следует четко очертить границы применимости методов теории игр. Они состоятельны в тех ситуациях, где можно заранее перечислить все возможные выборы и последствия каждого из них. Далее, обязательно, чтобы «платеж», связанный с каждым исходом, мог быть определен количественно. Наконец, разумеется, необходимо, чтобы имелся сам конфликт, т. е. чтобы действия, добавляющие что-то одной стороне, отнимали что-то у другой (в нашем случае можно формально представить себе дело так, что учитель, выигрывая, «отнимает» у учащихся какое-то количество незнания). Правда, более широкая теория игр включает также игры со сговором, кооперацией и предварительным соглашением участников. В этом плане некоторые ситуации обучения и воспитания можно описать как кооперативную игру, в которой ученики заключают с учителем соглашение об оптимальной стратегии совместной «игры» против природы, незнания, трудностей учебного материала, своих недостатков и т. д. Однако, как мы уже говорили, теория таких игр еще очень мало разработана.

Литература

1. Морз, Ф. Методы исследования операций / Ф. Морз, Д. Кимбелл. – М.: Сов. радио, 1956. – 437 с.
2. Ительсон, Л.Б. Математические и кибернетические методы в педагогике / Л. Б. Ительсон. - М.: Просвещение, 1964. – 248 с.
3. Киселева, О.М. Применение методов математического моделирования в обучении: дис. … канд. пед. наук / О.М. Киселева. – Смоленск, 2007. – 221 с.

ПРИМЕНЕНИЕ СИСТЕМЫ АВТОМАТИЗИРОВАННОГО ПРОЕКТИРОВАНИЯ В УЧЕБНОМ ПРОЦЕССЕ

О.М. КИСЕЛЕВА, И.А. ШИРЯЕВА

Смоленский государственный университет, г. Смоленск

Изменившиеся социально-экономические условия развития общества предполагают повышение гибкости системы образования, создание вариативности в образовательных системах, более полный учет индивидуальных запросов и личных возможностей обучаемых. В современных условиях развития педагогики учитель должен ориентироваться в существующих методах и средствах обучения, а также уметь грамотно применять их в своей профессиональной деятельности.

В настоящее время все чаще в помощь педагогу создаются системы автоматизированного проектирования работы учителя, которые требуют предварительной формализации содержания той предметной области, в которой они должны функционировать.

Результатами исследований, связанных с автоматизацией работы учителя, проводимых научной школой Смоленского государственного университета, являются работы педагогов Д.А. Бояринова, И.С. Галченковой А.В. Дюндина, Е.П. Емельченкова, О.М. Киселевой, С.В. Козлова, Н.Н. Савченковой, Г.Е. Сенькиной, Н.М. Тимофеевой, Е.В. Чепиковой и др.

Так, например, в рамках графового моделирования (Д.А. Бояринов) создан комплекс личностно ориентированных программ в составе «Автоматизированной системы обучения «Задачник» и «Автоматизированной системы методической поддержки работы учителя» [1]. Специфика использования математического аппарата для педагогического проектирования индивидуальных тестов личностно ориентированной обучающей системы, элементы технологии индивидуального тестирования определены С.В. Козловым [5] и реализованы в виде обучающей программы

«Система индивидуального тестирования «Комплекс измерения обученности»»».

В работе Е.В. Чепиковой [8] наглядно показан принцип построения векторной модели интерпретации результатов диагностики в предпрофильной подготовке.

В рамках использования алгебры многомерных матриц Н.М. Тимофеевой [7] разработана алгебраическая модель учебных словарей по педагогическим дисциплинам. Н.Н. Савченкова [6] рассматривала проблему разработки новых и анализа существующих учебных стандартов и планов. И.С. Галченкова [2], рассмотрев математическую модель процесса обучения как задачи динамического программирования, решила эту задачу с использованием алгебры многомерных матриц.

Рассмотрим возможность использования системы автоматизированного проектирования «Траектория обучения» (авторы: Г.Е. Сенькина, Е.П. Емельченков, О.М. Киселева и др.[4]) на примере изучения темы «Технология обработки текстовой информации» учащимся 11 класса Александром Б., в рамках курса информатики в средней общеобразовательной школе № 37 г. Смоленска.

Предложенный раздел был разбит на составляющие темы (в соответствии с учебным планом):

1. Текстовые редакторы и текстовые процессоры: назначение и возможности.
2. Создание, редактирование текстового документа.
3. Форматирование документа. Свойства страницы, абзаца, символа и их изменение.
4. Таблицы и списки. Вставка и форматирование объектов.
5. Основы компьютерного делопроизводства.
6. Проверочная работа.

По окончании изучения темы она должна перейти в *знание* учащихся класса.

Однако для эффективного усвоения материала учеником недостаточно лишь продумать последовательность изучения тем, т.е. последовательность приобретения знаний. Необходимо четко представлять взаимосвязь между ними. Таким образом, следующим этапом работы становится определение влияния изучения одной темы на успешность изучения другой. В итоге имеем:

- тема 1 влияет на темы 2, 3, 4;
- темы 2, 3, 4 влияют на тему 5;
- тема 5 влияет на тему 6.

Система автоматизированного проектирования «Траектория обучения» позволяет наглядно представить знания и влияния в виде ориентированного графа.

Так, до изучения материала группой учащихся (классом) вершины графа окрашены красным цветом, как показано на рисунке 1. По мере приобретения знаний всем классом, соответствующие вершины представляются зеленым цветом, а знания, которые еще предстоит приобрести всему классу, – желтым, как представлено на рисунке 2 (красная вершина означает, что Александру Б. необходимо усвоить тему №5 для того, чтобы выравнить свои знания с уровнем знаний остальных учеников класса).

- желтый, - зеленый, - красный.

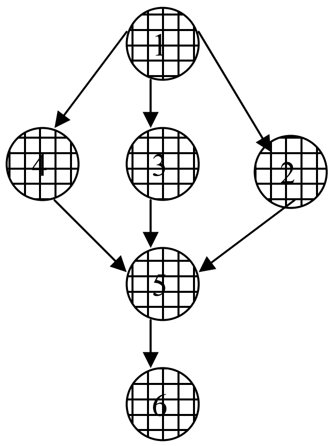


Рис.1. Вид графа до приобретения знаний учащимся

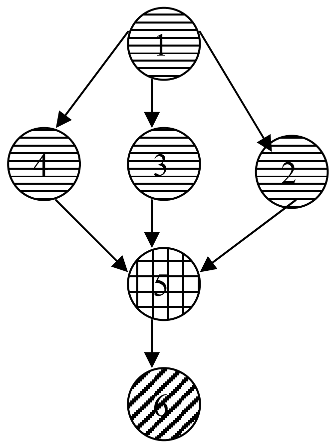


Рис.2. Вид графа в процессе изучения раздела

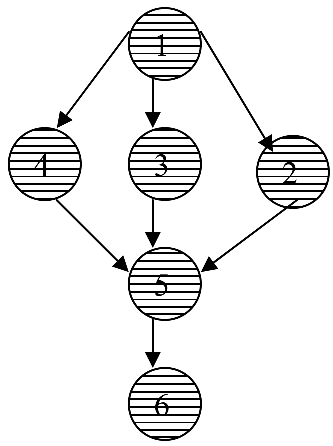


Рис.3. Вид графа по окончании изучения раздела

Таким образом, система автоматизированного проектирования «Траектория обучения» представляет собой личностно ориентированную обучающую программу, позволяющую производить построение модели знаний учеников группы, траектории индивидуального выравнивания знаний каждого ученика относительно знаний группы, а также траектории обучения всей группы, что облегчает работу преподавателей по подготовке к занятиям.

Полученные результаты являются подтверждением необходимости дальнейших разработок в области систем автоматизированного проектирования.

Литература

1. Бояринов, Д.А. Проектирование личностно ориентированной обучающей системы: дис. … канд. пед. наук / Д.А. Бояринов. – Смоленск, 2004. – 235 с.

2. Галченкова, И.С. Адаптация учащихся и студентов к использованию информационных технологий в дистанционном образовании: дис. … канд. пед. наук / И.С. Галченкова. – Смоленск, 2004. – 191 с.
3. Емельченков, Е.П. Математические модели в педагогических исследованиях / Е.П. Емельченков // Методология и методика информатизации образования: концепции, программы, технологии 17-19 октября 2005 г. – Смоленск: СГПУ, 2005. – Вып. 1.
4. Киселева, О.М. Применение методов математического моделирования в обучении: дис. … канд. пед. наук / О.М. Киселева. – Смоленск, 2007. – 221 с.
5. Козлов, С.В. Педагогическое проектирование индивидуального тестирования личностно-ориентированной обучающей системы: дис. … канд. пед. наук / С.В. Козлов. – Смоленск, 2006. – 204 с.
6. Савченкова, Н.Н. Об автоматизации работы с учебными программами / Н.Н. Савченкова // Методология и методика информатизации образования: концепции, программы, технологии 17-19 октября 2005 г. – Смоленск: СГПУ, 2005.
7. Тимофеева, Н.М. Проектирование учебных словарей по педагогическим дисциплинам: дис. … канд. пед. наук / Н.М. Тимофеева. – Смоленск, 2004. – 215 с.
8. Чепикова, Е.В. Векторная модель интеграции результатов диагностики в предпрофильной подготовке / Е.В. Чепикова // Системы компьютерной математики и их приложения: материалы междун. конференции. – Смоленск: Изд-во СмолГУ. – 2007. – С. 277–279.

ОСОБЕННОСТИ ПРИМЕНЕНИЯ СИСТЕМЫ ИНДИВИДУАЛЬНОГО ТЕСТИРОВАНИЯ «КОМПЛЕКС ИЗМЕРЕНИЯ ОБУЧЕННОСТИ» В ШКОЛЬНОМ КУРСЕ ИНФОРМАТИКИ

С.В. КОЗЛОВ
Смоленский государственный университет, г. Смоленск

Педагогические тесты открывают перспективные направления повышения качества обучения, в том числе и информатики, путем совершенствования системы контроля и усиления мотивации обучающихся. Индивидуальные тесты можно использовать для входного, текущего и итогового контроля при оценке результатов осуществленного учебного процесса [1]. Особую роль на уроках информатики они приобретают при формирующем тестировании в целях диагностики и коррекции знаний при построении индивидуальной траектории обучения ученика с учетом его образовательного запроса.

Реализация идей технологии индивидуального тестирования в рамках обучающих систем предполагает создание однозначных, определенных алгоритмов, задающих функционирование таких систем. В свою очередь, создание таких алгоритмов необходимым условием имеет формализацию содержания той предметной области, в которой должна функционировать такая система, в данном случае – предметной области информатики.

Осуществление подобных алгоритмов требует обработки весьма больших массивов информации. Учителю обработать подобные объёмы информации достаточно сложно. Поэтому возникает вопрос об использовании компьютерной техники, средств автоматизации в процессе функционирования таких систем. Применение системы индивидуального тестирования «Комплекс измерения обученности» (Advanced Tester) в качестве компьютерного средства обработки информации позволяет представить содержание предметной области в форме, допускающей такое использование [2].

Использование системы индивидуального тестирования «Комплекс измерения обученности» для определения стратегии обучения школьника при изучении школьного курса информатики имеет ряд особенностей специфического характера. Они обусловлены отличительными признаками обучения информатике, в том числе тесной межпредметной связью учебной дисциплины с другими областями знаний.

Изучение предмета «Информатика» носит в большей степени прикладной характер. В связи с этим при конструировании графа знаний теоретического материала его элементы приобретают четко выраженную алгоритмическую окраску. Например, при изложении темы «Табличные вычисления на компьютере» описание действий с электронными таблицами подразумевает различные последовательности предписаний: организацию табличных расчетов или структурное форматирование имеющихся данных. При изучении данной темы лишь один параграф «Что такое электронная таблица» в учебнике И.Г. Семакина [3] посвящен преобладающей информации теоретического характера, в котором излагаются основные понятия при работе с таблицами. В остальных параграфах превалирует материал практического содержания:

- правила заполнения таблицы (правила записи чисел, формул, подготовка таблицы к расчетам);
- работа с диапазонами и относительная адресация (функции обработки диапазона, сортировка таблицы);
- деловая графика и условная функция (построение диаграмм, использование функции «Если» в табличных расчетах);
- логические функции и абсолютные адреса (запись и выполнение логических функций, функция времени);
- электронные таблицы и математическое моделирование (задачи на вычислительный эксперимент);

- имитационные модели в электронных таблицах (задачи имитационного моделирования эволюции популяций).

Практическое содержание материала данной темы предполагает при решении задач в качестве ее алгоритма определенную последовательность действий для достижения поставленной цели. В то же время в табличных редакторах, например в редакторе MS Excel, этапы решения задачи допускают изменение их последовательности. Помимо этого, одни и те же действия можно выполнить несколькими способами. Как правило, редактор позволяет выполнять операции через меню, панель инструментов и горячие клавиши. К тому же внешний вид промежуточных данных и конечного результата может также не совпадать.

Все эти и некоторые другие факторы обуславливают специфику создания тестовых заданий по изучаемой теме. С одной стороны, казалось бы, они делают достаточно сложной проверку знаний учащихся в тестовой форме и, несомненно, увеличивают время и трудоемкость создания тестов. Однако, с другой стороны, необходимо понимать, что система индивидуального тестирования «Комплекс измерения обученности» оперирует понятием индивидуального педагогического теста. В связи с этим недостатки диагностики и проверки знаний с использованием других методик тестирования по данной изучаемой и другим аналогичным темам становятся в рамках данной технологии ее преимуществами. Выбор и создание из имеющегося набора тестовых заданий индивидуальных тестов для ученика подразумевает учет его специфических характеристик, что отражается на способе его действий при решении поставленной задачи. Восприятие в этом случае будет обуславливать выбор формы представления конечного результата. Таким образом, создание индивидуальной траектории обучения будет соответствовать принципам, заложенным при проектировании «Комплекса измерения обученности», и приводить, в свою очередь, к достижению целей обучения в соответствии с образовательным запросом ученика, показывая эффективность предлагаемой технологии.

В то же время из вышеперечисленных тем раздела «Табличные вычисления на компьютере» можно сделать вывод об их весомой математической составляющей при решении задач в электронных редакторах. Связь материала при изучении информатики и математики дает возможность выявить уровень подготовки учащихся в смежной межпредметной области знаний. Данный фактор позволяет говорить о действительном уровне знаний по изучаемому предмету, а также выявлять и корректировать ошибки учеников по смежным учебным дисциплинам.

Вообще говоря, задачи как данной рассматриваемой темы (например, задачи математического и имитационного моделирования), так и других разделов информатики, оперируют знаниями большинства дисциплин, изучаемых в школе. Ввиду этого можно говорить, что применение системы индивидуального тестирования «Комплекс измерения обученности», обеспечивает реализацию межпредметных связей. Это делает образовательный процесс целостным, осуществляя постоянную взаимосвязь знаний, умений и навыков, которые получены учащимися на разных этапах обучения в различных циклах учебных дисциплин.

Экспериментальные исследования при апробации индивидуального тестирования в личностно ориентированной обучающей системе доказывают эффективность использования «Комплекса измерения обученности». Так, более 70% учащихся усваивают базовый материал на высоком уровне знаний («хорошо» и «отлично») в более короткие сроки. Полученные данные подтверждают высокий темп изучения темы «Табличные вычисления на компьютере» и других тем, сходных по получаемым умениям и навыкам работы в различных офисных приложениях. Это позволяет сократить время, отведенное на работу с основным материалом, и разбирать более углубленно заявленные и дополнительные темы курса «Информатика», тем самым, отвечая на индивидуальные запросы учащихся. При работе с автоматизированной обучающей системой «Комплекс измерения обученности» данная программа позволяет учителю выявлять ошибки и недочеты, связанные не только с предметной областью информатики, но и в других учебных дисциплинах. Причем, как правило, это оставшиеся 30% учащихся, которые не могут усвоить материал по информатике в большинстве своем из-за пробелов в знаниях по математике, составляющей межпредметную область с информатикой.

Особенности применения системы индивидуального тестирования «Комплекс измерения обученности» в школьном курсе информатики в силу специфики математических и педагогических критериев разработки данной программы, заложенных в ее основу, позволяют строить обучение на качественно ином уровне. Результаты построения индивидуальных траекторий обучения для достижения образовательных запросов учащихся в рамках технологии индивидуального тестирования подтверждают эффективность разработанной системы. Полученные данные свидетельствуют, что разработанная система также может использоваться и при изучении других учебных дисциплин.

Литература

1. Козлов, С.В. Педагогическое проектирование индивидуального тестирования в личностно ориентированной обучающей системе: дис. … канд. пед. наук / С.В. Козлов. – Смоленск, 2006. – 204 с.
2. Козлов, С.В. Система индивидуального тестирования «Комплекс измерения обученности» / С.В. Козлов // Системы компьютерной математики и их приложения: материалы международной конференции. – Смоленск: Изд-во СмолГУ, 2007. – С. 223-225.

3. Информатика и ИКТ. Базовый курс: учебник для 9 класса / И.Г. Семакин [и др.] – М.: БИНОМ, Лаборатория знаний, 2006. – 359 с.

СТАНОВЛЕНИЕ ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКОГО ФАКУЛЬТЕТА СМОЛЕНСКОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО УНИВЕРСИТЕТА (1918-1938 гг.)

О.Н. КУПРИКОВА
Смоленский государственный университет, г. Смоленск
onkuprikova@mail.ru

История физико-математического факультета СмолГУ связана не только с историей вуза, но и с историей всей страны, отражает её основные вехи, трагические события и радостные моменты.

В 1917 году Смоленский учительский институт, открытый в 1912 году, был реформирован: вместо учебного заведения, воспитанники которого могли преподавать все дисциплины в высших начальных училищах, была введена специализация. В институте были организованы три отделения: физико-математическое, естественно-географическое и словесно-историческое. Курс обучения, как и в учительском институте, остался трехлетним.

Осенью 1918 года учительские институты были преобразованы в педагогические, которым были присвоены статус и права высших учебных заведений. Курс обучения увеличился до четырех лет, учебные планы и программы радикально изменились. В соответствии с этим на физико-математическом отделении, несколько позже преобразованном в факультет, организуются три кафедры: математики, астрономии и физики. Во главе кафедры математики вначале стоял профессор С.В. Воронин, а кафедрами астрономии и физики одновременно руководил профессор Б.В. Базилевский.

В 1918 году факультет состоял из двух младших курсов: второй курс из студентов физико-математического отделения учительского института, а первый был набран вновь, в соответствии с постановлением правительства, широко открывавшим двери высших учебных заведений для всех желающих учиться, без ограничения возраста и пола.

Желающих учиться было много. Наряду с семнадцатилетним юношей и девушкой можно было видеть в качестве студента убеленного сединой старика, рядом с отцом сидел его сын. Основной контингент студентов составляли учителя, для которых двери высшей дореволюционной школы были фактически закрыты. Несмотря на огромное стремление к науке, систематическое посещение лекций, их проработка и подготовка зачетов представляли чрезвычайно трудную задачу. Без всякой стипендии, без общежития студенты принуждены были служить, а иногда в двух-трех местах. Суровые годы гражданской войны, фронт, мобилизация – все это, взятое вместе, отрывало студенчество от занятий, заставляло редеть их кадры. Из двух первых курсов, организованных в 1918 году, окончили институт в 1922 году всего 4 человека. К условиям работы нужно добавить почти полное отсутствие литературы, отсутствие света, нетопленные аудитории в институте, когда профессорско-преподавательскому составу приходилось читать лекции в валенках, шапках и перчатках.

Из учебно-вспомогательных учреждений на факультете имелся только физический кабинет, да и тот в зачаточном состоянии. Он получил небольшое наследство от учительского института, имел небольшую библиотечку, незначительное количество приборов, достаточных, чтобы иллюстрировать преподавание физики в средней школе, и совершенно не удовлетворявших самым элементарным требованиям для нормальной постановки курса физики в высшей школе. Лабораторные занятия отсутствовали: не было ни места (кабинет помещался в одной комнате на 4-м этаже), ни аппаратуры и оборудования. Только к концу учебного года удалось подготовить несколько простых работ, преимущественно по механике и молекулярной физике.

Изначально кафедры были чрезвычайно малочисленны. К началу 1919-1920 учебного года кафедра математики насчитывала в своем составе трех лиц, в числе которых был профессор П.С. Александров.

Изменив только свое название, но без всякой ломки сложившейся к тому времени структуры 1 января 1922 года Смоленский педагогический институт входит в состав Смоленского государственного университета в качестве педагогического факультета, а бывшие факультеты переименовываются в отделения.

Осенью 1925 года Государственным ученым советом был утвержден учебный план для педагогического факультета, а физико-математическое отделение переименовано в физико-техническое. В состав последнего входили: 1) математическая предметная комиссия с кафедрами математики, механики и методики математики; 2) физико-химическая предметная комиссия с кафедрами физики и методики физики, астрономии и геодезии, химии и методики химии. К этому времени был организован математический кабинет, содержащий преимущественно учебную литературу по математике, механике и методике математики. Кабинет помещался в одной небольшой полутемной комнате; он служил скорее хранилищем для книг и небольшого количества методических пособий, но никак не в качестве кабинета, пригодного для работы и занятий студентов. В этом же году была закончена организации астрономической лаборатории и метеорологической станции при ней, а потом последовали и практические занятия по этим дисциплинам.

Весной 1930 года из состава Смоленского университета были организованы два самостоятельных учебных заведения: педагогический и медицинский институты. Отделения педагогического института вновь переименовались в факультеты.

В 1935 году физико-математический факультет пережил свою последнюю реформу: была введена, начиная с 3-го курса, специализация по физике и математике, тогда как до того времени студенты получали подготовку преимущественно по математике.

Приемы на факультет растут из года в год. Так, в 1936–1937 учебном году он уже достигает 102 человек.

За первые двадцать лет существования вуза очень сильно изменились условия работы в институте; само студенчество также претерпело заметные изменения. Учащиеся, за небольшим исключением, получали стипендию в размере от 120 до 300 рублей, в зависимости от курса; все нуждающиеся имели общежитие. Не было ни одного случая, чтобы студент оставил институт только из-за этих двух причин. В институт стала поступать преимущественно молодежь в возрасте от 18 до 20 лет. Редко можно было встретить лицо, прошедшее практическую житейскую школу.

В 1938-1939 учебном году студенческий состав физико-математического факультета следующий: 1 курс – 96 человек, 2 курс – 71, 3 курс – 86, 4 курс – 56 человек.

В итоге за первые двадцать лет своего существования факультет дал стране около 500 преподавателей средней школы и ряд научных работников, некоторые из которых остались работать в Смоленском Педагогическом институте или других высших учебных заведениях или научно-исследовательских институтах.

Необходимо вспомнить и преподавателей, стоявших у истоков создания физико-математического факультета. Начиная с 1920 года, в составе кафедры работал Павел Сергеевич Александров – ученый с мировым именем в области математики, профессор МГУ, член-корреспондент Академии наук СССР. Он оказывал большое влияние на направление работы кафедры математики. По его мнению, преподаватели кафедры имели все возможности для создания хороших учебных книг по математике для студентов и учащихся средних школ. В связи с этим период с 1920 по 1936 годы является для кафедры временем создания литографических курсов по математике и ряда статей по вопросам постановки дела преподавания. Были изданы пособия по аналитической геометрии, введению в анализ и дифференциальному исчислению, интегральному исчислению, теории вероятностей, записки по курсу элементарной математики, был составлен задачник по интегрированию дифференциальных уравнений и некоторые другие. Приведем названия и авторов таких литографических изданий: И.И. Соловьев «Конспект лекций по аналитической геометрии» (1922), «Курс аналитической геометрии» (1927), «Пространственные формы» (1928), «Теория вероятностей» (1928); П.С. Александров «Высшая алгебра» (1929); А.А.

Ребиков «Интегральное исчисление» (1927), «Упражнения по интегральному исчислению (с решениями и методическими указаниями)» (1927), «Дифференциальные уравнения» (1930); Н.А. Розенберг «Математический анализ» (1927), «Введение в высшую математику» (1927); Н.Н. Иовлев «Элементы векторного анализа» (1928), «Теоретическая механика в векторном исчислении» (1928); Н.Я. Шепетов «Энциклопедия математики. Эволюция понятия о числе» (1929); К.А. Чернус «Прямолинейная тригонометрия» (1929).

Помимо литографических изданий выпускались также и печатные работы: Н.Н. Иовлев «Введение в элементарную геометрию и тригонометрию Лобачевского» (1930), «Векторы в проективном пространстве и их приложение к обоснованию геометрии Лобачевского» (1929), «Кинематика в векторном изложении» (1929); С.В. Воронин «Изучение дробей в школе I ступени» (1927), «Развитие техники вычислений в школе I ступени» (1928), «К вопросу о преподавании отрицательных чисел» (1929), «О преподавании геометрии в трудовой школе по данным четырехлетнего опыта» (1932), «Алгебраические ошибки учащихся в 7-летней трудовой школе» (1932); В.И. Шнейдмюллер «О кольцах с конечными цепями подколец» (1935).

Кроме выпуска литографированных курсов, которые помогли изжить нужды в учебной книге, кафедрой была организована целая серия публичных докладов и научно-популярных лекций для самой широкой аудитории на различные темы и по разнообразным вопросам: несколько лекций было прочитано по теории относительности Эйнштейна, которая тогда возбуждала к себе особый интерес; профессор Александров сделал ряд сообщений по топологии, в области которой он много работал; он же прочел цикл публичных лекций на тему «Музыка и математика», вызвавших огромный интерес в широких кругах.

Специально для учителей лекции читались в Доме работников просвещения, там же был проведен ряд бесед и докладов по вопросам методического характера.

В первые годы существования института на кафедру математики были привлечены выдающиеся местные педагоги, из которых в качестве доцента работал И.И. Соловьев. В 1933-1934 учебном году на кафедру математики были приняты молодые научные работники В.И. Шнейдмюллер, и Б.И. Аргунов.

Многие преподаватели, так как это было принято в то время, преподавали в разных учебных заведениях. Выдающийся математик, доктор физико-математических наук, профессор В.А. Ефремович, в 1930–1937 годах работая в Московском высшем техническом училище, одновременно по совместительству был профессором Смоленского педагогического института, а в 1934–1937 годах заведовал кафедрой математики. Работая в нашем институте, Ефремович работал над темами

«Аксиоматика топологии равномерной непрерывности», «Топологическая классификация проективных отображений». Кроме этого профессор Ефремович руководил научным семинаром работников кафедры математики, посвященным теме «Евклидова и проективная геометрия n-мерного пространства». Активными участниками этого кружка были И.И. Соловьев, В.И. Шнейдмюллер и Б.И. Аргунов.

В конце апреля 1937 года заведующий кафедрой, профессор В.А. Ефремович был арестован органами НКВД. В сталинских лагерях и тюрьмах Ефремовичу пришлось провести семь лет своей жизни. В дальнейшем кафедрой руководил доцент И.И. Соловьев.

Профессор П.С. Александров, работая на кафедре математики, вел научную работу по линии Московского научно-исследовательского института математики при МГУ и занимался «Теорией дискретный пространств (абсолютная топология)» и «Теорией открытых отображений (топология непрерывных отображений)».

В 1926 году был организован студенческий математический кружок. В заседаниях кружка принимали участие преподаватели кафедры математики и студенты. Например, в 1936-1937 учебном году были прочитаны следующие доклады и сообщения: «Трансцендентность числа e», «О бесконечных произведениях», «Задачи о 5-ти и 4-х красках», «Определение тригонометрических функций и вывод основных формул», «О группах», «О многолепестковых розах», «О задачах на бассейны», «О приближенных вычислениях интегралов», «О логарифмической линейке». В 1937-1938 учебном году доцентом В.И. Шнейдмюллером проводился факультативный курс «Теория функций действительного переменного», а на студенческом научном кружке сделаны следующие доклады «Непрерывная функция, не имеющая производной», «Достижения и успехи советских математиков в области теории чисел», «Тригонометрия без учения о подобии», «Что такое топология», «Порядок соприкосновения кривых», «Кривые постоянной величины».

Выпускником Смоленского педагогического института тех лет был известный математик-алгебраист, доктор физико-математических наук, профессор Александр Геннадьевич Курош. С 1930 года он работал в МГУ, руководил московской алгебраической школой.

В итоге за первые двадцать лет своего существования факультет дал стране около 500 преподавателей средней школы и ряд научных работников. Некоторые из них остались работать в Смоленском педагогическом институте или других высших учебных заведениях, научно-исследовательских институтах.

Литература

1. ГАСО. Ф.45. Оп. 5. Д. 23.
2. ГАСО. Ф.45. Оп. 5. Д. 31.

3. ГАСО. Ф.45. Оп. 5. Д. 40.
4. ГАСО. Ф.45. Оп. 5. Д. 56.
5. ГАСО. Ф.45. Оп. 5. Д. 68.
6. ГАСО. Ф.45. Оп. 5. Д. 77.
7. ГАСО. Ф.45. Оп. 5. Д. 99.
8. Смоленская область. Энциклопедия. – Смоленск: СГПУ, 2001. – Т. 1. – 303 с.

О ПРИМЕНЕНИИ СИСТЕМ КОМПЬЮТЕРНОЙ МАТЕМАТИКИ В ШКОЛЬНОМ ОБРАЗОВАНИИ

Е.А. КУРИЛИНА
Смоленский государственный университет, г. Смоленск

Современное общество предъявляет все более высокие требования к человеку, к его образованию и уровню развития. В последние годы возрастает уровень математического образования, а необходимым требованием для устройства на работу являются знания в области информатики.

Информатика занимает особое место среди учебных дисциплин. Как учебный предмет она имеет большие возможности для формирования познавательного интереса учащихся. Наличие познавательных интересов у школьников способствует росту их активности на уроках, повышению качества знаний, формированию положительных мотивов учения, активной жизненной позиции, что в совокупности вызывает повышение эффективности процесса обучения. Для стимулирования познавательной активности учащихся преподавателю следует использовать в обучении различные педагогические методы и формы проведения занятий.

Появление в школе профильных классов является одной из возможностей дополнительного изучения информатики, при этом главной задачей учителя-педагога становится рассмотреть каждого ученика с точки зрения наличия у него способностей, важных для успеха в той или иной области. Это позволяет выявить у учащихся их наклонности и профессиональную направленность, а также помочь ученику с выбором профиля обучения. Основной целью предпрофильной подготовки является формирование у учащихся способности сделать осознанный выбор дальнейшего направления деятельности. Если в дальнейшем ученики хотят заниматься точными науками, проявляют интерес к сложным математическим пакетам, то в этом случае большая работа ложится и на плечи педагогов. Специфика предмета «Информатика» заключается в том, что учитель сам должен в совершенстве владеть современными информационными технологиями для того, чтобы в совершенстве работать с компьютером, а также владеть педагогическими технологиями, чтобы уметь передавать свои знания и научить школьника тому, что знает и умеет сам.

Одной из составляющих предпрофильной подготовки в основной школе являются факультативы и курсы по выбору. Курсы по выбору отличает от факультативных занятий их целевая установка - они должны способствовать самостоятельному выбору учащимся профиля обучения в старших классах, создавая для этого необходимые условия. Факультативные курсы направлены на углубление и расширение знаний учащихся по предмету. В математическом образовании проводится постоянная работа по формированию и использованию познавательного интереса как сильного мотива учения. Как показывают исследования, особенно высоким потенциалом развития познавательного интереса подростков обладает их внеучебная деятельность, в которой они находят возможности для личностного самовыражения и самоутверждения, что подталкивает учеников к посещению факультативных занятий, где идет изучение новых, более сложных тем и подготовка к поступлению в высшие учебные заведения.

Появление в школах современных ПК делает возможным изучение в рамках факультатива систем компьютерной математики (СКМ). Применение СКМ является не только полезным, но и необходимым моментом в обучении. Работать с современными математическими системами просто, приятно и поучительно. Благодаря этому изучение систем компьютерной математики воспринимается учащимися с большим интересом, что служит побудительным мотивом к его внедрению в систему образования, причем не только высшего, но и среднего и даже начального.

Системы компьютерной математики занимают особое место в науке и образовании. Они относятся к самым серьезным продуктам, имеющим современный пользовательский интерфейс и уже превратились в мощные средства визуализации решения задач во многих научных и технических направлениях. Средства компьютерной математики становятся полезным инструментарием для подготовки электронных уроков и книг практически по любым дисциплинам. Они автоматизируют наиболее распространенные аналитические вычисления, например, упрощение сложных математических формул, осуществление подстановок, вычисление пределов, производных и первообразных функций, разложение в ряды Тейлора и Фурье, вычисление корней многочленов с буквенными коэффициентами, решение систем дифференциальных, алгебраических и других уравнений и т.д. В настоящее время рядом крупных фирм (MathWorks, MathSoft, MapleSoft, SoftWarehouse и др.) создана целая серия компьютерных математических систем, начиная от малых систем, для школьного образования Derive и MuPAD, универсальных систем «для всех» класса MathCAD и заканчивая гигантами компьютерной алгебры – системами Mathematica и Maple.

Таким образом, введение в школе профильного обучения дает возможность к расширению курса информатики и включения в него СКМ, что способствует большому развитию познавательно интереса.

Литература

1. Дьяконов, В.П. Компьютерная математика. Теория и практика / В.П. Дьяконов. – М.: Нолидж, 2001.
2. Лапчик, М. П. Методика преподавания информатики. / М.П. Лапчик, И.Г. Семакин. – М.: ACADEMIA, 2006.

ОЦЕНОЧНЫЕ ОБРАЗЫ В ПАРЕМИЯХ АНГЛИЙСКОГО ЯЗЫКА

А.И. ЛЫЗЛОВ

Смоленский государственный университет, г. Смоленск

e-mail:aleksej-lyzlov@ya.ru

Многие английские паремии характеризуются образной семантикой.

Образ является основным средством художественного обобщения действительности, знаком объективного коррелята человеческих переживаний и особой формой общественного сознания. В широком смысле термин «образ» означает отражение внешнего мира в сознании (Арнольд И.В. 2006: 113).

Понятие образа связано с метафорическими представлениями. По словам Дж. Лакоффа, «мышление является образным в том смысле, что те понятия, которые не основываются непосредственно из опыта, используют метафору, метонимию, ментальные образы - все это выходит за пределы буквального отражения или репрезентации внешней реальности … именно способность воображения позволяет нам мыслить «абстрактно» и выводить разум за пределы того, что мы можем увидеть и почувствовать» (Лакофф Дж. 2004: 13).

В трудах ряда отечественных авторов прослеживается тенденция рассматривать метафорические единицы в свете их способности выражать оценочные значения (Вольф Е.М. 1986: 65; Банина Е.Н. 2001: 43; Арутюнова Н.Д. 1998: 314 и др.). Оценочная метафора способна выражать всю гамму аксиологических состояний: положительную (мелиоративную), нейтральную и отрицательную (пейоративную) оценочность различной емкости и в различных сочетаниях. Образ как семантическое понятие подразумевает ценностный аспект значения языковых выражений.

Исследование оценочных паремий с образной семантикой позволило выделить **502** единицы, в которых выражены наиболее часто встречающиеся образы. Данные образы, рассмотренные в рамах метафорической модели, приставляют собой объект метафорического переноса.

Описываемые паремии были разделены на два массива, исходя из их образной семантики: сферу человека и сферу природы. Была проведена дальнейшая классификация. Образы сферы человека распределялись по следующим тематическим группам (ТГ): «события и факты», «профессии и социальный статус человека», «имена», «артефакты», «тело человека», «абстрактные понятия». Образы сферы природы: «животные», «явления природы», «материалы», «растения».

Целью данного исследования было определение соотношения положительных и отрицательных значений паремий в рамках выделенных тематических групп. Определение корреляционной зависимости между положительной и отрицательной оценкой в паремиях.

Приведем несколько примеров паремий с тематикой сферы человека.

Тело человека. Единица **to be a good (bad) hand at smth**. (ERPD: H 93/347) описывает мастеров своего дела (ср., русск.: «золотые руки»). Паремия **stretch your arm no further than your sleeve will reach** (EP: A 37/24) показывает чрезмерность человеческих амбиций с привлечением пространственных реалий «далеко – близко» (ср. русск.: «по одежке протягивай ножки»).

Профессии и социальный статус человека. Сходство детей и родителей описывают градуированные выражения: **like father like son** (ERPD: M 284/492) (ср. русск.: «каков отец, таков и сын»), **like mother like daughter** (ERPD: M 284/492) (ср., русск.: «какова мать, такова и дочь»). Данные единицы имеют амбивалентный характер и используются как в случаях объективации положительных качеств родителей и детей, так и отрицательных.

Артефакты. Средства, потраченные на образование, представляют собой выгодное помещение денег: **money spent on the brain is never spent in vain** (EPRD: M 631/512). Паремия **money is a good servant but a bad master** (ERPD: M 627/512) (ср., русск.: «деньги – хорошие слуги, но плохие хозяева») предостерегает от власти денег.

Абстрактные понятия. Отрицательная единица **death when it comes will have no denial** (ERPD: D 179/205) описывает неизбежность смерти (ср. русск.: «смерть не принимает отказа»). Смерть в паремической картине мира носит амбивалентный характер, поэтому в определенных условиях она получает положительную оценку: **better a glorious death than a shameful life** (BR: B 55/40) (ср. русск.: «лучше славная смерть, чем постыдная жизнь»), **better die standing than live kneeling** (BR: B 49/39) (ср., русск.: «лучше умереть стоя, чем жить на коленях»).

Количество наиболее частотных образов для тематической группы сферы человека составляют **306** паремий.

ТГ «профессии и социальный статус человека» создает наиболее заметную разницу между положительной и отрицательной оценкой в сторону последней. Количество единиц, характеризующихся положительной оценкой для данной ТГ, в два раза меньше случаев проявления отрицательной оценки в рассматриваемых паремиях.

Соотношение оценок в ТГ «имена» приближается к пропорции, рассмотренной выше: **26** случаев употребления образов для реализации пейоративных значений против **45** мелиоративных. Данная ТГ по количеству единиц занимает первое место в составе всех ТГ, описывающих человека. Общее количество цитируемых паремий достигает здесь 71.

Такие ТГ, как «части тела человека», «абстрактные понятия» и «артефакты», характеризуются незначительным превалированием паремических образов с пейоративной оценкой. Разница между положительной и отрицательной образностью в них не превышает десяти единиц. Соотношение количества случаев употребления положительной и отрицательной оценки в ТГ «события и факты» идет в разрез с наметившейся для образов сферы человека тенденцией, поскольку в ней превалирует положительная оценка: **30** против **16**.

Обобщим результаты анализа образов сферы человека и выражаемых ими мелиоративных и пейоративных значений в Таблице 1.

Таблица 1

Категория	Артефакты	Чел. тело	Абстрактн. понятия	События и факты	Чел. проф.	Имена	
Положит.	12	17	19	31	18	26	123
Отрицат.	20	21	27	19	51	45	183
ИТОГО	32	38	46	50	69	71	

Рассмотрим несколько примеров паремий с тематикой сферы природы.

Животные. В образ собаки присутствует мелиоративная коннотация, например: **as pleased as a dog** (ERPD: D 449/220) (русск.: «доволен как собака»).

Существа, подвергшиеся различным актам насилия или насильственной смерти, сравниваются с собакой: **to kill smb. like a dog** (EPRD: D 445/220) (ср. русск.: «убить кого-либо как собаку»).

О живучем и удачливом человеке говорят, что у него девять жизней, как у кошки: **to have as many lives as a cat** (ERPD: C 208/133). Нервного человека объективирует образ вечно настороженной и пугливой кошки – **as nervous as a cat** (ERPD: C 217/134).

Материалы. Паремия **as cold as stone** (ERPD: S 1283 /725) (русск.: «холоден как камень») дает пейоративную оценку бесчувственности.

Твердость характера также раскрывается в сравнении с твердым и долговечным камнем: **as hard as stone** (ERPD: H 243/359).

Растения. К многофункциональным образам относится роза. «**As fresh as a rose**» (ERPD: F 725/298) (русск.: «свежа как роза») – так говорят англичане о молодой и красивой женщине. Единица **the fairest rose in time must fade** (EP: R 881/102) напоминает о преходящем характере земных ценностей, соотнося их с недолговечностью цветка.

Как мелиоративная, так и пейоративная оценка присутствуют в рамках паремий сферы природы. ТГ «животные» в рамках данного исследования является наиболее частотной, поскольку она насчитывает максимально большое количество случаев реализации образов природы в паремийных единицах – **147** единиц, так и в плане наличия в своем составе доминантных образов - **29** единиц.

Образы ТГ «животные» создают заметную разницу между положительной и отрицательной оценкой в сторону последней. Количество единиц, характеризующихся положительной оценкой для данной ТГ, почти в два раза меньше случаев отрицательной оценки в паремиях.

ТГ «явления природы», «материалы» и «растения» значительно уступают рассмотренному выше ТГ по частотности задействованных в них паремий. Они насчитывают **23**, **16** и **10** единиц соответственно. Количество доминантных образов не превышает в них **6** единиц. Для ТГ «растения», «материалы», «явления природы», разница между количеством случаев положительной и отрицательной оценки не превышает **10** единиц.

Обобщим результаты анализа образов сферы природы и выражаемых ими мелиоративных и пейоративных значений в Таблице 2.

Таблица 2

Категория	Растения	Материалы	Явл. прир.	Животные	
Положит.	3	11	17	53	84
Отрицат.	7	5	6	94	112
ИТОГО	10	16	23	147	

Корреляционный анализ показал, что частотность положительной и отрицательной оценок в рамках описываемых тематических групп имеет тесную взаимосвязь. Характер этой взаимосвязи можно выразить следующей формулой: $y = 0{,}0018x^3 - 0{,}1235x^2 + 3{,}421x - 7{,}0221$, где $R^2 = 0{,}7561$.

Результаты корреляционного анализа представим на рисунке 1.

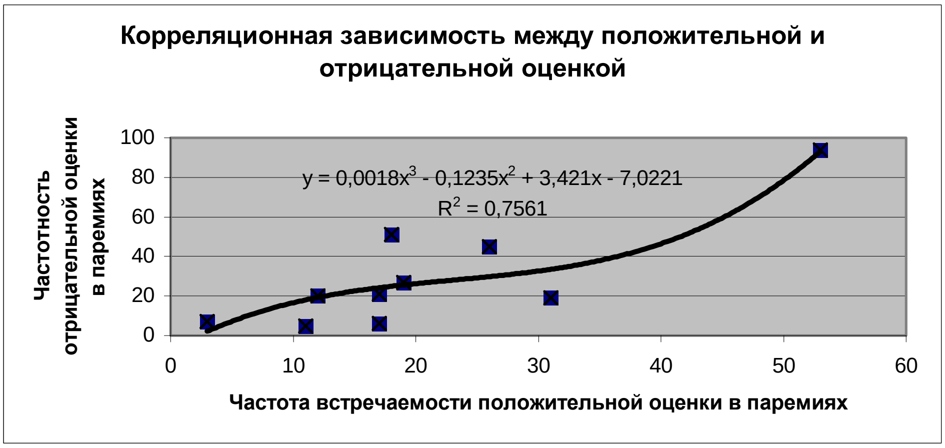


Рис. 1

Исследование показало, что соотношение положительной и отрицательной оценки в рамках описываемых паремий не является равномерным, наблюдается превалирование той или иной оценки. Примечательно, что для данного массива наблюдается перевес в сторону отрицательной оценки. Положительная оценка в паремиях сферы человека встречается в **123**, а отрицательная – в **183** паремиях.

Как мелиоративная, так и пейоративная оценка присутствует в рамках паремий сферы природы. Для данного массива также наблюдается перевес в сторону отрицательной оценки. Положительная оценка в паремиях встречается в **84**, а отрицательная – в **112** случаях.

Корреляционный анализ показал, что частотность положительной и отрицательной оценок в рамках описываемых тематических групп имеет тесную взаимосвязь.

Литература

1. Арнольд, И. В. Стилистка. Современный английский язык: учебник для вузов / И. В. Арнольд. – 8-е изд. М.: Флинта:Наука, 2006.–384 с.
2. Арутюнова, Н. Д. Язык и мир человека / Н. Д. Арутюнова. – М.: Языки русск. культ., 1998. – 895 с.
3. Банина, Е. Н. Оценочный компонент значения в семантике метафоры: автореф. дис. …канд. филол. наук: 10.02.04 / Е. Н. Банина. – Нижний Новгород, 2001. – 17 с.
4. Вольф, Е. М.5 Семантика и структура оценки / Е. М. Вольф. – М.: Наука, 1986. – 312 с.
5. Лакофф, Дж. Метафоры, которыми мы живем: пер. с англ. / Дж. Лакофф, М. Джонсон; под ред. и с предисл. А. Н. Баранова. – М.: Эдиториал УРСС, 2004. – 256 с.

СИСТЕМА ПЕДАГОГИЧЕСКОЙ ПОДДЕРЖКИ КАК СРЕДСТВО ИНТЕГРАЦИИ УЧАЩИХСЯ С ОСОБЫМИ ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫМИ ПОТРЕБНОСТЯМИ В ОБЩЕОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ШКОЛЕ

Н.В. ОСТАНИНА
Вильнюсская средняя школа «Атейтес», г. Вильнюс
e-mail: nadezda-05@mail.ru

Социально-правовые механизмы реализации идеи интегрированного обучения детей с особыми образовательными потребностями стали активно разрабатываться в Литве в 1990-х годах. Вопросы интеграции детей с отклонениями в развитии в общий поток учащихся общеобразовательной школы обсуждались на различных уровнях: на правительственном, научном, методико-педагогическом. Интеграция детей со специальными образовательными потребностями рассматривалась не как самоцель, а как инструмент для их реабилитации и социализации. Был осуществлен широкий спектр мероприятий по изучению подходов и правил организации сопровождения и поддержки детей с особыми образовательными потребностями в странах западной Европы. В частности, были направлены делегации педагогов и представителей общественности для изучения опыта интеграции в школах Дании, Швеции, Нидерландов, Англии, Франции и Германии.

На основе изучения и обобщения зарубежного опыта педагоги Литвы пришли к выводу, что в странах Запада нет единых подходов и правил организации работы и поддержки детей с особыми образовательными потребностями. Все многообразие форм работы аккумулируется в следующие основные формы поддержки.

- Превентивные меры.
- Информационно-консультативная работа.
- Дифференциация учебных программ и процесса обучения.
- Улучшение условий обучения и организации жизни детей, интегрированных в общеобразовательные школы.

В последующие годы в Литве началась интенсивная работа по интеграции детей с особыми образовательными потребностями в общеобразовательные школы. Школы были укомплектованы дополнительными штатными единицами: введены должности школьного психолога, логопеда и спец. педагога с целью организации работы с детьми, имеющими отставание в развитии, не справляющимися с учебными программами своей возрастной группы.

Эти дети нуждаются в комплексной реабилитации, сочетающей медицинскую и социальную помощь, а также психолого-педагогическую поддержку.

В основу нашей работы положена технология интегрированного обучения, которая предполагает внутреннюю дифференциацию обучения учащихся в общеобразовательном классе и индивидуализацию процесса обучения.

Психолого-педагогическая поддержка организуется в школе по следующей схеме.

С обязательного согласия родителей и на основании их письменного заявления дети проходят медико-психолого-педагогическую комиссию (обследование невролога, логопеда, специального педагога и психолога) при городском психолого-педагогическом Центре.

На основании комплексного обследования выносится заключение о выраженности дефекта развития и даются рекомендации о модификации (или адаптации) стандартной учебной программы по определенным предметам, усвоение которых тормозится выявленным дефицитом развития психических функций.

Заключение медико-психолого-педагогического консилиума доводится до сведения школьной психологической службы. Специальный педагог, психолог и логопед школы разрабатывают систему коррекционной работы для каждого ребенка или группы детей с похожими диагнозами.

Учителя-предметники разрабатывают модифицированные (или адаптированные) программы по предмету с учетом индивидуальных характеристик и возможностей каждого ученика.

Покажем на примере изучения математики трудности учащихся со специфическими нарушениями познавательных процессов и процессов саморегуляции.

1. Учащиеся с нарушениями **слухового восприятия** и нарушениями **лингвистических процессов** при выполнении математических заданий могут:

- неоднозначно понимать условие текстовой задачи, прочитанное самостоятельно или другим человеком;
- не понимать данных или искомых величин, словесно описанных отношений между величинами;
- не понимать вопросов задания, задачи;
- затрудняться в самостоятельном выборе схемы решения задачи;
- неверно употреблять понятия при постановке вопросов.

2. Учащиеся с нарушениями **визуальных процессов** при выполнении математических заданий:

- с трудом запоминают цифры, числа;
- путают оптически похожие цифры, знаки;
- путают разряды единиц, десятков, сотен;
- при записи и списывании чисел меняют цифры местами;

- с трудом понимают соотношение целого и части;
- испытывают затруднение при пользовании схемами, графиками, диаграммами;
- с трудом решают текстовые задачи с пространственными понятиями;
- с трудом ориентируются на странице тетради, книги, на листе.

3. Учащиеся с нарушениями **межфункциональных связей** при выполнении математических заданий:

- механически читают условие текстовой задачи, не понимая прочитанного;
- с трудом называют цифры, числа;
- устно считают лучше, чем при письменных вычислениях;
- с трудом понимают значение (смысл) цифр; не соотносят цифру и соответствующее ей числовое множество;
- после прочтения текстовой задачи не могут составить схему ее решения;
- с трудом списывают с доски, из книги;
- плохо ориентируются на листе;
- с трудом без ориентиров чертят линии;
- пишут некрасивым, небрежным почерком.

4. Учащиеся с нарушением **процессов памяти** при выполнении математических заданий:

- не запоминают, путают результаты табличного умножения и деления;
- с трудом считают в уме, если задание было прочитано один или два раза;
- с трудом запоминают правила, быстро их забывают;
- забывают принести необходимые учебные принадлежности и т.п.

5. Учащиеся с нарушениями **процессов саморегуляции** при выполнении математических заданий:

- не могут сконцентрировать и удерживать внимание;
- работают бессистемно, не планируют последовательность своих действий;
- допускают много «глупых» ошибок по невнимательности;
- количество и характер ошибок непостоянны;
- допускают много исправлений, зачеркиваний и т.д.

С учетом указанных трудностей, которые испытывают учащиеся, строится система индивидуального подхода к ним на уроках математики.

Учителю-предметнику рекомендуется:

- В течение урока проверять, верно ли ученик понял словесную инструкцию к выполнению заданий. Побуждать его спрашивать, уточнять непонятое. Обращать внимание ученика на основные аспекты словесной инструкции. Акцентировать и повторять самые сложные пункты. Темп речи должен быть медленнее, чем обычно.

- Уточнять вместе с учеником значение абстрактных понятий, побуждать использовать их в речи. При изучении абстрактных понятий использовать конкретные примеры, реальные объекты из окружающей среды (например, при изучении понятий «время», «деньги» использовать реальные часы, календари, монеты и купюры). Убедиться, что в данный момент ученик способен понять данные абстрактные понятия. Одновременно можно обучать только одному абстрактному понятию (например, понятие формы предметов); позже можно объединить несколько понятий (например, форма и размер). Использовать игры, позволяющие лучше усвоить абстрактные понятия.
- Новые определения можно изучать только в том случае, если учащийся хорошо усвоил ранее изучаемые.
- Использовать различные формы кодирования информации, простые схемы, карты. При подаче словесной информации обязательно представлять и визуальную (наглядную) информацию.
- Учить учащихся соотносить изученный материал с новыми условиями его применения (например, новыми условиями задачи с теми же числовыми данными и наоборот).

Наряду с задачами обучения решаются задачи развития ученика. Например, на уроках математики вводятся упражнения по развитию слухового восприятия, памяти, словесно-логического мышления; учащимся с различными нарушениями поведения обеспечивается поддержка развития их эмоционально-волевой сферы, формирования механизмов сознательной регуляции собственного поведения и взаимодействия с окружающими людьми.

В процессе подготовки к уроку в интегрированном классе учитель составляет план-конспект так, чтобы на одном уроке учащиеся с разным уровнем психофизического и интеллектуального развития усвоили тему урока на том уровне, который им доступен. Обучение ведется на дидактическом материале, подобранном для каждого ученика индивидуально: раздаточные карточки, упражнения из дополнительных учебных пособий, памятки, опорные схемы и т.п. Нередко на уроке рядом с учеником присутствует психолог или спец. педагог, который оказывает ему непосредственную поддержку и помощь в овладении способами и навыками учебной деятельности.

Регулярно осуществляется контроль за соответствием выбранной программы обучения реальным достижениям и уровню развития ученика.

Таким образом, внимание к учащимся с особыми образовательными потребностями обеспечивается внутри школы специалистами разного профиля, а также внешкольными службами, оказывающими поддержку как самим детям, так и их учителям-предметникам.

ПИСЬМЕННЫЙ ЭКЗАМЕН ПО МАТЕМАТИЧЕСКИМ ДИСЦИПЛИНАМ

В.А. ПЕТРОВ
Смоленский государственный университет, г. Смоленск

Семестровые экзамены в вузе обычно проводятся в устной форме по билетам. Однако экзамены по математическим дисциплинам вполне могут быть письменными. Наш десятилетний опыт показывает, что письменная форма экзамена как педагогического измерения имеет значительные преимущества.

1. *Бóльшая объективность*, так как имеется возможность выставления оценок после проверки всех работ и выработки единых критериев.

2. *Бóльшая точность измерения*. Если билет к устному экзамену содержит, как правило, два теоретических вопроса и задачу, то письменное задание (над ним студент работает до двух часов в полной тишине) может включать до 10 вопросов, более полно охватывая учебный курс.

3. *Единообразие измерительной шкалы*. Экзамен с группой в 25 человек в аудитории на 100 мест вполне может проводиться по одному варианту экзаменационного задания. Тогда исчезают доводы о случайности оценки из-за якобы особой трудности доставшегося варианта.

4. *Психологическая комфортность* как для студентов, так и для преподавателя. Студента не нервирует поведение экзаменатора («перебивал», «не дослушивал», «был груб» – нередкие жалобы студентов), а преподавателя – поведение студентов («я так и сказал», «а у меня в конспектах так написано»).

5. *Бесконфликтность*. По итогам устного экзамена нередки жалобы на предвзятость преподавателя («не взлюбил», «не сложились отношения», «конфликт с преподавателем») и несправедливость оценки («я отвечал так же, как А»; «я все ответил, но препод снизил оценку за…»). По устному экзамену апелляции затруднены. Справедливость оценки за письменный экзамен легко проверит любой квалифицированный специалист.

Однако, чтобы отмеченные преимущества реализовались и не появились специфические недостатки, необходима продуманная структура экзаменационного задания.

1. *Разнообразие*. Необходимо измерить не только широту знаний, но и их глубину, компетентность по предмету. Поэтому нужны вопросы по всему курсу как теоретического, так и прикладного характера (задачи).

2. *Дифференцированность*. Подбираются задания, достаточные для оценки «удовлетворительно» с обязательным включением одного-двух заданий, призванных выделить отличников.

3. *Лаконизм*. Преподаватель должен подумать о своем труде по проверке «сочинений». Многие студенты пишут неразборчиво и почти

все – «нескладно». Поэтому не следует требовать пространного изложения теоретических вопросов, решений всех задач. В половине случаев можно ограничиться ответами. Понимание внутренней логики предмета вместо воспроизведения доказательств основных теорем удобно проверять на текстах доказательств с пропусками. Это исключает использование шпаргалок и легко проверяется.

4. *Унифицированность*. Удобно, если студент выполняет задание на полученном листке с так называемой печатной основой.

5. *Дробная шкала оценивания*. Целесообразно давать 10 заданий, каждое из которых независимо от их сложности считать «стоимостью» в один балл, а при проверке оценивать и четверть, и половину, и три четверти результата. Тогда деленная на 2 и округленная сумма баллов и дает оценку за работу. Такой подход позволяет оценить все «проблески» знаний, ошибки и неточности, а также существенно поднять цену хороших и отличных оценок в отличие от совсем невысоких требований к оценке «удовлетворительно».

Пример экзаменационного задания по теории функций комплексного переменного (в заданиях 1 – 7, кроме одного оговоренного случая, требуется только указать ответы).

1. Функция $f(z) = \mathrm{Re}(z-i)^2 + 2z^3$ имеет производную в точке $z_0 = \ldots$, причем $f'(z_0) = \ldots$.

2. Изобразить образ линии $\mathrm{Re}\, z = -\dfrac{\pi}{2}$ при отображении $w = 2\sin z - i$ (заготовка для рисунка прилагается).

3. Угол наклона образа луча $y = -5x + 4$ $(x \geq 1)$ при отображении $f(z) = z^7 - 3i$ в точке $w_0 = f(1-i)$ равен ... градусов. Ответ обосновать.

4. Записать в алгебраической форме (приближенно, с одним знаком после запятой) числа $z_1 = ie^{1+i} = \ldots$, $z_2 = \sin(3-2i) = \ldots$, $z_3 = \ln(3 - i\sqrt{3}) = \ldots$.

5. Если линия $\varGamma$ задана уравнением $|z-3i| = 2$, то

$$\int\limits_{\varGamma} \left(\frac{z+i}{z^2+4} + \frac{\sin e^z}{z+1-i} \right) dz = \ldots .$$

6. Если $\varGamma$ – ломаная с вершинами i (начало), $1+i$, $1+2i$ (конец), то $\int\limits_{\varGamma} (6z - i\bar{z})dz = \ldots$.

7. Если $\dfrac{z}{z^2+9} = \sum\limits_{n=0}^{\infty} c_n (z+1-i)^n$, то радиус сходимости этого ряда $R = \ldots$.

8. Аналитическое продолжение синуса с вещественной числовой оси на комплексную плоскость. Сравнение свойств синуса от действительного и комплексного переменного (без доказательств).

9. У функции f, аналитической на всей плоскости, мнимая часть ограничена, $f(1+i)=i$. Найти $f(1-i)$. Ответ обосновать.

10. Сформулировать теоремы и определения 1 – 7, используемые при доказательстве следующей теоремы.

Теорема. Если точка a является изолированной существенной особенностью функции f, то найдется такая сходящаяся к a последовательность z_n, что $\lim\limits_{n\to\infty} f(z_n)=\infty$.

Доказательство. В силу (1) существует проколотая окрестность U точки a (пусть ее радиус r), в которой функция определена и дифференцируема. Рассмотрим произвольное натуральное число n и зафиксируем его. Обозначим через U_n проколотую окрестность точки a радиуса $\dfrac{r}{n}$. В силу (2) функция f в области U_n не ограничена, а значит, в силу (3) в этой области найдется такая точка (обозначим ее через z_n), что $|f(z_n)|>n$ (*). Давая n значения 1,2,3,..., получим последовательность z_n. В силу (4) справедливо неравенство: $0\le \rho(a,z_n)<\dfrac{r}{n}$. Отсюда следует в силу (5), что $\lim\limits_{n\to\infty}\rho(a,z_n)=0$. Это в силу (6) означает, что z_n сходится к a.

Рассмотрим последовательность $w_n=f(z_n)$. Пусть M – произвольное положительное число. Рассмотрим натуральное число N такое, что $N>M$ (**). Так как в силу (*) $|w_n|>n$, то в силу (**) при $n>N$ выполняется неравенство $|w_n|>M$. Это в силу (7) и означает, что $\lim\limits_{n\to\infty} w_n=\lim\limits_{n\to\infty} f(z_n)=\infty$.

Отметим, что все эти задания «оранжированы» автором – в таком виде они в известных нам учебниках не встречаются.

Чтобы избежать механического списывания ответов в заданиях 1-7, числовые коэффициенты в их условиях варьируются. Например, задача 2 решается преподавателем для функции $w=k\sin z+mi$, а студентам предлагаются различные конкретные значения k и m. Ответ преподавателем при проверке считывается с общего случая.

Еще некоторые «хитрости» экзаменатора. В одном и том же варианте *разным* студентам предлагается приводить обоснования ответов *различных* задач. Доказательство в вопросе 10 композиционно отличается от того, что рассматривалось на лекциях – это не позволит его выполнить ни по памяти, ни по шпаргалке.

Специалисты по дидактике высшей школы считают, что проверять на экзамене следует не кратковременную память студента, а умение разобраться в материале и решать задачи, пользуясь не только памятью, но и дополнительными источниками. Мы целиком согласны с этим утверждением и поэтому позволяем студентам на экзамене пользоваться справочником по ТФКП, где приведены формулировки всех теорем и формулы, предусмотренные программой курса.

Вероятно, описанный вариант экзамена может проводиться и на основе компьютерных технологий и не только по математическим дисциплинам.

КОНЦЕПТУАЛЬНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ИНФОРМАЦИОННЫХ СИСТЕМ

А.Е. САМАРИНА
Смоленский государственный университет, г. Смоленск
e-mail: annasamarina@mail.ru

Одним из немаловажных вопросов, изучаемых в курсе «Информационные системы», является рассмотрение этапов проектирования структуры базы данных.

Обычно выделяют три основных этапа проектирования: концептуальное, логическое и физическое проектирование (или создание концептуальной, логической и физической моделей). Эти этапы помогают разработчику БД совершить переход от предметной области и её описания к реализации базы данных средствами конкретной СУБД.

В ходе концептуального проектирования обычно проводится обследование предметной области, изучение ее информационной структуры, выявляются её основные информационные объекты и связи между ними. Производится моделирование и интеграция всех представлений, результатом чего является концептуальная модель, инвариантная к структуре базы данных.

На этапе логического проектирования происходит преобразование требований к данным в структуры данных. Логическая модель данных является начальным прототипом будущей базы данных. Она описывает понятия предметной области, их взаимосвязь, а также ограничения на данные, налагаемые предметной областью, и строится в терминах информационных единиц, но без привязки к конкретной СУБД. Говорят, что логическая модель выражает представление о БД программиста.

Физическая модель описывает данные средствами конкретной СУБД. Отношения, разработанные на стадии формирования логической модели данных, преобразуются в таблицы, атрибуты становятся столбцами таблиц, для ключевых атрибутов создаются уникальные индексы, домены преображаются в типы данных, принятые в конкретной СУБД.

Наиболее важным, по общему мнению, является этап концептуального моделирования, поскольку от решений, принятых на этом этапе, зависит качество создаваемой БД и приложений.

Описание предметной области может производиться разными средствами. В качестве таких средств могут выступать текстовые описания предметной области, наборы должностных инструкций и правил и т.п. Текстовый способ представления модели предметной области считается крайне неэффективным. Гораздо более полезными и чаще употребляемыми при разработке баз данных являются описания предметной области, выполненные при помощи специализированных графических нотаций. Существуют различные методики описания предметной области, например, методика структурного анализа SADT и основанная на нем IDEF0, диаграммы потоков данных Гейна-Сарсона (DFD-диаграммы), методика объектно-ориентированного анализа UML, ER-диаграммы и др. Концептуальная модель может описывать не только объекты и связи между ними, но и процессы и данные, используемые этими процессами.

Обычно различают концептуальные модели двух видов: объектно-ориентированные, где сущности реального мира представляются в виде объектов, а не записей реляционных таблиц, и семантические модели, отражающие значения реальных сущностей и отношений. Семантические модели несколько проще для понимания. Кроме того, концептуальное моделирование баз данных на основе семантических моделей поддерживается во многих известных CASE-средствах (например, ERWin и Power Designer).

Семантическое моделирование направлено на обеспечение наиболее естественных для человека способов сбора и представления информации, которую предполагается хранить в создаваемой базе данных. Поэтому семантическую модель данных пытаются строить по аналогии с естественным языком. Полезно познакомить студентов с одним из видов семантического концептуального моделирования – моделью «сущность – связь» (ER-модель). Основными понятиями этой модели и используемых диаграмм являются «сущность» (Entity), «связь» (Relationship) и «атрибут». Создание ER-модели конкретной предметной области позволяет студентам научиться выявлять её главные объекты, устанавливать их характерные свойства (атрибуты), связи между объектами, характеристики и свойства этих связей.

При рассмотрении этапов проектирования баз данных полезно напомнить студентам информацию, полученную ими ранее при изучении курса «Компьютерное моделирование». При изучении этого курса большое внимание уделяется выработке умений моделирования практических задач. Студенты должны уметь выполнять переход от содержательной постановки задачи в терминах предметной области к её концептуальной модели, включающей основные гипотезы (важнейшие утверждения) о поведении основных объектов задачи, и далее к математической постановке задачи, включающей описывающие её математические соотношения. Прослеживается также определённая параллель в том, что от выбранных гипотез на этапе концептуального моделирования зависит адекватность полученного решения и его степень соответствия реальности.

Опора на знания, полученные в ходе изучения курса «Компьютерное моделирование», позволяет облегчить студентам понимание сущности каждого из этапов проектирования баз данных. Кроме того, это даёт возможность ещё раз указать на значимость и всеобщность метода моделирования как одного из важнейших методов научного познания.

СТРУКТУРА СЕРВИСА СЕТЕВОГО ТЕСТИРОВАНИЯ В ОБРАЗОВАТЕЛЬНОМ ПОРТАЛЕ[1]

Т.А. САМОЙЛОВА
Смоленский государственный университет, г. Смоленск

Основной проблемой любого образования является отсутствие четкого контроля качества усвоения материала. Причем если в школьной практике учитель еще более или менее имеет возможность с определенной периодичностью проверять уровень текущих знаний ученика, то в вузе преподаватель целый семестр выдает материал и лишь в конце семестра проверяет уровень его усвоения. Необходимость систематического контроля над усвоением материала сомнений не вызывает. Это одна из проблем, для решения которой используют разнообразные системы компьютерного тестирования. Однако свободно распространяемые компьютерные тестовые оболочки плохо приспособлены для сетевого или группового тестирования, проводимого преподавателями разных учебных дисциплин. У использующего их преподавателя-исследователя всегда возникает желание внести свои коррективы в структуру и тип заданий, порядок их предъявления учащимся, критерии оценок. Например, в тестовых заданиях по математическим дисциплинам необходимо решать проблему распознавания вариативных ответов, в тестах по иностранным языкам желательно наличие звука и т.п.

Для решения этих проблем предлагается структура тестового сервиса, встраиваемого в корпоративный портал образовательного учреждения [1],

[1] Работа выполнена при финансовой поддержке РГНФ и Администрации Смоленской области, проект 07-06-58604 а/Ц.

и включающего возможность настройки на специфику тестирования в конкретной предметной области. Разрабатываемый сервис облегчит проведение не только дистанционного тестирования в образовательном портале, но и позволит проводить сетевое тестирование в обычном компьютерном классе, не подключенном к порталу.

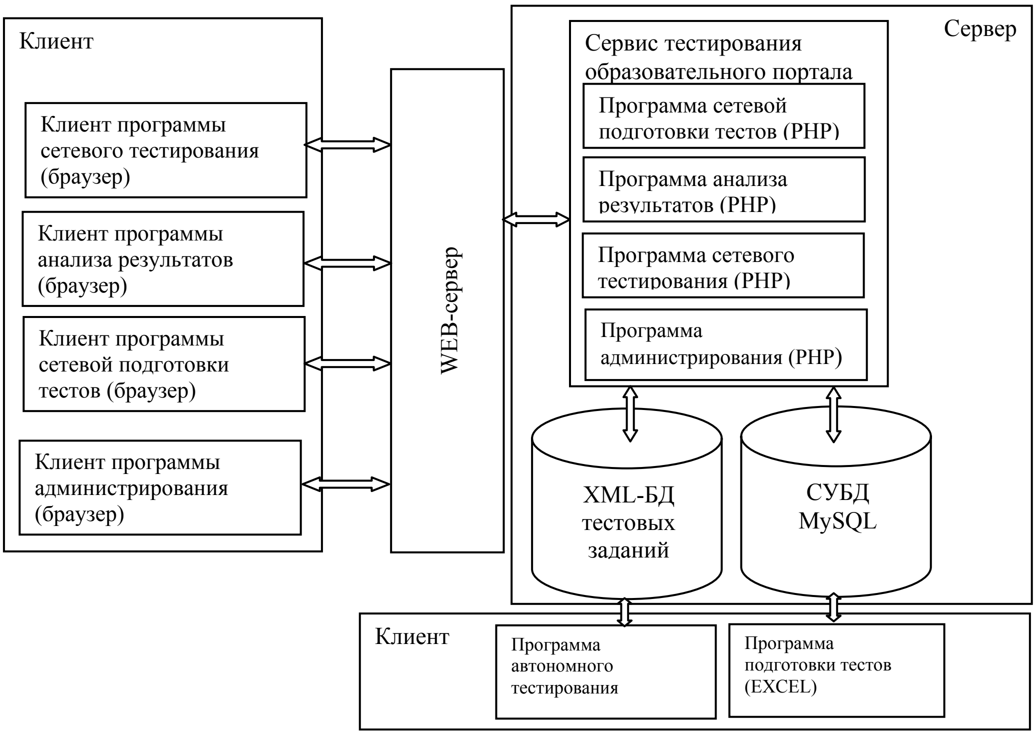


Рис.1. Структурная схема сервиса тестирования в педагогическом портале

Предлагается выбрать следующие эффективные открытые программные средства реализации этих подсистем в среде образовательного портала.

XML-базы данных хорошо подходят для представления содержания тестов, устанавливаемых в сети. Такой тест может включать множество вопросов, вариантов ответов, правильные ответы, имена графических, видео и звуковых файлов, сопровождающих вопросы и содержащих формулы, графики, схемы. Вопросы теста будут соответствовать записям XML-базы данных [2].

Простую обработку ответов испытуемых можно проводить непосредственно на клиентском компьютере, например, средствами JavaScript. Обработку результатов тестирования с оптимизационными или статистическими алгоритмами следует проводить на сервере, используя серверные сценарии, разрабатываемые средствами PHP - технологий, широко используемых для создания сетевых приложений типа разрабатываемого сервиса тестирования. Для этих технологий хорош сервер баз данных MySQL, который, являясь самым быстрым из существующих, поддерживает неограниченное количество пользователей (учащихся, преподавателей), одновременно работающих с сетевой базой данных. Управление серверными сценариями может выполняться как на MS Internet Information Server, так и на WEB-сервере Apache, удовлетворяющих принципам открытых стандартов. Технические особенности позволят определить широту использования данного продукта в образовательном учреждении: чем больше возможностей – тем шире круг использования.

Интерфейсы и базы данных разрабатываемого тестового сервиса будут открыты для разработчиков, что позволит стимулировать его дальнейшее развитие. Обмен информацией осуществляется по WEB-архитектуре клиент – сервер в соответствии с представленной на рисунке 1 структурной схемой. Схема включает четыре программные подсистемы: подсистему подготовки тестов для формирования тестовых материалов, подсистему тестирования, подсистему анализа результатов тестирования и подсистему администрирования пользователей.

Главные функции подсистем:

1. Подсистема подготовки тестов состоит из программы клиента конструирования тестов и программы, обеспечивающей передачу тестов в сетевую базу данных. Программой подготовки может служить какая-либо универсальная офисная программа, например, EXCEL с встроенным макросом трансляции в XML-формат [3]. В ней выполняется настройка теста: уровень трудности (назначение весовых коэффициентов заданиям и ответам), временная (назначение времени выполнения всего теста или его частей), специфика прохождения тестовых заданий, оценочная, тематическая, протокольная и др. Передачу тестовых заданий на сервер с занесением их характеристик в СУБД можно выполнять посредством соответствующего PHP-сценария. Результатом работы данной подсистемы станет создание хранилища тестовых материалов - банк тестовых заданий разных типов. Это могут быть тестовые задания с единичным или множественным выбором, с множественным ответом, на выявление соответствия, на выявление последовательности, на возможность применения типовых алгоритмов и формул, «открытое» тестовое задание (ввод ответа с клавиатуры в виде термина (ов), развернутого ответа). Виды информации, допустимые для тестового задания: текстовые, графические, смесь (текст, графика, звук, анимация, видео и др.). Предусматривается возможность использования как внутренних, так и внешних сред обработки различных видов информации, возможность подготовки шаблонов и их дальнейшего использования, импорт и экспорт содержимого тестовых заданий, парольная и криптографическая защита теста.

2. Подсистема тестирования состоит из программы, реализующей тестирование через Internet/Intranet, и программы, обеспечивающей проведение тестирования без подключения к Internet/Intranet. Программа

организует различные стратегии прохождения тестовых заданий: одноразовый проход теста с возможностью возврата, с возможностью неоднократного выполнения одного тестового задания, со строгим порядком следования заданий теста, с генерацией случайной последовательности следования тестовых заданий, с возможностью произвольного прохода, с адаптивной генерацией последовательности вопросов теста и учетом работы подсистемы анализа результатов.

Варьируются количество и выбор тестовых заданий. Это может быть как строго неизменный комплект тестовых заданий (и количество, и сами задания) для всех тестируемых, так и случайный набор заданий из базы тестовых заданий случайного количества в заданном диапазоне. Интерес представляют адаптивные (динамическое построение теста – количество, сложность вопросов, набор тем вопросов) алгоритмы такого построения.

В данной подсистеме реализуется различная оценка правильности ответа: только итоговая, перманентная (в процессе прохождения в виде всплывающей подсказки «верно», «неверно», «попробуй еще раз» и т.п.), настраиваемая (есть или нет текущая оценка), не только оценка, но консультационная помощь (где посмотреть нужный материал, что именно неправильно и т.п.). Временные ограничения проведения тестирования: без них, на весь тест, на отдельные задания, адаптивные, с возможностью выбора любого варианта.

Выбор адаптивных алгоритмов контроля знаний реализуется через механизм подключаемых модулей, позволяющий преподавателю самому настроить систему на желаемый алгоритм и выбрать нужную стратегию тестирования. Такой подход гарантирует повышение валидности теста и избавит разработчиков системы от ее частой модификации.

3. Подсистема анализа результатов состоит из программы, обеспечивающей статистическую обработку и анализ результатов тестирования, и программы клиента, позволяющей эти данные просмотреть. Подсистема будет проводить статистический анализ результатов тестирования и статистический анализ качества тестовых материалов. При этом программа анализа результатов тестирования позволит:

1) получить по результатам тестирования основные статистические параметры тестовых заданий и участников тестирования с возможностью построения гистограмм, диаграмм, графиков или других иллюстраций;
2) построить гистограмму распределения индивидуального балла испытуемых;
3) рассчитать коэффициенты корреляции задания с заданием и задания с индивидуальной суммой баллов;
4) построить индивидуальные кривые испытуемых и характеристические кривые заданий;

5) выполнить оптимизацию подбора тестовых заданий для каждого участника тестирования;
6) построить информационные функции заданий и теста;
7) рассчитать дифференцирующую способность и надежность теста.

Статистическая обработка результатов тестирования должна проводиться по всему тесту, по темам теста, по вопросам, с возможностью создания итоговой ведомости на весь класс, группу или произвольное множество тестировавшихся учащихся, классов, групп и т.п., с возможностью оценки динамики продвижения отдельных учащихся, каких-либо подгрупп или множеств тестируемых (с внутренним архивом результатов).

Вид и качество оценивания: критерии оценивания (учет только полного или допуск неполного, частичного соответствия правильному ответу, учет времени прохождения, особенностей прохождения). Сама оценка: числовая четкая или нечеткая, номинальная, визуальная ассоциативная (Розочка – это «хорошо», Незнайка – это «плохо»), перманентная во время всего теста или только итоговая, с выдачей или отсутствием рекомендаций (консультаций) и анализа успешности прохождения всего теста или тестового задания и др.

4. Подсистема администрирования состоит из программы, реализующей функции администрирования системы, и программы клиента, позволяющей выполнить эти функции.

При разработке этих подсистем будут использоваться методы тестологии, математической статистики, теории графов, объектно-ориентированного анализа и проектирования. Предлагаемый сервис даст преподавателю инструмент реализации собственного авторского подхода к проведению тестирования.

Литература

1. Расулов, К.М. Проектирование педагогического портала образовательного учреждения: методические рекомендации для руководящих работников образовательных учреждений / К.М. Расулов, Т.А. Самойлова, Г.Е. Сенькина. – Смоленск: СмолГУ, 2007.
2. Самойлова, Т.А. Разработка сетевых тестовых оболочек с использованием XML-технологий / Т.А. Самойлова, Е.П. Емельченков // Системы компьютерной математики и их приложения: материалы междун. конференции. – Смоленск: Изд-во СмолГУ. – 2007. – С. 258–259.
3. Самойлова, Т.А. Транслятор тестовых заданий в XML-формат / Т.А. Самойлова // Сб. трудов XI межрегиональной специализированной выставки-семинара по компьютерным и телекоммуникационным технологиям. – Смоленск, 2008.

ПРОБЛЕМЫ ШКОЛЬНОГО ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКОГО ОБРАЗОВАНИЯ И ИХ ВОЗМОЖНЫЕ РЕШЕНИЯ НА ОСНОВЕ СИСТЕМЫ КОМПЬЮТЕРНОЙ МАТЕМАТИКИ MAPLE

А.Н. САРКЕЕВА
Татарский государственный гуманитарно-педагогический университет
e-mail: Anna_sar7@mail.ru

В настоящее время школьное физико-математическое образование претерпевает изменения: меняются учебные планы, сокращается количество учебных часов. В докладе рассматриваются современные проблемы школьного физико-математического образования и возможность их решения средствами системы компьютерной математики (СКМ) Maple.

1. Отсутствие ядра обучения по предметам физико-математического цикла. В современном мире, насыщенном информацией, необходимо уметь выделять главное. Так и в системе образования следует четко определить, какие предметы могут являться ядром и связующим звеном между другими предметами. Ведь именно они станут инструментами для изучения других наук. В средней школе таким предметом является информатика, в частности, такие ее разделы, как информационные технологии, программирование.

2. Сокращение учебных часов по базовым предметам. В связи с профилизацией обучения образовательные программы ежегодно меняются, происходит сокращение количества часов, отведенных на базовые предметы, такие, как математика, физика, химия (в зависимости от профиля обучения). Уменьшение учебных часов влечет за собой недостаточное владение учащимися фундаментальными знаниями, потеря которых отрицательно отражается на образовании в целом. Поэтому необходимо искать средства, которые станут дополнением и поддержкой базовых школьных предметов. Возникает идея интеграции предметов физико-математического цикла на основе СКМ Maple. Она является весьма продуктивной, поскольку, с одной стороны, дает базу для изучения этих предметов, а с другой стороны, позволяет развить информационно-математическую культуру в процессе обучения. Кроме того, решить данную проблему можно реализацией проектной деятельности учащихся развитием навыков прикладных исследований.

3. Снижение мотивации учащихся. В процессе учебы у детей может потеряться интерес к точным предметам, требующим напряжения мысли. С другой стороны, это как раз те базовые предметы, на основе которых строится развитие общества, разрабатываются новые технологии. Для повышения мотивации учащихся к этим предметам в последнее время успешно применяются новые информационные технологии. Изучение математики с применением программы Maple значительно повышает познавательный интерес учащихся.

4. Отсутствие практического приложения знаний. Теоретическое обучение должно подкрепляться практическими знаниями, умениями и навыками, в том числе и проведением лабораторных и практических работ. Слабо развитая инфраструктура школьных лабораторий не позволяет учащимся применять свои знания на практике. Формульный язык точных предметов, не найдя воплощения в зрительных и практических реализациях, делает эти предметы сухими и абстрактными, оторванными от жизни. Эта проблема может быть решена средствами СКМ Maple математическим моделированием объектов, процессов и явлений: геометрических, физических, химических и др.

5. Неинтерактивность изучаемых систем программирования. Реализация программ на языках программирования типа Pascal и Basic является малоинформативной, неинтерактивной, с весьма ограниченными графическими возможностями. При этом теряется биективная связь между абстрактно-формульным мышлением и математической моделью. Особенности СКМ Maple: интерактивность, графика, универсальность - позволяют применять ее в качестве основного языка программирования без ущерба учебной программе.

Внедрение системы компьютерной математики в процесс обучения в школе возможно в следующих формах: элективных курсов по изучению возможностей Maple; использование на уроках математики, физики, информатики в качестве демонстрационного материала; проверки и самопроверки работ учеников; проектной деятельности учащихся и развития их научного творчества; инструмента для подготовки домашнего задания и самоконтроля (как в школе, так дома). На базе общеобразовательной школы № 161 г. Казани реализуется программа «Интеграция физико-математического образования на основе информационных технологий и пакета символьной математики Maple». Главная цель экспериментальной работы по внедрению Maple в процесс обучения – это самореализация учащихся при внедрении в процесс обучения информатики и информационных технологий новых организационных форм использования компьютеров, основанных на современных пакетах символьной математики. Учащиеся работают над своими исследовательскими проектами и представляют их на научно-практических конференциях и конкурсах.

Литература

1. Саркеева, А.Н. Роль и место компьютерной математики в процессе интеграции школьного физико-математического образования // Системы компьютерной математики и их приложения: материалы междун. конференции.– Смоленск: Изд-во СмолГУ.– 2007.– С. 260–262.

МАЯТНИК КАПИЦЫ НА ЗАНЯТИЯХ ПО КОМПЬЮТЕРНОЙ ФИЗИКЕ

Б.В. СЕЛЮК
Смоленский государственный университет, г. Смоленск

Под компьютерной физикой здесь понимается изучение физических явлений и законов с использованием компьютера для математического анализа и моделирования. Среди систем компьютерной математики наиболее удобной в преподавании физики представляется система MathCAD. Ее интерфейс наиболее комфортен для учащихся, а математические возможности вполне достаточны для изучения физики. Программа «Живая физика» позволяет легко и просто создавать действующие модели простых механических систем. Именно эти программы используются на занятиях по компьютерной физике в Смоленском университете как со студентами, так и с учащимися физико-математической школы.

На занятиях по компьютерной физике рассматриваются такие вопросы, изучение которых осложняется громоздкостью математического аппарата, а также те, которые трудно понять без наглядных моделей. К числу таких вопросов, в частности, относятся параметрические колебания и движение тел в быстро осциллирующих полях.

П. Л. Капица обнаружил парадоксальное поведение маятника с быстро осциллирующей точкой подвеса. Маятник в таких условиях стали называть маятником Капицы. Изучению этого маятника посвящается одна из работ, выполняемых на занятиях по компьютерной физике учащимися физико-математической школы, а также студентами, избравшими компьютерную физику в качестве элективного курса.

Работа заключается в выполнении нескольких заданий.

Задание 1. Создать модель маятника Капицы в «Живой физике», руководствуясь готовым алгоритмом. Вместо этого можно рекомендовать ознакомиться с уже созданной моделью.

Задание 2. Учащиеся наблюдают малые собственные колебания маятника, измеряют период Т и «экспериментально» проверяют известную им формулу $T = 2\pi / \omega_0$, где $\omega_0 = \sqrt{g / L}$.

Задание 3. Изучается качественно, какое влияние на амплитуду и период колебаний оказывает сопротивление среды.

Задание 4. В этом задании исследуется параметрический резонанс. Точке подвеса маятника задаются вертикальные колебания

$$y = B\sin(\omega t).$$

Наблюдаются колебания маятника при $\omega = 2\omega_0$ и различных значениях параметра В. Выясняется, что маятник раскачивается, амплитуда его колебаний постепенно увеличивается. Чем больше В и чем меньше сопротивление, тем быстрее раскачивается маятник и до большей амплитуды. Далее учащиеся убеждаются в том, что «раскачивание» происходит только при небольшом отличии частоты колебания точки подвеса ω от удвоенной собственной частоты маятника.

Задание 5. Исследуется движение маятника при быстрых колебаниях точки подвеса. Обнаруживается, что если $\omega > \omega_0 \dfrac{L\sqrt{2}}{B}$, то можно подобрать такую начальную скорость v_0, при которой маятник будет совершать колебания около положения равновесия, находящегося, как ни странно, в самом верху.

Для более обстоятельного изучения описанных явлений ученикам предоставляется готовый документ MathCAD, в котором помимо заданий, аналогичных приведенным выше, даются и иные задания.

В частности, рекомендуется получить динамическое уравнение маятника:

$$\frac{d^2\phi\varphi}{d\,t^2} = \sin\varphi\left(\omega_0{}^2 - \frac{B\,\omega^2}{L}\sin(\omega\,t) + \frac{\alpha\,B\,\omega}{m\,L}\cos(\omega\,t) - \frac{\alpha}{m}\frac{d\,\phi}{d\,t}\right).$$

Именно это уравнение численно решает компьютер, выдавая результат в виде графика зависимости угла отклонения φ от времени t. Анализируя графики при различных значениях параметров, удается выявить некоторые дополнительные детали. Выясняется, что параметрический резонанс проявляется не только в увеличении амплитуды колебаний. При достаточно малом сопротивлении амплитуда периодически то уменьшается, то увеличивается. Проверяется условие, ограничивающее область частот, когда имеет место параметрический резонанс: $|\omega - 2\omega_0| < 2\omega_0 B/L$, а также условие $\omega > \omega_0 L\sqrt{2}/B$, при котором маятник колеблется около верхнего положения равновесия. Исследуется также влияние сопротивления на амплитуду и время установления параметрических колебаний, а также на ширину интервала частот и минимальную величину B, при которой возбуждаются эти колебания.

Вариант изучения маятника Капицы посредством «Живой физики» проще и нагляднее, зато использование системы MathCAD позволяет изучить явление глубже и основательнее. Подготовив оба варианта работы, преподаватель имеет возможность учесть индивидуальные интересы и особенности отдельных учащихся.

Таким образом, выполняя работу «Маятник Капицы» на занятиях по компьютерной физике, учащиеся имеют возможность познакомиться с особенностями колебаний, которые имеют большое значение для науки и техники, но традиционно в элементарных курсах не рассматриваются.

ПРОБЛЕМЫ РАЗРАБОТКИ ТЕСТОВ ПО ТЕОРИИ И МЕТОДИКЕ ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ[1]

Г.Е. СЕНЬКИНА, К.М. РАСУЛОВ
Смоленский государственный университет, г. Смоленск
gulzhans@mail.ru

Вхождение России в Болонский процесс предполагает внедрение новых форм оценивания образовательных результатов в системе зачетных единиц. Одной из таких форм является сетевое тестирование на базе образовательного портала вуза.

Широкое внедрение тестирования определяется следующими тенденциями развития системы оценивания:

- Приоритет письменной формы оценки знаний перед устной.
- Суммирование результатов текущего (рубежного) контроля и экзаменационного контроля в итоговой оценке.
- Использование индивидуального рейтинга как одного из показателей успехов в обучении. Использование компьютерного тестирования как вспомогательного средства.
- Использование многобалльных шкал оценивания наряду с сохранением классической 5-балльной шкалы в качестве основы.
- Внедрение тестовой формы оценивания в процесс обучения теории и методики обучения математике вызывает определенные проблемы в силу недостаточной разработанности данной проблематики в данной области.

Пока еще недостаточно разработана база тестовых заданий по теории и методике обучения математике, позволяющей генерировать качественные тесты. Имеющиеся тестовые задания не выдерживают критики, составлены «на глазок», так называемые «тесты» на самом деле таковыми не являются, поскольку не удовлетворяют требованиям к ним.

Согласно теории тестирования под *тестом* понимается инструмент, состоящий из статистически выверенной системы заданий, стандартизированной процедуры проведения и заранее спроектированной технологии обработки и анализа результатов, предназначенных для оценки качеств и свойств личности, изменение которых возможно в результате систематического обучения.

Тестовое задание, в свою очередь, представляет одну из составляющих структуры дидактического теста, включающих в себя краткую инструкцию для обследуемого, тестовую задачу, эталон ответа (или описание четкого алгоритма выполняемых обследуемым действий). В наиболее распространенных тестах закрытого типа в структуру

[1] Работа выполнена при финансовой поддержке РГНФ и Администрации Смоленской области, проект 07-06-58604 а/Ц.

тестового задания входят варианты ответа (как правильные эталонные, так и отвлекающие – «дистракторы»).

К тестовым заданиям предлагаются достаточно серьезные требования в зависимости от типа и формы. Различают, в частности, следующие формы тестовых заданий: открытые, закрытые, конструируемые, фоновые, фассетные, на соответствие, на упорядочение.

Закрытое тестовое задание должно быть представлено в форме краткого суждения, сформулированного четким языком и исключающего неоднозначность заключения тестируемого на требования тестового задания. К нему предъявляются следующие требования:

1. Формулировка тестового задания должна быть выражена в повествовательной форме (вопрос исключается).
2. В формулировке тестового задания не должно быть повелительного наклонения (выберите, вычислите, укажите и т.д.).
3. В заданиях закрытого типа не должно быть заведомо ложных ответов, ответов, содержащих подсказку, а также явно выделяющихся, обособленных ответов.
4. Недопустимы ответы типа: все вышеперечисленное верно, все указанные ответы неверны и т.д.
5. Лучше «длинный» вопрос и «короткие» ответы, чем наоборот.

Требования к *открытым* тестовым заданиям:

1. Содержание тестового задания должно быть выражено предельно простой синтаксической конструкцией без повторов и двойных отрицаний.
2. В тексте тестовых заданий не должно быть непреднамеренных подсказок и сленга.
3. В тексте тестовых заданий не должно отражаться субъективного мнения или понимания.
4. Нельзя использовать сокращения и аббревиатуры, за исключением стандартизованных.

Можно выделить также следующие требования к тестовым заданиям, не зависящие от формы:

1. Смысл тестовой ситуации должен быть достаточно точным и однозначным, задание сформулировано ясным, четким языком
2. Основные термины тестового задания должны быть явно и ясно определены, определяемый признак должен быть существенным, необходимым и достаточным
3. Все утверждения, указанные в тестовом задании, должны быть истинными (а не ложными).

Анализ доступных нам тестовых заданий по методике обучения математике выявил, что они не соответствуют многим из указанных требований.

В частности, в заданиях используются ложные утверждения, многие задания предполагают неоднозначные ответы, в формулировке заданий используется повелительное наклонение и т.д..

Очевидно, что специалисты предметной области не всегда владеют знаниями по тестологии. Решение данных проблем возможно, на наш взгляд, посредством организации центров тестирования при каждом вузе, в котором все тестовые задания проходят экспертную оценку квалифицированных тестологов (см. также [1]).

Литература

1. Казаков, М.М. Задачи создания сервиса сетевого тестирования в образовательном портале / М.М. Казаков и др. // Инфокоммуникационные технологии в региональном развитии: сборник трудов ежегодной межрегиональной научно-практической конференции. – Смоленск. –2008. – С. 113–117.

КЛИЕНТСКИЕ СЦЕНАРИИ ПРИ ФОРМИРОВАНИИ АКТИВНЫХ КОМПОНЕНТОВ ВЕБ-РЕСУРСОВ

И.С. СКОВОРОДИН

Смоленский государственный университет, г. Смоленск

Профессиональная деятельность учителя, менеджера, социолога, дизайнера все чаще связана с использованием веб-ресурсов. Как известно, обычные веб-страницы ограничены рамками вывода фиксированной информации. Но часто существует необходимость организации интерактивности при выборе элементов настроек, при заполнении экранных форм, при организации диалога и т.д. Для программной обработки событий со стороны пользователя создаются программные модули. Взаимодействие веб-страницы с программным модулем может быть реализовано тремя способами [1]:

1) применение клиентского сценария, где программный код реализуется с помощью технологий JavaScript, Java, VBScript, ActiveX, помещается в исходный текст страницы и выполняется браузером пользователя;
2) вызов внешних CGI-сценариев, размещаемых на веб- сервере, где в исходный текст страницы включаются теги, указывающие на выполнение той или иной серверной программы;
3) использование встроенных серверных сценариев, реализованных в среде серверного программирования, например, на языке PHP.

Первый способ является наиболее простым и популярным видом программной реализации.

Популярность этого языка интерпретирующего типа связано с рядом его достоинств [2]. Во-первых, JavaScript – это достаточно несложный язык, не требующий серьезных профессиональных навыков программирования, его можно использовать для создания динамических страниц достаточно широкого круга пользователей.

Во-вторых, язык достаточно гибкий, способный создавать относительно мощные веб-решения.

При загрузке веб-страниц со сценариями на JavaScript-языке браузер, обрабатывая HTML-теги документа, выполняет JavaScript-операторы и выводит результат на экран. Для формирования сценариев используется специальная конструкция вида [3-4]:

```
<script language=”JavaScript”>
        <!--
                сценарий
        //-->
</script>
```

Пара тегов <script></script> определяет тело скрипта, теги комментария <!-- … //--> необходимы для того, чтобы избежать некорректного отображения страницы в тех случаях, когда браузеры не поддерживают какие-либо теги HTML.

Место сценария в веб-документе определяется произвольно и может находиться в заголовке документа внутри тегов <head></head или в теле документа внутри пары тегов <body></body>.

Рассматривается решение по созданию веб-документа с помощью языка HTML, содержащий JavaScript сценарий. Предлагается пример по созданию тестовой оболочки. Сценарий реализует интерактивный подход, при котором можно сформировать тесты различных типов (открытого типа, с выбором ответа, с установлением последовательности). Каждый тип теста имеет специфический алгоритм ввода исходных данных и обработки, что также поддерживается программно.

Основным инструментом в данном решении используется объект form [2], на основе которого создаются однострочные текстовые поля, списки текстовых строк и командные кнопки.

Пользователь вводит в текстовом поле заголовок будущего теста, открывает список типов вопросов, выбирает необходимый и нажимает командную кнопку «Создать».

После этого в окне документа выводятся диалоговые окна для ввода текста вопроса и текста ответа. Когда поля заполнены, выводится диалоговое окно сообщения с введенным вопросом и ответом для проверки корректности введенных данных. При нажатии командной кнопки «Показать» открывается новый HTML-документ с заголовком текста, содержащим введенное ранее название теста, и перечнем вопросов с формами в виде однострочных текстовых полей, переключателей и списков текстовых строк для ответов на предложенные вопросы.

Разработанный сценарий позволяет использовать интерактивный веб-документ с реализацией на локальном компьютере без обращения к серверным компонентам.

Литература

1. Пасько, В.П. Эффективная работа в Интернете / В.П. Пасько. – СПб.: Питер, 2005. – 544 с.
2. Брандбау, Дж. JavaScript: сборник рецептов для профессионалов / пер. с англ. Е. Матвеев. – СПб.: Питер, 2001. – 414 с.
3. Лешев, Д.В. Создание интерактивного Web-сайта / Д.В. Лешев. – СПб.: Питер, 2003. – 643 с.
4. Фролов, А.В. Создание Web-приложений: практическое руководство / А.В.Фролов, Г.В. Фролов. – М.: Русская редакция, 2001. – 980 с.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ СТЕПЕНИ СЛОЖНОСТИ УЧЕБНОЙ ПРОБЛЕМНОЙ ЗАДАЧИ

Э.П. ТАРАСОВА

Смоленский гуманитарный университет, г. Смоленск

e-mail: Elviratarasova@yandex.ru

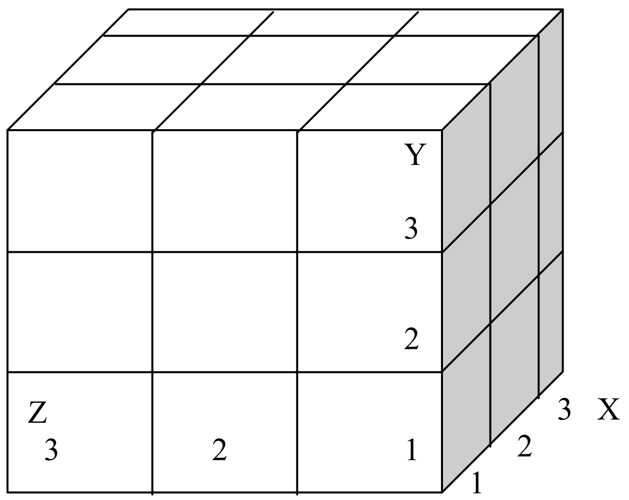
Учитывая субъективные различия познавательного опыта учащихся, их индивидуальных особенностей памяти, восприятия и т.д., учитель должен создавать серии проблемных задач, различающихся по своей сложности. Это требует уточнения понятия *сложность проблемной задачи*.

В отечественной педагогике по вопросу определения сложности задачи единого мнения нет. Большинство исследователей (В.И.Загвязинский, Г.А.Балл, Л.М.Фридман и др.) связывают степень проблемности учебных задач с «отношением количества нестереотипных шагов, необходимых для нахождения ответа, к общему количеству шагов» [2]. Однако как рассчитать количество этих шагов для ряда задач, имеющих неоднозначное решение?

По нашему мнению, методика определения сложности задачи должна отвечать требованию простоты использования ее учителями, преподающими любые предметы как естественно-математического, так и гуманитарного циклов. Вслед за А.М. Матюшкиным [3] мы различаем сложность и трудность задачи. Понятие *сложность проблемной задачи* связано с педагогическими условиями: формулировкой, обеспечением необходимыми знаниями, умениями, навыками, необходимостью использования знаний комплексно. Понятие *трудность* связано с психологическими условиями: интеллектуальными способностями, мотивационными и ценностными установками личности учащегося и т.д.

Так одна и та же ситуация может оказаться для одного ученика сложной, для другого сложной и трудной одновременно. Если ситуация не будет ни сложной, ни трудной, то она не будет проблемной как таковая.

Мы предлагаем соотнести сложность проблемной задачи с объективными рассогласованиями в ее структуре, заложенными преподавателем, и субъективными рассогласованиями, возникающими в результате различий в познавательном опыте учащихся, их когнитивных способностей, влияния контекста и т.д. Уточняя понятие *сложность задачи*, мы предлагаем следующее рабочее определение: **сложность проблемной задачи** – это система противоречий, возникающих при решении между рассогласованиями в структуре задачи и познавательными возможностями учащегося.



X – степень обобщенности вопроса задачи (X1 – конкретно-качественная форма вопроса, X2 – конкретная форма вопроса, X3 – общая форма вопроса);
Y – степень широты научных понятий задачи (Y1 – эмпирические понятия, Y2 – обобщающие понятия, Y3 – межпредметные понятия);
Z – степень программируемости результата задачи (Z1 – одно запрограммированное решение, Z2 – неоднозначное решение, Z3 – возможно новое решение)

Рис. 1. Трехмерная модель определения сложности проблемных задач

При таком подходе наиболее важными характеристиками задачи на уровне предъявления являются: степень широты научных понятий задачи (эмпирические, обобщающие, межпредметные и т.д.), степень программируемости результата (одно запрограммированное решение, возможность неоднозначного решения, возможность появления нового решения), степень обобщения вопроса задачи (конкретно-качественная форма вопроса (термин М. И. Махмутова), которая содержит качественную переработку двух сторон исходного противоречия и предельно локализует область поиска ответа; конкретная форма постановки вопроса подчеркивает обе стороны исходного противоречия, но не содержит качественной переработки этих сторон; общая, неопределенная форма, отражающая лишь одну сторону исходного противоречия) [4]. Таким образом, на уровне предъявления возможно описать объективную сложность проблемных задач при помощи трехмерной модели (рис. 1). Субъективная сложность (трудность) определяется уровнем готовности учащегося к решению проблемных задач, который может создать дополнительные рассогласования в структуре задачи. Но в рамках данной статьи вопрос субъективной сложности не является нашей целью.

Таким образом, предложенная нами модель позволяет учителю определить сложность класса задач, которые учащийся не может решить самостоятельно, и потому является для него зоной ближайшего развития, и создать индивидуальную программу развития учащегося.

Литература

1. Балл, Г.А. Теория учебных задач / Г.А. Балл. – М.: Педагогика, 1990.
2. Загвязинский В.И. Измерение уровня проблемности в обучении // Объективные характеристики, критерии, оценки и измерения педагогических процессов / В.И. Загвязинский. – М.: НИИ АПН СССР, 1973.
3. Матюшкин, А.М. Проблемные ситуации в мышлении и обучении / А.М. Матюшкин. – М.: Педагогика, 1972.

РАЗРАБОТКА МУЛЬТИМЕДИЙНЫХ УЧЕБНЫХ КУРСОВ

А.Н. ЧЕРНИЧИН

Смоленский государственный университет, г. Смоленск

В докладе ставится и обсуждается проблема использования инструментальных программных средств разработки компьютерного учебника (КУ).

Учебный материал КУ [1] представляет собой иерархическую древовидную структуру с вершинами – кадрами, являющимися минимальными структурными единицами учебника. Разные типы кадров отражают различные учебные задачи.

Путь прохождения курса учеником может определяться степенью усвоения им учебного материала, т.е. результатами контроля знаний.

В научно-технической области для создания электронных изданий и электронных учебников, в частности, широко используются Help-технологии. Это объясняется созданием специальных программных средств подготовки электронных Help-файлов для различных предметных областей. Справочные системы строятся по традиционной схеме и включают разделы, перекрёстные ссылки, оглавление, элементы навигации.

Учебный курс по своей структуре подобен справочной системе, идеология разработки учебного курса близка также идеологии разработки Web-публикаций.

Для разработки справочных систем создано множество специальных программных средств.

Такие программные системы, как Help Workshop, Help Breeze, RoboHelp для генерирования RTF-файла, используют средства текстового редактора Word, другая группа программных пакетов, такие, как SunRav Book Office, H&M, самодостаточны, и нет необходимости в использовании внешнего текстового редактора.

Особое место занимают программы вёрстки, среди которых следует упомянуть программу Adobe InDesign, позволяющую подготовить электронную книгу в формате PDF.

Сравнительный анализ возможностей этих систем – задача сама по себе интересная, но не является темой настоящего исследования.

Однако компьютерный учебник, являясь гипертекстовой мультимедийной системой, должен обязательно включать элементы контроля знаний, а программная среда его разработки должна эту возможность обеспечивать. Ещё одним серьёзным требованием является возможность разработки учебника преподавателем-предметником, не владеющим арсеналом и методами программирования.

Именно такой программной средой разработки компьютерных учебных курсов является Macromedia Authorware [2], которую автор позиционирует как “визуальную среду разработки интерактивных мультимедийных обучающих программ (учебных курсов)“.

Этот пакет позволяет представлять учебный материал в различной форме: текст, графика, видео и звуковое сопровождение. При этом предпочтительные формы организации учебного материала определяются автором учебного курса.

Следующее условие, делающее учебную программу эффективной, – это необходимый уровень её интерактивности, обратной связи.

Учебный курс, разработанный в среде Authorware, представляет собой независимое приложение, которое может распространяться на диске или быть опубликовано в Интернете.

При разработке учебного курса основное внимание следует уделять разработке структуры учебного материала, а затем перейти к наполнению учебника конкретным учебным материалом.

Структурная схема учебника может быть разработана специальными средствами, в частности, весьма эффективно использование в этом качестве графического редактора Visio [3, 4].

Используя полученную в Visio структуру (а эта структура включает и элементы навигации), можно приступать к разработке схемы КУ в Authorware. Пакет содержит набор стандартных кадров и связей между ними, что позволяет в простом и понятном диалоге формировать схему курса.

Средства тестирования, предоставляемые разработчику, включают:

- манипулирование объектами,
- упорядочение объектов,
- множественный выбор (с текстом и графикой),
- ввод с клавиатуры,
- единичный выбор и его модификация – бинарный выбор.

Литература

1. Черничин, А.Н. Лабораторный практикум по курсу «Технические и аудиовизуальные средства обучения» / А.Н. Черничин, М.П. Киселёва. – Смоленск: СГПУ, 2005. - 106 с.
2. Гультяев, А.К. Разработка мультимедийных учебных курсов / А.К. Гультяев – СПб, 2002. – 400 с.
3. Черничин, А.Н. Разработка структуры компьютерного учебника в среде Microsoft Office / А.Н. Черничин // Системы компьютерной математики и их приложения: материалы международной конференции. - Смоленск: СмолГУ, 2005. – Вып. 6. – С. 235–237.
4. Черничин, А.Н. Анализ некоторых структур данных в среде графического редактора Visio / А.Н. Черничин // Системы компьютерной математики и их приложения: материалы междунар. конференции. – Смоленск: СмолГУ, 2006. – Вып.7. – С. 53–54.

ЭЛЕКТРОННЫЙ СЛОВАРЬ ABBYY LINGVO И МУЛЬТИМЕДИА-ЛИНГАФОННЫЙ КОМПЛЕКТ RINEL-LINGO В ПРЕПОДАВАНИИ АНГЛИЙСКОГО ЯЗЫКА

А.М. ШИЛЯГИНА, Е.А. СМИРНОВА

Смоленский государственный университет, г. Смоленск

Рассматривается использование информационных технологий при изучении английского языка на основе учебного пособия, подготовленного одним из авторов.

Ключевые слова: английский язык, электронный словарь **ABBYY Lingvo**, мультимедиа-лингафонный комплект **Rinel-Lingo**.

Использование НИТ на уроках английского языка облегчает изучение учебного материала, делает процесс обучения более интересным, готовит студентов к использованию компьютера в будущей практической деятельности.

Одним из авторов (А.М. Шилягиной) подготовлено к печати учебное пособие по развитию навыков устной речи. Пособие ориентировано на студентов языковых факультетов университетов и колледжей.

При работе с пособием предлагается использовать электронный словарь ABBYY Lingvo, который предоставляет студентам возможность:

1) быстро находить значения слов;
2) осуществлять полнотекстовый поиск по нескольким словарям;
3) определять сочетаемость слов;
4) легко находить синонимы и антонимы для заданных слов;
5) получать подсказку правильного написания слов;
6) проверять транскрипцию слов;
7) прослушивать слова, озвученные носителями языка;
8) находить грамматические формы слов;
9) подбирать пословицы с заданным словом;
10) создавать собственные словари

и так далее.

Приведем несколько заданий из пособия, предполагающих использование электронного словаря ABBYY Lingvo:

1) Отработайте произношение слов и словосочетаний с использованием словаря Lingvo.

2) Запишите транскрипцию слов и проверьте ее с помощью Lingvo.

3) Найдите синонимы к данным словам, используя Lingvo.

4) Найдите антонимы к данным словам, используя Lingvo.

5) Переведите текст. Для перевода выделенных слов и словосочетаний в данном контексте используйте Lingvo.

6) С помощью словаря Lingvo найдите пословицы, в которых употребляются нижеприведенные слова.

Электронный словарь ABBYY Lingvo – незаменимый помощник при изучении английского языка. Его использование при выполнении заданий пособия не только сокращает время на поиск нужных слов в словаре, но и повышает мотивацию у студентов, так как делает занятия более интересными.

Одной из причин использования ABBYY Lingvo является его доступность студентам из-за невысокой стоимости.

Практика показывает, что при изучении английского языка хорошие результаты дает применение обучающих программ, тестов, электронных учебников и учебников с электронным приложением. Использование электронных приложений делает сам процесс обучения более увлекательным, разнообразным и результативным. Учитывая это, на базе мультимедиа-лингафонного комплекта Rinel-Lingo SX108 Audio нами было разработано электронное приложение к пособию.

Мультимедиа-лингафонный комплект Rinel-Lingo SX108 Audio (далее КОМПЛЕКТ) – это аппаратный комплекс, предназначенный для дооснащения стандартного учебного компьютерного класса до уровня, необходимого для изучения иностранных языков.

Для работы КОМПЛЕКТА необходимо программное обеспечение Rinel-Lingo, которое поставляется компанией Rinel отдельно от КОМПЛЕКТА.

Компьютерный класс, оснащенный КОМПЛЕКТОМ и программным обеспечением Rinel-Lingo, ниже по тексту в этой статье будем называть КЛАСС.

Основной возможностью КЛАССА является звуковая связь и видеосвязь преподавателя со всеми учащимися или группой учащихся (всего до восьми групп), а также речевая связь и видеосвязь учащихся, объединенных в группу между собой. Новые возможности КЛАССА в сочетании с мультимедиа-возможностями самих компьютеров позволяют использовать КЛАСС для изучения иностранного языка.

КЛАСС также может быть использован для развития разнообразных навыков работы в группе, требующих активного речевого взаимодействия между участниками этой группы.

Аппаратные средства и программное обеспечение, входящие в состав КЛАССА, позволяют применить следующие варианты работы.

КЛАСС можно рассматривать как лингафонный класс на основе компьютеров, имеющий ряд преимуществ и новых возможностей перед обычными лингафонными классами, предназначенными для изучения иностранных языков на основе использования аудиомагнитофонов (кассетных, цифровых и т.д.).

Мультимедиа-лингафонный класс Rinel-Lingo – это дальнейшее развитие лингафонного класса или обычного компьютерного класса для изучения иностранных языков на основе компьютерных технологий.

Для проведения уроков используются коммуникационные возможности КЛАССА и Lingo-книги, подготовленные с помощью программы Rinel-Lingo Editor. Lingo-книга, с точки зрения пользователя, представляет собой последовательный набор страниц, которые выводятся на экраны монитора, и пользователь имеет возможность просматривать, прослушивать и заполнять эти страницы по выбору с помощью программы Rinel-Lingo Viewer.

Важным является то, что мультимедиа-лингафонный комплект Rinel-Lingo предоставляет возможность использовать не только уже готовые книги, но также и возможность создавать самостоятельно Lingo-книги с помощью программы Rinel-Lingo.

Каждый преподаватель может создавать свои Lingo-книги на базе программного продукта Rinel-Lingo компании Rinel и использовать их в учебном процессе.

Управление программами Rinel-Lingo на рабочем месте учащегося предельно упрощено и осуществляется с помощью «мыши» (используется одна левая клавиша), что позволяет учащемуся, не имеющему опыта работы с компьютером, освоить работу с системой в течение 5-10 минут.

Нами подготовлена Lingo-книга как электронное приложение к печатному пособию по развитию навыков устной речи. Целью создания электронного приложения было: предоставить студентам возможность работать с учебным материалом, используя компьютер. Использование компьютерного оборудования, программного обеспечения Rinel-Lingo и непосредственно самой Lingo-книги значительно расширяет возможности работы с представляемым нами пособием. Подобно печатному изданию, Lingo-книга также состоит из страниц.

Электронное приложение, выполненное на базе мультимедиа-лингафонного комплекта Rinel-Lingo, дает возможность студентам вывести на экран монитора страницы пособия и просматривать, прослушивать и заполнять эти страницы по выбору с помощью программы Rinel-Lingo Viewer. Важным является и то, что студенты имеют возможность записывать свою речь через микрофон и прослушивать ее.

Хочется отметить, что класс Rinel-Lingo имеет целый ряд преимуществ по сравнению с обычным лингафонным классом:

преподаватель, не покидая своего рабочего места, может работать с одним студентом или группой студентов;

на страницах Lingo-книг звук может быть совмещен с текстом, картинкой или видеороликом;

в контрольном задании вопросы и ответы могут представляться не только в текстовой, но и в звуковой форме.

Работать с Lingo-книгой в мультимедиа-лингафонном компьютерном классе Rinel-Lingo можно по следующим вариантам:

Вариант 1. Преподаватель демонстрирует новый материал в виде Lingo-книги всем учащимся или группе учащихся, используя режим демонстрации видеоматериала. При этом преподаватель может комментировать материал и давать прослушивать материал, озвученный носителями языка.

Вариант 2. Все учащиеся читают текст, используя Lingo-книгу. Преподаватель выборочно подключается к ученику и проверяет правильность чтения, делает замечания. Перед чтением учащиеся имеют возможность прослушать текст в исполнении носителя языка с помощью Lingo-книги.

Вариант 3. Учащиеся ведут диалоги между собой в аудиогруппах с помощью Lingo-книги. Преподаватель выборочно подключается к аудиогруппам и проверяет правильность произношения, делает замечания. Перед началом диалога учащиеся могут прослушать текст в исполнении носителями языка с помощью Lingo-книги.

Вариант 4. Учащиеся выполняют контрольные задания с использованием Lingo-книги. Преподаватель выборочно подключается к учебнику и контролирует ход выполнения задания.

Вариант 5. Учащийся в любой момент может вызвать преподавателя, нажав кнопку, при этом на клавиатуре Rinel-Lingvo соответствующий индикатор начнет мигать. После чего преподаватель может персонально работать с ним, используя дистанционный режим работы.

Вариант 6. Преподаватель имеет возможность сделать объявление как для учеников, использующих наушники, так и для учеников, снявших их, нажав на клавишу громкой связи.

В заключение отметим, что упомянутый в статье комплекс (печатное пособие и электронное приложение к нему) уже используется при обучении английскому языку и дает хорошие результаты.

СЕРВИС СЕТЕВОГО ТЕСТИРОВАНИЯ В ОБРАЗОВАТЕЛЬНОМ ПОРТАЛЕ[1]

К.М. РАСУЛОВ, Г.Е.СЕНЬКИНА, Т.А. САМОЙЛОВА
Смоленский государственный университет, г. Смоленск

В настоящий момент сложилось противоречие между высоким уровнем развития информационной сферы образования в крупнейших образовательных отечественных и зарубежных центрах и уровнем развития информационной инфраструктуры типовых образовательных учреждений. Несмотря на наличие современных технических средств информатизации, эффект от их использования в учебном процессе минимален. Внедрение современных информационных педагогических систем является прерогативой крупных учебных центров, имеющих достаточное финансирование и высокий уровень специалистов. Между тем уровень информатизации общества определяется уровнем массовой информатизации. В рамках государственной образовательной парадигмы, помимо вопросов индивидуализации, гуманитаризации и фундаментализации современного образования, большое значение отводится проблемам интернетизации образования в регионах. При этом ресурсам Internet отводится роль не только средства поиска и получения "полезной информации", но и роль средства для развития существующих форм обучения и для создания новых, о чем свидетельствуют публикации в отечественной научно-методической литературе. Одной из таких форм обучения является проведение тестирования, что обусловлено его преимуществами, такими, как объективность результатов и высокая

[1] Работа выполнена при финансовой поддержке РГНФ и Администрации Смоленской области, проект 07-06-58604 а/Ц.

скорость контроля. Тестирование наиболее эффективно реализуется в виде программных систем, позволяющих освободить педагогический персонал от рутинной работы, а также автоматизировать подготовку тестов, проводить массовое тестирование с использованием передовых методологий, требующих существенных вычислительных затрат. Это наиболее стандартизованный и объективный метод контроля и оценивания знаний, умений и навыков испытуемого, который лишен таких традиционных недостатков других методов контроля знаний, как неоднородность требований, субъективность экзаменаторов, неопределенность системы оценок и т. п. В образовательном учреждении наиболее эффективным является проведение индивидуального и группового тестирования в Интранет/Интернет-сети. Основными преимуществами сетевого тестирования являются:

1) возможность реализации в процессе тестирования обучающей функции;

2) применение современных методов разработки тестов и стратегий тестирования;

3) оперативность обработки результатов тестирования - требование экономии времени становится естественным в массовых процессах, каковым и стало образование;

4) освобождение преподавателя от выполнения рутинных работ.

Проведенный анализ свободно распространяемых тестовых систем показал, что они в большинстве случаев не работают на сетевой платформе, ориентированы на проведение тестов, а не на их разработку, не поддерживают адаптивные стратегии и методы проведения тестов, не имеют развитых средств анализа результатов выполнения тестовых заданий. Актуальность проблемы определяет необходимость разработки сервиса проведения тестирования в рамках образовательного портала [1, 2] образовательного учреждения. Данный сервис должен строиться на теоретических основах как классической, так и современной теории тестирования, обеспечивать реализацию адаптивных методов тестирования и разработку обучающих тестов. Сервис позволит также образовательному учреждению иметь квалифицированные преподавательские кадры, владеющие методами конструирования педагогических тестов, интерпретации результатов тестирования и организации процедур тестирования на компьютерах.

Нами выполнен анализ задач создания тестового сервиса образовательного портала как информационной и как педагогической системы.

Основные задачи создания тестового сервиса как информационной системы:

- формулировка требований к системе и разработка технического задания;

- разработка моделей и алгоритмов проведения тестирования, повышающих его эффективность;
- определение структуры и функционального назначения программных подсистем, выбор программных средств реализации;
- разработка базы данных для хранения тестовых материалов, результатов и алгоритмов тестирования;
- разработка дружественного пользовательского интерфейса;
- наличие средств анализа качества тестирования и качества самих тестов с целью повышения их надежности;
- апробация разработанной системы в конкретных предметных областях;
- обеспечение отсутствия для пользователя ограничений по платформе, т. е. возможности подготовки тестов, тестирования и анализа как в среде Internet/Intrtanet, так и автономно;
- наличие инструмента быстрого и относительно точного оценивания больших контингентов испытуемых;
- наличие возможности каждому тесту задать оптимальное время тестирования, уменьшение или превышение которого снижает качественные показатели теста; поэтому в настройках теста предусмотреть ограничение времени выполнения либо всего теста, либо ответа на отдельные вопросы;
- результаты выполнения задания должны выводиться учащемуся и отправляться преподавателю на сервер; преподаватель может оценить или проанализировать их в любое удобное для него время;
- разрешить внесение изменений в модели и алгоритмы проведения тестирования, используя механизм подключаемых модулей, что позволит повысить валидность теста.

Основные задачи создания тестового сервиса как педагогической системы:

- правильный отбор содержания теста, который может быть использован не только для контроля, но и для обучения;
- возможность индивидуализировать подход к каждому учащемуся на основании выявленного в результате тестирования уровня знаний;
- стимулирование процесса создания и использования педагогами инновационных педагогических технологий тестирования;
- формирование познавательной самостоятельности учащихся и положительных мотивов контроля знаний;
- возможность обучения в различном темпе с учетом индивидуальных особенностей учащихся по индивидуальной траектории; использование тестовых заданий позволит испытуемому самостоятельно обнаруживать пробелы в структуре своих знаний и принимать меры для их ликвидации. В таких случаях можно говорить

о значительном обучающем потенциале тестовых заданий, использование которого станет одним из эффективных направлений практической реализации принципа единства и взаимосвязи обучения и контроля;

- создание методики оценки достоверности результатов компьютерного тестирования: оценки личностных особенностей, интеллектуальных способностей, мотивации.

При построении тестовых сервисов образовательного портала необходимо учесть специфику педагогической деятельности как особой предметной области проектируемой информационной системы. Известно, что ведущей тенденцией современных изменений системы образования в Российской Федерации является личностная ориентация учебного процесса, поскольку в современных условиях основным источником образовательных потребностей в системе обучения становится личность учащегося, ее интересы, способности, мотивы. Эти изменения должны учитываться при организации процесса обучения, в частности, в проектировании компьютерного тестирования как особого вида образовательных информационных ресурсов. Вне компьютера реализация принципов личностно-ориентированного обучения, необходимость учета индивидуальных особенностей студентов вызывают значительное повышение нагрузки на каждого конкретного преподавателя (в подборе материала для каждого студента, в построении индивидуальных траекторий обучения). Это порождает необходимость поиска технологий, форм и методов обучения, применение которых позволит уменьшить загруженность преподавателя, оптимизируя деятельность студента, удовлетворяя требованиям самообучения и личностно-ориентированного обучения.

В качестве базовых педагогических подходов, на основе которых могут разрабатываться стратегии тестирования с использованием образовательных средств портала, мы предлагаем использовать теорию личностно-ориентированного обучения Е.В. Бондаревской, И.С. Якиманской, теорию активизации учения Т.И. Шамовой, концепцию обогащающего обучения М.А. Холодной, учитывающей когнитивные, познавательные и эпистологические стили деятельности учащихся.

Данный сервис предоставит преподавателю возможность скорректировать базовый или сформировать свой собственный подход к организации тестирования, позволит вносить изменения в модели и алгоритмы проведения тестирования, чем повысит его эффективность. При этом даст преподавателю инструмент быстрого и относительно точного оценивания больших контингентов испытуемых.

Литература

1. Расулов, К.М. Проектирование педагогического портала образовательного учреждения / К.М. Расулов, Т.А. Самойлова, Г.Е. Сенькина // Методические рекомендации для руководящих работников образовательных учреждений. – Смоленск: СмолГУ, 2007.
2. Самойлова, Т.А. Педагогическое проектирование образовательного портала вуза: постановка проблемы / Т.А. Самойлова, Г.Е. Сенькина, Ю.Б. Яненко // Сб. трудов VIII межрегиональной специализированной выставки-семинара по компьютерным и телекоммуникационным технологиям. – Смоленск, 2005. – С. 93-98.

ОБЗОР СИСТЕМ КОМПЬЮТЕРНОГО ТЕСТИРОВАНИЯ[1]

М.С.РЫЖИКОВА, Т.А. САМОЙЛОВА

Смоленский государственный университет, г. Смоленск

В данном обзоре приведена информация, которой необходимо владеть педагогам для организации учебного мониторинга на современном уровне. В отчете, составленном под эгидой Национального фонда подготовки кадров в рамках «Программы развития и совершенствования государственных образовательных стандартов и тестирования», мы читаем: «Последнее десятилетие характеризуется объединением усилий стран в разработке единых подходов к оценке результатов обучения и проведении международных сравнительных исследований, которые дают информацию о состоянии образования в различных странах и позволяют сравнить подготовку учащихся отдельных стран с международными стандартами, а также осуществлять мониторинг качества образования в мире». Использование тестирования на уроке может помочь учителю превратить процесс контроля знаний не в болезненную процедуру, а в нормальный процесс нахождения и усвоения необходимых «скелетных» знаний, после чего вся дополнительная информация понимается и запоминается легче, проще, позитивнее (так как снялся образ предвзятого учителя, который придирается ко всем, кроме своих «любимчиков»). Компьютерные программы могут использоваться при проведении контроля на разных этапах обучения:

1. Для предварительного контроля (с целью выяснить знания, умения и навыки учащегося по предмету или разделу, который будет изучаться – «входной» контроль).

[1] Работа выполнена при финансовой поддержке РГНФ и Администрации Смоленской области, проект 07-06-58604 а/Ц.

2. Для текущего контроля (данный вид контроля осуществляется в повседневной работе с целью проверки усвоения предыдущего материала и выявления пробелов в знаниях учащихся).
3. Для тематического контроля (осуществляется по мере прохождения отдельной темы, раздела с целью систематизации знаний обучаемых).
4. Для итогового контроля (осуществляется в конце полугодия или года с целью обобщения и систематизации всего пройденного материала, а также на зачетах и экзаменах).

Тестовые обучающие системы предоставляют возможность не только осуществлять обучение и тестирование, но и консультировать, контролировать каждый шаг решения задачи, адаптировать действия системы к знаниям и умениям конкретного пользователя. Кроме того, сочетание в компьютерной обучающей программе нескольких уровней сложности заданий и ориентация программы на индивидуальные особенности учащегося открывают пути принципам индивидуализации и дифференциации обучения.

Для эффективного использования тестирования учителями в их повседневном труде предлагается следующий обзор программного обеспечения, существующего на данный момент и доступного обычному учителю в полном или демонстрационном виде.

Системы с развитыми сервисными и функциональными возможностями

Cerrera – пакет программ, предназначенный для разработки интеллектуальных тестов (тесты со сложной структурой и адаптивные тесты) и проведения тестирования (разработчик О.С. Царегородцев).

Vesta – пакет программ, предназначенный для разработки тестов и проведения тестирования (разработчик О.С. Царегородцев).

TestOffice Pro – пакет программ, предназначенный для разработки тестов и проведения тестирования, разработанный Новосибирской фирмой SunRav SoftWare.

UniTest System – мощное средство автоматизации проведения тестирований, от создания тестов и проведения тестирований до составления собственных профессиональных отчетов. Полная поддержка MS Office, Lotus Notes и любого другого программного обеспечения с поддержкой OLE.

Экзаменатор – программа-оболочка предназначена для оперативного проведения тестов закрытого типа. Собственно программ здесь две: студент и мастер. Отличаются они незначительно и если первая предназначена для тестирования, то вторая должна дать возможность производить тестирование, печать результатов, подготовку шаблона теста, редактирование готовых тестов, их шифрование и управление ходом тестирования.

Assistant II – программа предназначена для контроля знаний учащихся с помощью персонального компьютера. Программа является freeware. Вы можете свободно распространять дистрибутив программы.

Xpress – развитая оболочка экспресс-тестирования знаний. Файл вопросов – это текстовый файл, и проще всего готовить его с помощью текстового редактора Notepad (Блокнот), входящего в стандартный комплект Windows. Также предусмотрена возможность подготовки файла теста встроенными в программный продукт средствами.

HyperTest version 1.0alpha – эта программа обладает следующими характерными свойствами: возможно включение базы с 512 вопросами; количество ответов на вопрос – до 20; можно выбирать несколько ответов; можно возвращаться к предыдущим вопросам; гибкая система оценки; просмотр и печать протокола тестирования; имеется возможность просмотра неправильно выбранных ответов; регистрация пользователя и др.

УСАТИК 2.000 – Универсальная Система Автоматизированного Тестирования И Контроля – программный пакет предназначен для контроля знаний учащихся школ, лицеев, студентов вузов, слушателей курсов повышения квалификации, оценки профессиональных знаний работников организации, осуществления профотбора среди новых сотрудников, претендующих на рабочее место.

«ШОПЕН» – база данных обучения и тестирования, база знаний тестов и учебных методик, оболочка тестирования, экспертная система-советчик, консоль-интерпретации и анализа данных, разнообразные дополнительные утилиты. Разработана в Алтайском государственном техническом университете в 1996–2001 гг.

Тестирующие оболочки, включенные в состав систем подготовки электронных учебников

«Батисфера» – это современный программный продукт конструирования мультимедийных приложений на базе передовых информационных технологий.

LearningSpace Anytime 3.0. LearningSpace состоит из двух различных продуктов Forum и Live. Вклад Корпорации Lotus в этот новый мир обучения.

Macromedia Authorware 6.5, 7.0 и т.д. – компания Macromedia ориентируется на разработчиков обучающих приложений. Среда отличается улучшенной поддержкой сценариев. Управление объектами Command и Knowledge с помощью сценариев позволяет быстро создать макет приложения, наполнить его содержанием и вывести на рынок. Расширенная поддержка новейших форматов мультимедийного содержания позволяет включать в приложения звуковое сопровождение и видеоролики с высоким качеством, сохраняя приемлемый размер дистрибутива.

«eLearning Server 3000» – этот пакет компании ГиперМетод позволяет создавать собственные учебные центры в Интернет/Интранет и организовать полный цикл дистанционного обучения – управление расписанием, сертификацией знаний учащихся, электронной ведомостью успеваемости, электронной зачеткой и электронной библиотекой.

«eLearning Office 3000» – предназначен, прежде всего, для преподавателей высших и средних учебных заведений, а также для IT-специалистов, занимающихся проблемами дистанционного обучения. Пакет компании ГиперМетод.

Таким образом, за последнее время появились новые оригинальные методы разработки и применения компьютерных тестов. Они позволят выявить скрытые от поверхностного взгляда (так называемые латентные) знания и способности испытуемых.

Литература

1. http://www.rustest.ru/period/about_jurnal.php – Всероссийский научно-методический журнал «Вопросы тестирования в образовании». Издается Центром тестирования Министерства образования Российской Федерации.

СОДЕРЖАНИЕ

СЕКЦИЯ 3. Математика и её приложения

СЕКЦИЯ 4. Новые информационные и педагогические технологии в образовании и прикладная лингвистика

Системы компьютерной математики и их приложения

Выпуск 9,
посвященный 90-летию
физико-математического факультета
Смоленского государственного университета

Издательство Смоленского государственного
университета

Редактор *Бушуева Л.В.*

Подписано к печати 21.04.2008. Формат 60×84 1/16.
Бумага офсетная. Печать ризографическая.
Усл. п. л. 19,5. Уч.-изд. л. 19,5. Тираж 100 экз.
Заказ №

Отпечатано с оригинал-макетов авторов в ИТЦ СмолГУ
214000, г. Смоленск, ул. Пржевальского, 4.