

Федеральное агентство по образованию
Смоленский государственный университет
ЗАО «Научно-исследовательский институт современных
телекоммуникационных технологий»

Системы компьютерной математики и их приложения

Материалы международной конференции

Выпуск 10

Смоленск
Издательство СмолГУ
2009

УДК 621.396.218
ББК 32.97
С 409

*Печатается по решению
редакционно-издательского
совета СмолГУ*

Редакционная коллегия: *К.М. Расулов*, д-р физ.-мат. наук, проф. (ответственный редактор); *С.Н. Андреев*, д-р филол. наук, проф.; *В.П. Дьяконов*, д-р техн. наук, проф.; *В.И. Мунерман*, канд. техн. наук, доц.; *Г.Е. Сенькина*, д-р пед. наук, проф.; *Н.М. Тимофеева*, канд. пед. наук, доц.; *А.И. Шеко*, аспирант кафедры математического анализа

Системы компьютерной математики и их приложения:
С 409 материалы международной конференции. – Смоленск: Изд-во СмолГУ, 2009. – Вып. 10. – 303 с.
ISBN 978-5-88018-445-3, *продолжающееся издание*

В сборнике публикуются тексты научных докладов и сообщений, представленных на X Международной конференции «Системы компьютерной математики и их приложения», проходившей 18-20 мая 2009 года в г. Смоленске на базе физико-математического факультета Смоленского государственного университета. В работе конференции приняли участие научные работники и преподаватели вузов ряда стран СНГ и Прибалтики.

В материалах сборника рассматриваются вопросы применения систем компьютерной математики и их приложений в различных областях науки и техники, в математическом, техническом и гуманитарном образовании.

Сборник рекомендуется научным работникам, преподавателям вузов, аспирантам и студентам старших курсов университетов.

УДК 621.396.218
ББК 32.97

ISBN 978-5-88018-445-3,
продолжающееся издание

© Авторы, 2009
© Издательство СмолГУ, 2009

СЕКЦИЯ 1

Системы компьютерной математики

МОДЕЛИРОВАНИЕ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОГО И ПАРАЛЛЕЛЬНОГО СОПРОТИВЛЕНИЯ В СТРУКТУРЕ РЕАЛЬНОГО СОЛНЕЧНОГО ЭЛЕМЕНТА

И.В. АБРАМЕНКОВА, Н.О. ФРОЛКОВА, О.А. ФРОЛКОВ

Филиал ГОУВПО «Московский энергетический институт
(Технический университет)» в г. Смоленске.

214013 ул. Энергетический проезд, д.1, e-mail: nfro@pisem.net

В настоящее время ведется активное внедрение альтернативных источников энергии. Одно из наиболее перспективных направлений представлено солнечной энергетикой. Основным поставщиком солнечной энергии являются солнечные батареи, состоящие из последовательно и параллельно соединенных солнечных элементов.

Важной задачей является оценка энергетических характеристик солнечных элементов (СЭ). Для моделирования СЭ воспользуемся аналитической моделью. Простейшая модель СЭ представляет собой источник фототока, зависящего от интенсивности излучения, и встречно включенный диод [1]. Эта модель позволяет имитировать ВАХ идеального элемента. В реальном солнечном элементе существуют потери мощности за счет объемного сопротивления подложки, сопротивления металлических контактов, а также токов утечки через неидеальный р-п переход и примесей в области перехода. Полная модель реального солнечного элемента учитывает эти факторы за счет введения последовательного сопротивления R_s и параллельного сопротивления R_p .

Для моделирования ВАХ солнечных элементов будем использовать язык PSpice. Опишем эквивалентную схему полной модели одним блоком (рис. 1). Такой подход позволяет оценить влияние последовательного и шунтирующего сопротивлений на выходные характеристики и точку максимальной мощности.

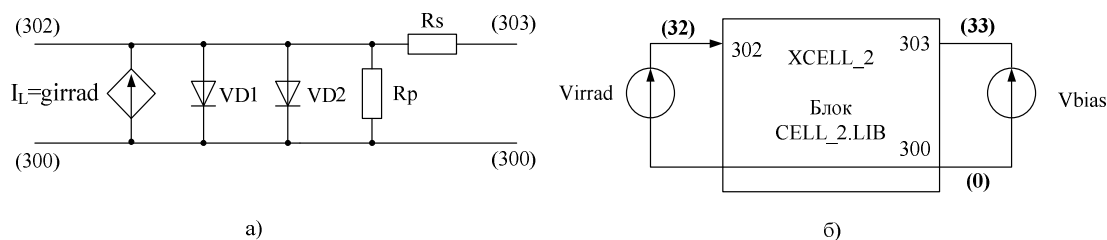


Рис. 1 а) Полная модель реальных солнечных элементов
б) Схема моделирования ВАХ СЭ

Обобщенная модель может быть описана в PSpice следующим кодом:

```
*CELL_2.lib
.subckt cell_2 300 303 302 params:area=1, j0=1, jsc=1, j02=1, rs=1, rsh=1
girrad 300 301 value={(jsc/1000)*v(302)*area}
d1 301 300 diode
.model diode d(is={j0*area})
d2 301 300 diode2
.model diode2 d(is={j02*area}, n=2)
rs 301 303 {rs}
rsh 301 300 {rsh}
.ends cell_2
```

Переменными величинами являются плотность тока насыщения j_{02} , сопротивления r_s и r_{sh} . Рассмотрим СЭ $12,6 \text{ см}^2$, плотность тока короткого замыкания 34 мА/см^2 , $J_0=1 \cdot 10^{-11} \text{ А/см}^2$, $J_{02}=1 \cdot 10^{-9} \text{ А/см}^2$. Для построения графика зависимости $I(V)$ и оценки влияния последовательного сопротивления необходимо переменную $\{RS\}$ представить как величину, которой присваиваются несколько значений при параметрическом анализе (.step param) следующим образом

```
*CELL_2.CIR
.include cell_2.lib
xcell2 0 31 32 cell_2 params:area=126 j0=1e-11 j02=1E-9
+ jsc=0.0343 rs={RS} rsh=100000
.param RS=1
vbias 31 0 dc 0
virrad 32 0 dc 1000
.plot dc i(vbias)
.dc vbias -0.1 0.6 0.01
.step param RS list 0.0001 0.001 0.01 0.1 1
.probe
.end
```

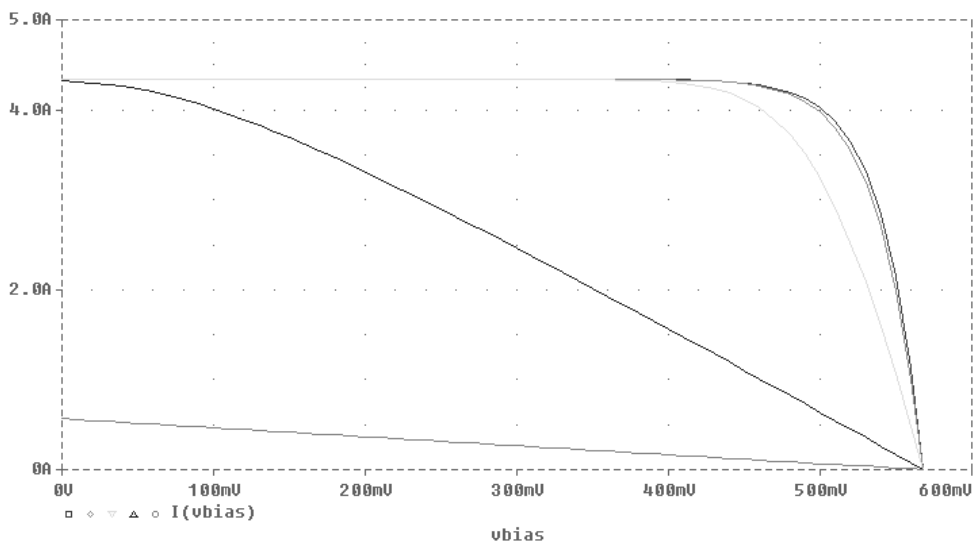


Рис. 2. Влияние последовательного сопротивления на ВАХ СЭ.

Проведем моделирование ВАХ для нескольких значений последовательного сопротивления при постоянном значении шунтирующего сопротивления ($1 \cdot 10^5$ Ом) и одинаковых значениях освещенности и температуры (рис. 2).

I(V) для значений последовательного сопротивления 1 Ом (нижняя часть графика), 0,1 Ом, 0,01 Ом, 0,001 Ом, 0,0001 Ом (верхняя часть графика).

Видно, что наблюдаются значительные отличия ВАХ с увеличением значения последовательного сопротивления.

Чтобы оценить влияние шунтирующего сопротивления (рис. 3), исключим влияние последовательного сопротивления и 2 диода из выражения, принимая R_s как очень малое значение $R_s = 1 \cdot 10^{-6}$ Ом и $J_{02} = 0$.

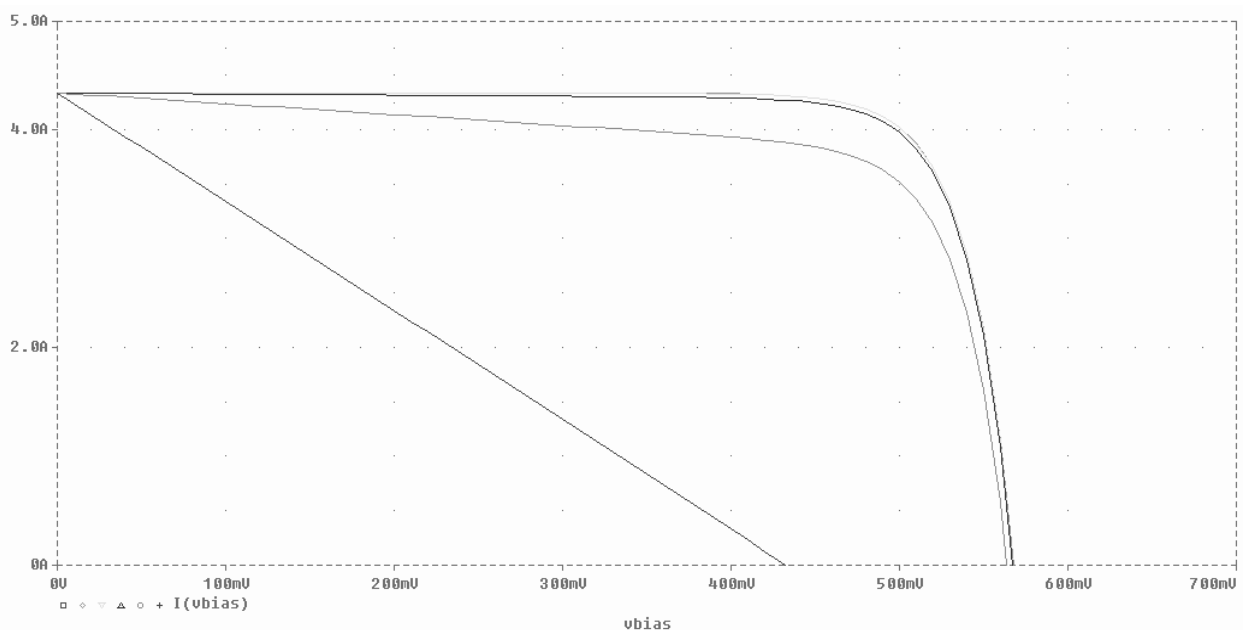


Рис. 3. Влияние шунтирующего сопротивления на ВАХ

Большое значение последовательного сопротивления уменьшает ток короткого замыкания, тогда как малое шунтирующее сопротивление уменьшает напряжение холостого хода. Значения этих параметров непосредственным образом влияют на величину коэффициента заполнения FF, а значит, и величину выходной мощности.

Представленная модель позволяет оценить влияние последовательного и шунтирующего сопротивлений. При введении в описанную модель дополнительных параметров можно имитировать температурные эффекты и эффекты космического излучения и анализировать режим максимальной мощности.

Литература

1. Luque A., Hegedus S. Handbook of photovoltaic science and engineering. Wiley, 2003.

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ВОЗБУЖДЕНИЯ ГРАВИМАГНИТНЫХ УДАРНЫХ ВОЛН В ОДНОРОДНОЙ ПЛАЗМЕ В СКМ МАТНЕМАТИСА

А.А. АГАФОНОВ

Татарский государственный гуманитарно-педагогический университет.
e-mail: agafonov_tggpu@mail.ru

Гравимагнитными ударными волнами (ГМВ) был назван класс точных решений самосогласованной системы уравнений гидродинамики и уравнений Максвелла на фоне плоской гравитационной волны [1, 2]. Эти решения содержат физическую сингулярность на некоторой волновой поверхности, на которой инвариантные физические характеристики плазмы сингулярны. Для устранения сингулярности было построено модельное уравнение энергобаланса, учитывающее процесс трансформации энергии плоской гравитационной волны в электромагнитную энергию плазмы [2]:

$$y'^2 + \xi^2 \Upsilon^2 (y^{-p} - 1) = \Upsilon^2 g^2(x), \quad (1)$$

где $y(x)$ – управляющая функция, ξ^2 и Υ – первый и второй параметры ГМВ, $g(x)$ – нормированная амплитуда падающей гравитационной волны, $p \in [4, 8]$ – параметр анизотропии плазмы.

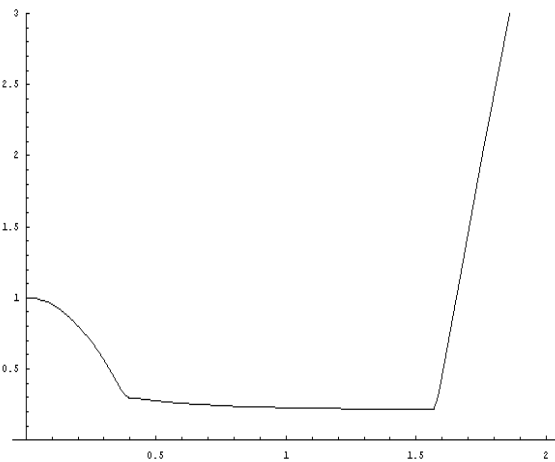


Рис. 1. Управляющая функция $y(x)$ при $\xi^2=0,0001$ и $\Upsilon=10$. Отчетливо видны плато и развитие неустойчивости вблизи $x=\pi/2$

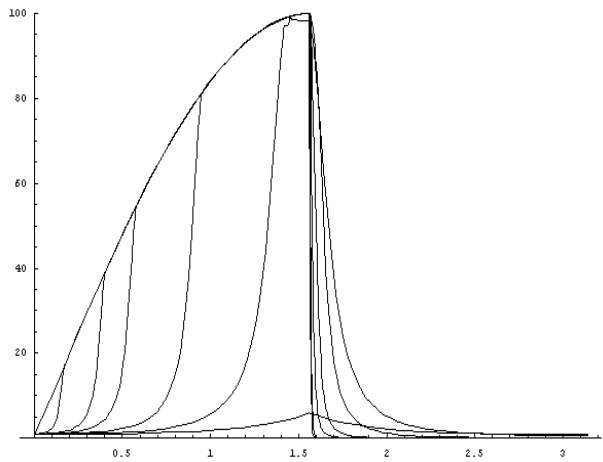


Рис. 2. Временной профиль относительной плотности энергии магнитного поля (H^2/H^2_0) при $\xi^2=0,0001$ и $\Upsilon=0,5;1;2;5;10;50;100$ - слева-направо в левой части рисунка

Несмотря на внешнюю простоту, уравнение (1) является существенно нелинейным и с трудом поддается исследованию. Поскольку не удалось найти точное решение уравнения энергобаланса, имеющего важные астро-

физические приложения, возникла необходимость его численного исследования. При больших значениях параметра Υ и малых значениях параметра ξ^2 уравнение принадлежит к классу жестких. Поэтому для его численного решения необходимо применение специальных численных методов в СКМ. Как показали исследования, СКМ Maple не вполне адекватно справляется с уравнениями подобного типа. В связи с этим основные программные процедуры были созданы нами в СКМ Mathematica. В работе построена программная процедура численного решения уравнения энергодбаланса (1) на основе неявного метода Адамса второго порядка. Созданная процедура позволила провести численное исследование решений (1) в зависимости от первого и второго порядка ГМВ и построить более полную математическую модель отклика магнитоактивной плазмы на гравитационную волну. В частности, подтверждены аналитические результаты о наличии плато в поведении функции при больших значениях параметра Υ и неустойчивости решения в точке $\pi/2$. Рассчитаны физические характеристики гравимагнитной ударной волны для первоначально однородной магнитоактивной плазмы, полная наблюдаемая интенсивность магнитотормозного излучения и его спектральное распределение. Некоторые результаты численных экспериментов показаны на рисунках 1-4.

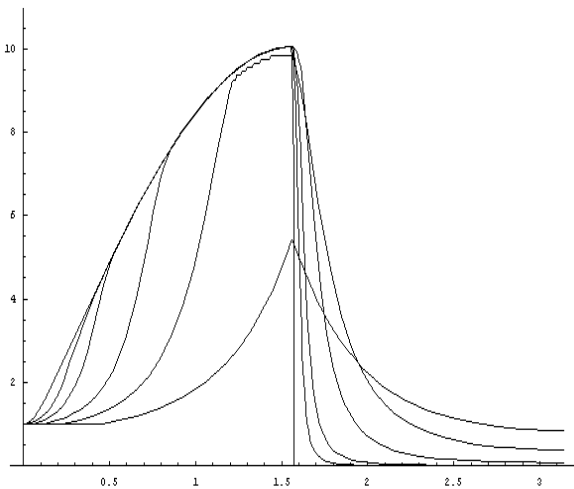


Рис. 3. Временной профиль относительной плотности энергии магнитного поля (H^2/H_0^2) при $\xi^2=0,01$ и $\Upsilon=0,5;1;2;5;10;50;100$ - слева-направо в левой части рисунка

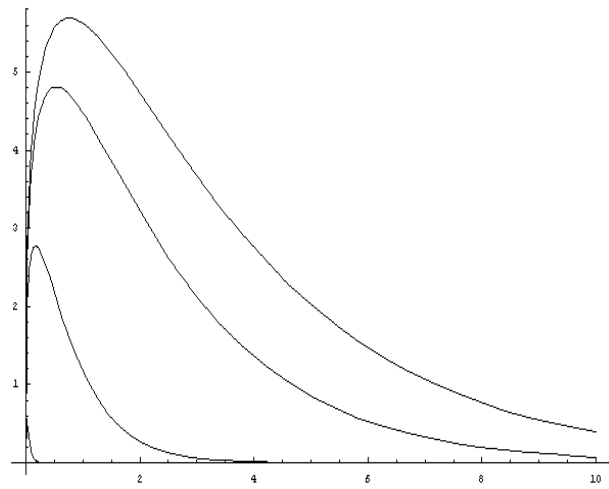


Рис. 4. Временная эволюция спектральной плотности интенсивности магнитотормозного излучения в относительных единицах при $\xi^2=0,01$, $\Upsilon=10$ и относительных временах: 0;0,5;1;1,5 (слева-направо)

Литература

1. Ignat'ev Yu.G. Gravitation & Cosmology. 1995. Vol. 1, №4. P. 287.
2. Ignat'ev Yu.G. Gravitation & Cosmology. 1996. Vol. 2, №4. P. 213.
3. Ignat'ev Yu.G., Markov V.A. Gravitation & Cosmology. 1998. Vol. 2. P. 40.

БИБЛИОТЕКА ПОЛЬЗОВАТЕЛЬСКИХ ПРОЦЕДУР В СКМ «MAPLE» ДЛЯ ГРАФИЧЕСКОЙ В-СПЛАЙНОВОЙ ОБРАБОТКИ РЕЗУЛЬТАТОВ

Н.Р. АГЕЕВА

Татарский государственный гуманитарно-педагогический университет
420021 Казань, ул. Межлаук, д. 1
e-mail: ageeva-nat@mail.ru

Как при обработке экспериментальных данных, так и при полиномиальной кусочно-непрерывной аппроксимации функций приходится иметь дело с базой данных вида: $Base := [[x_1, y_1], [x_2, y_2], \dots, [x_n, y_n]]$. Аппроксимация дискретного ряда данных кусочно-непрерывным в классе C^m набором элементарных функций во многих случаях является весьма мощным инструментом прогнозирования реальных явлений, а также и способом восстановления поврежденной (неполной) базы данных. Рассмотрение конкретных примеров аппроксимации позволяет выявить как недостатки некоторых методов аппроксимации, так и преимущества других. Так, например, метод наименьших квадратов часто приводит к неудовлетворительным результатам. Особенно ярко они проявляются для заведомо неотрицательных, но быстро меняющихся функций — метод наименьших квадратов в подавляющем большинстве случаев “уводит” функцию в область отрицательных значений.

В работе исследуются методы сплайновой и В-сплайновой аппроксимации дискретных баз данных и строятся специализированные библиотеки программных процедур в СКМ Maple, позволяющие создать сплайновую аппроксимацию с необходимыми параметрами. Для проверки эффективности созданных процедур создана процедура построения дискретной базы данных на основе элементарных функций:

```
> Basa:=proc(f,x,x1,x2,n) local s,d:d:=(x2-x1)/n;  
[seq([evalf(x1+i*d),evalf(limit(subs(x=x1+s*d),s=i))],i=0..n)];  
end proc;
```

Приведем пример создания двух баз данных, построенных на одной и той же функции $e^{-0,2x} \sin x / x$ на основе введенной процедуры:

```
> BB:=Basa(exp(-x)*sin(x)/x,x,0,2*Pi,16);  
[[0., 1.], [0.3926990818, 0.6580103591 ], [0.7853981635, 0.4104885354 ],  
 [1.178097245, 0.2414310220 ], [1.570796327, 0.1323402485 ],  
 [1.963495409, 0.06604656488 ], [2.356194490, 0.02844406093 ],  
 [2.748893572, 0.008909481397 ], [3.141592654, 0. ], [3.534291736, -0.003159467317 ],  
 [3.926990818, -0.003547763602 ], [4.319689899, -0.002845412848 ],  
 [4.712388981, -0.001906313560 ], [5.105088063, -0.001097742636 ],  
 [5.497787144, -0.0005267911388 ], [5.890486226, -0.0001796730136 ],  
 [6.283185308, 0. ]]
```



```

> BB1:=Basa(exp(-0.2*x)*sin(x)/x,x,0,4*Pi,10);
BB1 := [[0., 1.], [1.256637062, 0.5886353682 ], [2.513274123, 0.1414746438 ],
[3.769911185, -0.07335627022 ], [5.026548246, -0.06923664850 ], [6.283185308, 0.],
[7.539822370, 0.02792187390 ], [8.796459431, 0.01150429536 ],
[10.05309649, -0.007829210462 ], [11.30973355, -0.008757960401 ], [12.56637062, 0.]]

```

На рис. 1 и 2 показаны результаты применения сплайновой процедуры к этим базам в сравнении с истинным значением функции.

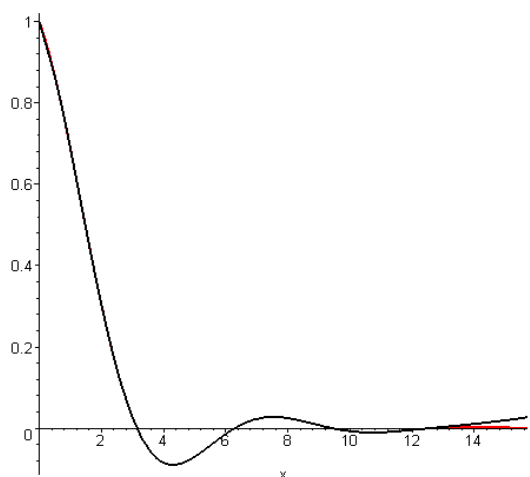


Рис.1. Результаты сплайновой аппроксимации базы BB

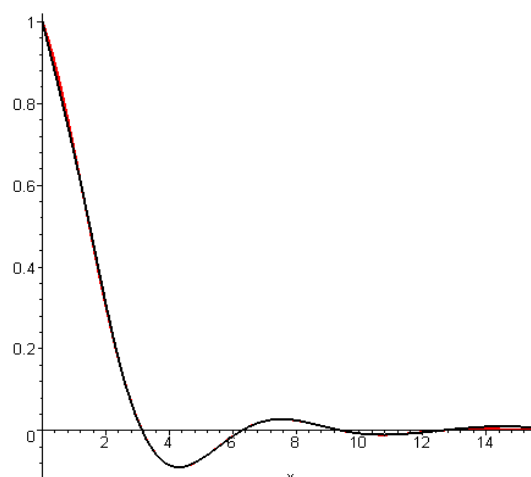


Рис.2. Результаты сплайновой аппроксимации базы BB1

Представление функций в виде сплайнов в системе компьютерной математики Maple достигается процедурой Spline библиотеки Curve Fitting.

Для достижения лучших результатов интерполяции следует обратиться к так называемой В-сплайновой интерполяции функций, которая отличается от обычной сплайновой тем, что позволяет получить сшивку функций в произвольно заданных узлах. В-сплайновая процедура вызывается из пакета процедур командой BSpline. Однако заметим, что для адекватного представления графика на всем диапазоне по идеологии BSpline-процедуры к исследуемому ряду данных необходимо дважды добавлять данные в начальной и конечной точках.

Далее в работе строятся процедуры графического представления результатов. Результаты В-сплайновой аппроксимации интегрируются в специально созданную графическую среду для удобства их отображения.

Например, процедура GraphicBSplineL(XY,n,LS,TH,C) создает график В-сплайна в виде линии, процедура GraphicBSplineP(XY,n,LS,TH,C) создает график В-сплайна в виде символов. Здесь XY – база данных в формате $[[x_1,y_1],[x_2,y_2],\dots,[x_m,y_m]]$; LS – стиль линии, этот параметр может принимать значения: solid, dot, dash, dashdot, longdash, spacedash, spacedot; TH – толщина линии (1,2,3,...); C – цвет линии или символов.

В качестве одного из параметров процедуры мы ввели порядок В-сплайновой интерполяции, $n \geq 1$. При этом минимальное значение $n = 1$ соответствует первоначальному, дискретному представлению функции; $n = 2$ – линейной экстраполяции, когда точки соединяются отрезками прямых; $n = 3$ – параболической экстраполяции и т. д. Проиллюстрируем сказанное на примерах.

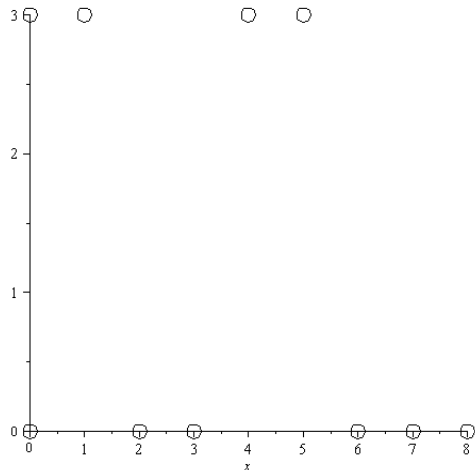


Рис. 3. Результаты процедуры GraphicBSplineP

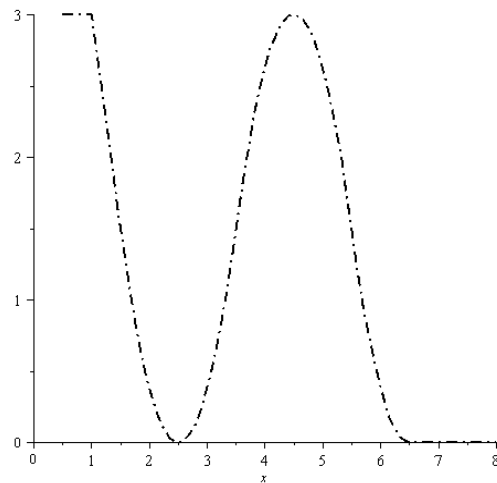


Рис. 4. Результаты процедуры GraphicBSplineL

Для совмещения результатов В-сплайновой интерполяции нескольких графиков на одном рисунке создаются специальные программные процедуры на основе уже созданных процедур GraphicBSplineL, GraphicBSplineP и с помощью графической процедуры display библиотеки графики plots. Пример совмещения показан на рис. 5.

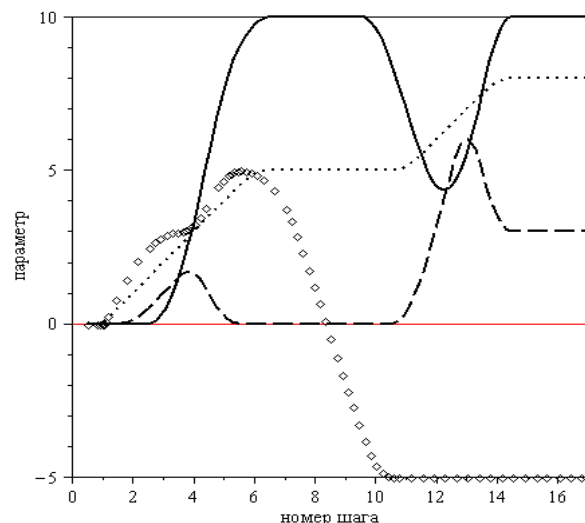


Рис. 5. Совмещение графиков В-сплайновой интерполяции

Литература

1. Дьяконов В.П. Maple 9.5/10 в математике, физике и образовании. М.: СОЛОН-Пресс, 2006. 720 с.: ил. (Серия «Библиотека профессионала»).

БИБЛИОТЕКИ ПОЛЬЗОВАТЕЛЬСКИХ ПРОЦЕДУР В СКМ ПО КУРСУ МАТЕМАТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА: «ФУНКЦИИ»

Г.Р. АДИАТУЛЛИНА

Татарский государственный гуманитарно-педагогический университет,
420021, г. Казань, ул. Татарстан, д.2, тел.200-09-06,
e-mail: gulshaton@mail.ru

В последнее время в системе образования широко используются информационные технологии. Использование различных обучающих и вспомогательных программ значительно облегчает труд преподавателя при подготовке и проведении занятий, а также при проверке знаний студентов. Кроме того, и сами студенты, и учащиеся получают возможность готовиться к занятиям и самостоятельно проверять свои знания.

Преподавателям физико-математических дисциплин известно, что наибольшую информацию о степени понимания учащимися предмета дают задачи с параметрами, имеющие ответы в формульном виде. В этом случае результаты одной задачи могут иметь разный вид и в то же время быть одинаково правильными. Кроме этого, существуют задачи, результатом которых является набор чисел. Числа в ответе можно записать в разном порядке, при этом правильность результата не изменится. Таким образом, программы проверки знаний по математическим дисциплинам должны позволять ввод математических выражений и проведение над ними аналитических действий, сравнение и сопоставление аналитических выражений с учетом возможных изменений их форм, проведение самопроверки на каждом этапе решения задачи.

Пакеты компьютерной математики обладают возможностями, необходимыми для создания комплекса программ для тестирования и самопроверки, а также позволяют формировать собственные процедуры и библиотеки процедур. Соответствующие тестирующие программы можно оформить с помощью `maplet`'ов.

Библиотеки пользовательских процедур предусматривают закрытость их содержания. Однако сами процедуры могут быть использованы наравне с основными процедурами, заложенными разработчиками математического пакета, и доступны как преподавателям, так и студентам.

В данной работе описывается фрагмент библиотеки пользовательских процедур на основе пакета компьютерной математики `Maple` на примере курса математического анализа «Функции». Данная библиотека содержит процедуру, которая осуществляет полное аналитическое исследование функции действительного переменного и построение ее графика, а именно находит количество точек минимума и максимума, координаты точек экстремума, количество точек перегиба, их координаты, промежутки выпуклости и вогнутости, асимптоты, а также строит график исследуемой функции. Элементы данной процедуры были взяты из ранее разработанной программы полного

аналитического исследования функции и построения ее графика на основе пакета Maple [4]. Кроме того, здесь же содержатся процедуры проверки результатов, полученных студентом, а именно процедуры вычисления количества максимумов (минимумов) функции, процедура сравнения полученных данных с результатами студента, процедура анализа результата сравнения и вывода соответствующего сообщения, аналогичные процедуры для проверки координат точек экстремума. Также в библиотеке представлены процедуры для построения координатной сетки в пакете Maple 8.

```
> read('g:/Libprocedure.m');  
with(Libprocedure);  
[CoordNumLineX, CoordNumLineY, Coords_Name, H_Line, IntroSetka, Intro_Coords_Name,  
NumHLine, NumScaleX, NumVLine, Okrug, St_NumHLine, St_NumVLine, StandSetka,  
Stand_Coords_Name, V_Line, darkgrey, extr_0, kolextr, kolmax, kolmin, koormax, max_0, max_otvet,  
midgrey, min_0, min_otvet, peregib_0, peregib_otvet, prov, researchfunc]
```

Таким образом, библиотека пользовательских процедур предоставляет преподавателям широкий спектр возможностей как для подготовки к занятиям, так и для проверки знаний студентов. Студенты же могут самостоятельно проверять свои результаты в процессе выполнения индивидуальных заданий.

Литература

1. Матросов А. Maple 6. Решение задач высшей математики. СПб.: БХВ-Петербург, 2001.
2. Дьяконов В.П. Maple 7. Учебный курс. СПб.: Питер, 2002.
3. Проблемы информационных технологий в математическом образовании: учебное пособие под ред. Ю.Г.Игнатъева. Казань: ТГГПУ, 2005.
4. Информационные технологии в образовании и фундаментальных науках (ИТО-Поволжье-2007): сборник статей. Казань: ТГГПУ, 2007.

СПОСОБ ПОЛУЧЕНИЯ СТРУКТУРЫ ПРЕДПОЧТЕНИЙ ДЛЯ СИСТЕМ ПОДДЕРЖКИ ПРИНЯТИЯ РЕШЕНИЙ

О.В. БАЛАШОВ, В.В. КРУГЛОВ

АНО ВПО ЦС РФ «Российский университет кооперации», Смоленский филиал,
г. Смоленск, проспект Ю. Гагарина, 58

Введение. При планировании действий организационно-технических систем в распоряжении лица, принимающего решения (ЛПР), нет частотных вероятностей значений критериев, получаемых при реализации плана [1]. Требуется разработать соответствующую модель принятия решений и способ формализации структуры предпочтений ЛПР при принятии решений в условиях неопределенностей, с которыми в своей мыслительной деятельности встречается ЛПР при составлении текущих планов.

Проблема неопределенностей при выборе плана. При планировании ЛПР пытается интуитивно оценивать разные состояния системы и её среды в будущем и на этой основе принимать решения о достижимости тех или иных целей. Определяя множество достижимых целей, ЛПР тем самым предопределяет множество действий иерархии управления, которая в будущем попытается выполнить принятый план.

Реализация мероприятий, направленных на достижение выбранного вектора плановых показателей, зависит от большого числа контролируемых и неконтролируемых факторов. В результате этого при выборе одного плана w_i из W требуется учитывать неопределенность.

ЛПР пытается учесть тонкие взаимосвязи целей и принимаемых мероприятий по их достижению. Необходимо отметить, что, как показано в [2], существующие комплексы моделей прямых плановых расчётов и оптимизационных моделей дают лишь приблизительное отражение действительных взаимосвязей системы (как и любая другая модель). Из вышеизложенного следует, что, с точки зрения ЛПР полученный с помощью моделей план может служить лишь своего рода предплановым ориентиром [2]. На базе полученного w_i ЛПР может прийти к выводу, в какой степени достижимо то, что запланировано.

Тогда в сознании ЛПР план уже не представляет собой простой численный план-вектор критериев (k_1, k_2, \dots, k_j) , поэтому отдельные элементы плана могут быть заменены функциями плотности распределения субъективных вероятностей (ФПРВ). Конечно, субъективные вероятности не являются более правдоподобными, чем частотные, но при планировании с помощью существующих АСУ ЛПР не получает какой-либо дополнительной информации, кроме множества W .

Формализация структуры предпочтений. Для анализа предпочтений ЛПР предлагается методом гипотетических лотерей [3] установить вид функции полезности критерия $K_j - U(K_j)$ и на основе простых дополнительных вопросов определить вид многомерной функции полезности. Алгоритм процедуры является стандартным и хорошо изложен в [3]. Вместе с тем предлагается ряд особенностей.

Для нахождения множества эквивалентов (K_j^D) используется процедура, основанная на вопросах следующего типа: «Представьте случай, что с равными шансами (50:50) ожидается достижение одного из двух значений критерия K_j^1 или K_j^2 . Укажите значение K_j^D ($K_j^1 < K_j^D < K_j^2$), которое для Вас так же привлекательно, как участие в лотерее $L: \langle 0,5, K_j^1; 0,5, K_j^2 \rangle$ при условии, что Вы были бы уверены в гарантированном получении K_j^D (с вероятностью $P = 1$)». Алгоритм предполагает два возможных «состояния» ЛПР:

- 1) способность дать точное значение K_j^D ;
- 2) смутное представление ЛПР о значении K_j^D .

Для второго случая использован способ итеративного приближения к интуитивному значению K_j^D на основе диалога. ЭВМ предлагает ЛПР некоторые значения K_j^x и выясняет его мнение относительно того, что предпочтительнее: K_j^x или L . Алгоритм предполагает следующие типы ответов: а) $K_j^x \sim L$; б) $K_j^x \succ L$; в) $K_j^x \prec L$; г) «Не знаю».

Обычно через несколько итераций выявляется относительно небольшой интервал (K_j^n, K_j^{n*}) , содержащий K_j^D . Тогда в качестве K_j^D можно использовать значение $K_j^n + \frac{1}{2}(K_j^n - K_j^{n*})$. После нахождения первого эквивалента K_j^{D1} для интервала (K_j^{min}, K_j^{max}) требуется выявить K_j^D для вновь образующихся подынтервалов.

Для аппроксимации эмпирических данных и получения $U(K_j)$ достаточно нахождения трех точек K_j^D .

Заключение. Разработанные процедуры позволяют учитывать в моделях выбора решений информацию о структуре предпочтений ЛПР. Введение четырех возможных ответов ЛПР для алгоритма анализа предпочтений позволяет ускорить адаптацию ЛПР к процедуре выбора решений и помогает ему точнее высказать свое мнение.

Литература

1. Катулев А.Н., Северцев Н.А. Математические методы в системах поддержки принятия решений. М.: Высш. шк., 2005. 311 с.
2. Балашов О.В. Теоретическое обобщение и развитие методов построения систем поддержки принятия решений для управления организационно-техническими системами военного назначения. Смоленск: Изд. ВА ВПВО ВС РФ, 2006. 134 с.
3. Борисов А.Н. и др. Обработка нечеткой информации в системах принятия решений. М.: Радио и связь, 1989. 304 с.

ПРИМЕНЕНИЕ ТЕОРИИ ВОЗМОЖНОСТЕЙ ДЛЯ ОЦЕНКИ И АНАЛИЗА АЛЬТЕРНАТИВ

О.В. БАЛАШОВ, А.И. ФОМИН

АНО ВПО ЦС РФ «Российский университет кооперации» Смоленский филиал,
г. Смоленск, проспект Ю. Гагарина, 58

При выборе и принятии решения возникает необходимость в измерении и оценке свойства системы «объект – среда» с целью последующего анализа возможных исходов рассматриваемых альтернатив. Возможность, по определению, данному Л. Заде, характеризует внутреннюю потенциальную пригодность объекта. В силу «качественного» характера рассматриваемых свойств наиболее приемлемыми для их измерения будут экспертные оценки. В данном контексте каждому оцениваемо-

му объекту экспертами назначаются степени возможности реализации рассматриваемого свойства (числа из интервала $[0, 1]$). Совокупность полученных значений образует распределение возможности.

В качестве примера рассмотрим задачу оценки и выбора лучшей группы студентов по уровню подготовки. В предлагаемой модели в качестве критериев оценки выбраны: абсолютная и относительная успеваемости студентов в группе; среднее число пропущенных занятий. Правило выбора решений – максимизация функции распределения возможности.

Определение и построение функции возможности. Данная задача является многокритериальной. Поэтому поиск решения осуществляется вначале по каждому критерию, а уже затем, по обобщенному вектору оценки, принимая аддитивность критериев и проведя их ранжировку.

При оценке студентов по каждому критерию понятие возможности связывается с фактом имеющегося у них свойства с нечётко измеряемыми проявлениями этого свойства. Вследствие этого функция распределения возможности определяется как численный эквивалент функции принадлежности $\mu_F(U)$ нечеткой переменной, где F – нечёткое множество на области рассуждений U . Тогда степень возможности для i -й группы по рассматриваемому (j -му) критерию с учётом количества студентов (X) есть

$$P_{x_{j1}}(u) = \text{Poss}\{X = u\},$$

где u – количество успевающих студентов ($u \in U$).

Степень возможности для 1-й группы в общем виде по j -му критерию ($j=1, 5$) определяется по следующей формуле:

$$P_{x_{j1}}(u) = \begin{cases} 0 & M_1 \leq \beta_1; \\ \frac{M_1 - \beta_1}{\alpha_1 - \beta_1}; & \beta_1 < M_1 < \alpha_1; \\ 1 & M_1 \geq \alpha_1, \end{cases}$$

где M_1 – количество успевающих студентов в 1-й группе; α_1, β_1 – верхняя и нижняя границы количества студентов, которые успешно могут сдать сессию (определяется экспертами).

Аналогично степень возможности определяется для других групп. Общие оценки приведены в таблице.

Таблица

Зависимость α, β и M для групп студентов

i	x_i	α_i	β_i	M_i
1	18	18	13	15
...
8	26	26	21	25

Построение функции возможности. Функция возможности строится для каждого критерия отдельно и затем для обобщённого критерия. Значениями функции возможности являются степени возможности для каждой группы. Функция определяется на интервале $[0, 1]$. Для каждого из критериев аналогичным образом строится своя функция распределения возможности.

Решающее правило. Для выбора лучшей группы студентов строится обобщённая функция распределения возможности:

$$P_{X_1}(u) = \sum_{j=1}^5 a_j P_{X_{j_1}}(u); \sum_{j=1}^5 a_j = 1,$$

где a_j – вес j -го критерия, веса критериев назначаются экспертами субъективно в результате опроса.

Для выбора лучшей группы студентов на основе обобщённой функции возможности применяется решающее правило

$$Poss \{X = x_i\} = \sup_i P_{X_i}.$$

Заключение. Точность результатов зависит от работы с экспертами. Метод предъявляет повышенные требования к правильному назначению экспертами верхней и нижней границы распределения и ранжировки критериев.

Литература

1. Заде Л.А. Роль мягких вычислений и нечеткой логики в понимании, конструировании и развитии информационных/интеллектуальных систем // Новости искусственного интеллекта. 2001. № 2–3. С. 7 - 11.

2. Борисов А.Н. и др. Обработка нечеткой информации в системах принятия решений. М.: Радио и связь, 1989. 304 с.

ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДА «СИМУЛИРОВАННОГО ОТЖИГА» ДЛЯ ИДЕНТИФИКАЦИИ КОНСТАНТ СКОРОСТЕЙ СЛОЖНОГО ПРОЦЕССА В МИКРОСТРУКТУРНОМ РЕАКТОРЕ

Е.С. БОРОВИНСКАЯ, В.А. ХОЛОДНОВ, В.П. РЕШЕТИЛОВСКИЙ*
С-ПбГТИ(ТУ) (190013, С-Пб, Московский пр.26, melik_v@mail.ru), *TU Dresden

Традиционно при решении обратной задачи химической кинетики используют локальные методы оптимизации. В данной работе была сделана попытка применить для решения таких задач метод интервальной глобальной оптимизации «симулированного отжига», описанный в [1].

Алгоритм интервального метода «симулированного отжига» был запрограммирован в разработанном авторами комплексе программ в качест-

ве одного из методов для идентификации констант скорости элементарных стадий процесса.

В результате тестирования и применения этого метода для решения обратной задачи химической кинетики на примере процесса жидкофазного алкилирования фенилацетонитрила в микроструктурном реакторе [2] были получены интервальные оценки для констант скоростей каждой элементарной стадии процесса. Результаты представлены в таблице 1. Рассчитанные данные подтвердили аналитические предположения о том, что катализатор начинает работать на третьей элементарной стадии изучаемого процесса, так как для нее были получены во всех случаях самые высокие значения констант скорости.

Таблица 1

Интервальные оценки для констант скоростей реакций, полученные методом «симулированного отжига»

Константа	Значение	Нижняя граница	Верхняя граница
k_1	0,022	0,021	0,030
k_2	0,880	0,431	0,936
k_3	1,235	0,892	1,299
k_4	0,019	0,009	0,030
k_5	0,002	0,002	0,002
k_6	0,038	0,031	0,078
k_7	0,425	0,301	0,552
k_8	0,700	0,505	0,598

Важно отметить, что интервальный метод «симулированного отжига» при правильном подборе его параметров при решении конкретной задачи способен достаточно точно находить интервальные оценки констант скоростей элементарных стадий при решении обратной задачи химической кинетики. В сравнении с локальными методами он требует больших временных затрат, однако с его помощью удастся с большой точностью определить интервалы для параметров системы.

На рисунке 1 представлены полученные интервалы для концентраций компонентов системы с учетом полученных интервалов констант элементарных стадий процесса. Из рисунка несложно заметить, что интервал для концентраций с увеличением времени расширяется. Такое явление является вполне обоснованным и обуславливается комплексностью системы, так как через какой-то промежуток времени после начала первой элементарной стадии процесса, когда образовалось уже достаточное количество продукта для старта следующей стадии, она незамедлительно начинается, оказывая при этом влияние и на первую элементарную стадию, которая все еще может продолжаться. Таким образом, диапазоны интервальных оценок концентраций расширяются из-за влияния других элементарных стадий системы.

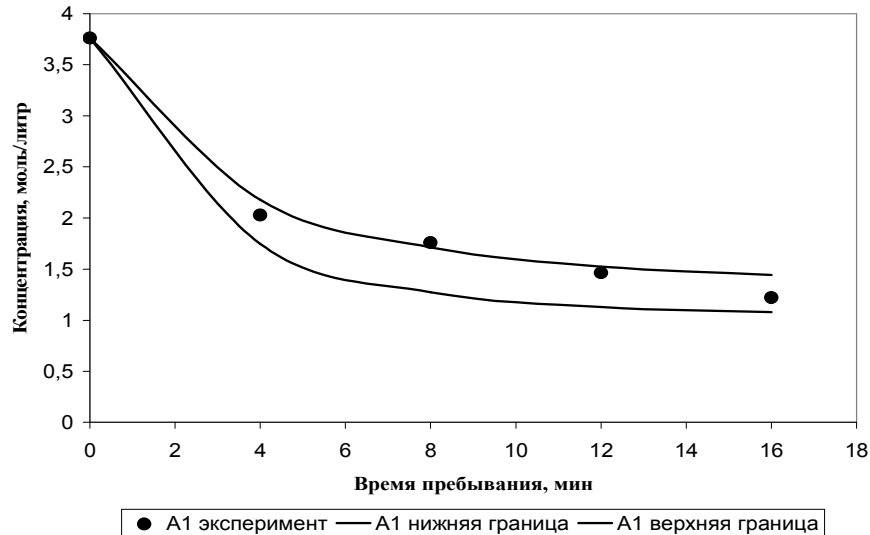


Рис.1. Интервальные оценки значений концентраций вещества A_1 , найденные методом «симулированного отжига»

Литература

1. Шарый С.П. Стохастические подходы к интервальной глобальной оптимизации // Труды Байкальской международной школы-семинара «Методы оптимизации и их приложения», Иркутск, Байкал, 2-8 июля 2005 г. Иркутск: ИСЭМСО РАН. 2005. Т.4. 119 с.
2. Боровинская Е.С. и др. Экспериментальные исследования и моделирование процесса жидкофазного алкилирования фенилацетонитрила в микроструктурном реакторе // Известия СПбГТИ (ТУ), 2007. №2. С. 62-65.

MAPLE В НАУЧНЫХ ИССЛЕДОВАНИЯХ

Д.П. ГОЛОСКОКОВ

Санкт-Петербургский государственный университет водных коммуникаций
198035 С-Пб, ул. Двинская, 5/7, тел.: 251-15-86, e-mail: dpg1954@mail.ru

Непрерывное совершенствование вычислительной техники на некоторое время отвлекло исследователей от развития аналитических методов. Численные методы фактически вытеснили из практики аналитические методы решения технических задач.

Ситуация в корне изменилась с появлением и доступностью персональных компьютеров, а самое главное, с появлением мощных систем аналитических вычислений. В настоящее время все инженерные, конструкторские, экономические задачи можно решать на компьютере, причем в большинстве случаев совершенно нет необходимости заниматься программированием в традиционном смысле. Например, в системе аналитических вычислений Maple пользователь имеет возможность выполнить все

расчеты так, как он выполнил бы их на листе бумаги, причем все рутинные и трудоемкие вычисления (а главное, без ошибок и в формульном, аналитическом, виде!) берет на себя система Maple. Системы аналитических вычислений могут в корне изменить отношение к «забытым» аналитическим методам.

Как известно, реализация многих аналитических методов на цифровых компьютерах приводит к вычислительной неустойчивости большинства из них. Это связано с накоплением ошибок округления, возникающих при работе на множестве действительных чисел с ограниченным числом значащих цифр в мантиссе, которое реализуется на цифровых компьютерах. Простейший выход из подобной ситуации – увеличение количества значащих цифр, с помощью которых представляются числа на компьютере, но это – дорогостоящая операция, которая в ближайшее время, по всей видимости, решена не будет.

Выход из такого затруднительного положения уже сейчас видится в использовании для некоторых числовых расчетов систем аналитических вычислений, в которых проблемы с ограниченным количеством значащих цифр в мантиссе действительного числа не существует. Например, в системе Maple можно осуществлять расчеты на множестве действительных чисел, имеющих до 500 значащих цифр в мантиссе своего представления. Это, естественно, скажется на скорости вычислений и потребует использования более мощного компьютера. Однако для многих аналитических алгоритмов, учитывая их простоту, увеличение времени расчета не играет большой роли, так как порядок разрешающей алгебраической системы уравнений, во многих случаях, не превышает 100 – 150, позволяя получить удовлетворительный для практики результат.

В качестве примера сошлемся на опыт расчета затворов гидротехнических сооружений. Такой затвор может быть смоделирован пластиной, подкрепленной системой ребер жесткости — ребристой пластиной.

Результаты расчетов ребристых пластин на основе комбинации методов Канторовича и Стеклова–Лиувилля–Фубини показывают достаточно хорошую сходимость рядов в получаемых решениях [1]. Следует отметить, однако, что сходимость рядов ухудшается на линиях расположения ребер жесткости. Таким образом, для расчета напряженно-деформированного состояния непосредственно в ребре необходимо удерживать значительное количество членов в рядах. Ухудшение сходимости получаемых рядов непосредственно связано с величиной жесткости ребер, а именно, чем больше жесткость ребра, тем большее число членов необходимо удерживать в рядах для получения приемлемого результата. С увеличением числа удерживаемых членов в рядах проявляется еще одна особенность рассматриваемых задач – вычислительная неустойчивость, которая также непосредственно связана с величиной жесткости ребер. Расчет приходилось выполнять при сохранении 25 знаков и более в мантиссе. Анализ результатов

расчета прогибов ребристой пластины непосредственно в ребре показал, что даже удержание в рядах по каждой переменной до 41 члена, вообще говоря, недостаточно.

Следует отметить, что при рассмотрении более сложных математических моделей ребристых пластин для получения приемлемых результатов (особенно для усилий и напряжений) необходимо использовать специальные представления решений и специальные приемы улучшения сходимости рядов [1]. Хорошие результаты получаются с использованием так называемых сглаживающих σ -множителей Ланцоша [2].

Литература

1. Голоскоков Д. П. Численно-аналитические методы расчета упругих тонкостенных конструкций нерегулярной структуры. СПб.: Изд-во А. Кардакова, 2006. 271 с.

2. Ланцош К. Практические методы прикладного анализа: справочное руководство. М.: Физматгиз, 1961. 524 с.

КОМПЬЮТЕРНАЯ МАТЕМАТИКА В НАУКЕ И ОБРАЗОВАНИИ

В.П. ДЬЯКОНОВ

Смоленский государственный университет, г. Смоленск

Термин «компьютерная математика» был введен в начале 90-х годов прошлого века. Вначале он относился к ряду разделов обычной (классической) математики, которые нужно было преподавать в расширенном виде студентам специальности «информатика» [1, 2]. Однако в этом случае приставка «компьютерная» была явно излишней и не выделяла компьютерную математику в отдельное научное направление.

Между тем в мире накапливался огромный багаж аналитических и численных методов решений массы математических задач именно на компьютерах. Особенно полезными оказались итерационные и рекурсивные методы полиномиальной алгебры, символьных преобразований и математической логики. Многие из этих методов требовали применения мощных компьютеров и без них не представляли практической ценности. Шло интенсивное создание баз данных в математической области. Возникли и стали развиваться программные системы компьютерной математики для символьных вычислений (системы компьютерной алгебры) и для численных (в том числе матричных) вычислений. Последние решали задачу математического компьютерного моделирования. Первыми компьютерами, ориентированными на решение задач компьютерной алгебры, стали советские ЭВМ «Мир», созданные научной школой академика В. Глушкова.

Пожалуй, одним из главных признаков становления компьютерной математики стала персонализация ее аппаратных и встроенных в компьютеры программных средств. Это нашло отражение в массовом применении программируемых микрокалькуляторов и персональных компьютеров (ПК). С них началась победная поступь этого нового и важного направления [3, 4].

В крупной монографии автора [5] компьютерная математика определена как «совокупность теоретических, методических, аппаратных и программных средств, в совокупности обеспечивающих эффективное автоматическое и диалоговое выполнение с помощью компьютеров всех видов математических вычислений с высокой степенью их визуализации». Представляется, что это определение является куда более точным и конкретным. Оно предсказало пути развития компьютерной алгебры в дальнейшем.

Прежде всего, надо отметить, что, наряду с классической математикой, в новое направление входят не только программные, но и аппаратные средства: программируемые калькуляторы с встроенными системами компьютерной математики, математические сопроцессоры, различные сигнальные процессоры, современные цифровые осциллографы со средствами автоматических измерений, анализаторы спектра на основе быстрого преобразования Фурье, интегральные микросхемы для проведения Фурье-вейвлет-преобразований и многие другие устройства.

Компьютерная математика получила мощное развитие в целом ряде современных программных средств, например в системах компьютерной математики (СКМ) Eureka, Mercury, Derive, MuPAD, Mathcad, Mathematica, Maxima, Reduce, Maple, MATLAB и др. Современные электронные таблицы также относятся к СКМ, но простейшим. Большинство СКМ может использоваться на всех типах современных персональных компьютеров – от малюток нетбуков до настольных ПК с многоядерными процессорами и самых быстрых суперкомпьютеров. Возможностям современных СКМ для формульных вычислений (систем компьютерной алгебры), особенно в области визуализации вычислений, ныне может позавидовать математик-аналитик. Ведь они вобрали в себя не только свои специальные средства, но и алгоритмы, и приемы вычислений, созданные за всю многовековую историю развития математики. СКМ превратились в мощные электронные справочники и базы данных по математическим вычислениям.

Исключительно важна сфера применения компьютерной математики и ее программных систем в образовании. Здесь СКМ способны решить самый злободневный вопрос интенсификации математического и физического образования в условиях сокращения времени на изучение классической математики и физики, с одной стороны, и возрастанием их роли и роли математического моделирования в решении прикладных задач - с другой.

Кроме того, овладение СКМ одновременно означает и изучение основ информатики и новых информационных технологий.

Приятно отметить, что Смоленская школа компьютерной математики внесла в это существенный, а возможно, и решающий вклад. Прежде всего, он отражен в полусотне книг автора настоящего сообщения по СКМ: Derive, MuPAD, Mathcad, Maple, Mathematica и, особенно, MATLAB. Эти книги, благодаря полноте и ясному изложению материала, нашли широкую известность у научных работников и инженеров, преподавателей, аспирантов и студентов ряда университетов. При этом речь идет не об отдельных книгах, а о сериях книг по этим системам, регулярно дающим самую свежую информацию о новейших СКМ. Нередко эта информация является наиболее полной. К примеру, по системе MATLAB после 3-томника выпущено самое крупное в мире 5-томное издание. Сейчас оно начало переиздаваться. Самые полные книги выпущены по системам Mathcad – в отличие от ряда книг других авторов эти книги содержат описание не только основ работы, но и ряда пакетов расширения этих систем, которые стали обязательными для последних реализаций Mathcad. Общий тираж наших книг приближается к 2 миллионам, и их охотно публикуют многие ведущие издательства России. Ныне число авторов книг по СКМ резко возросло, и это радует!

Вклад Смоленской школы компьютерной математики виден и в целом ряде программ учебных курсов, введенных в различных университетах России и стран СНГ. Ниже выборочно представлен ряд размещенных в Интернете программ различных курсов, в которых подготовленные в СмолГУ книги имеются в составе основной рекомендуемой студентам литературы (для некоторых программ указано число рекомендуемых книг):

- <http://www.informika.ru/text/teach/index1.html> – обучающие ресурсы. Государственный НИИ информационных технологий и телекоммуникаций. Сайт Informika.Ru. Ссылки на 5 книг.
- www.mirea.ru/qualification/progr_information_3_bmstu.do – программа курса «Системы компьютерной математики» (Титов К. В.) . МИРЭА. Ссылки на 4 книги.
- http://hoster.bmstu.ru/~cppkp/SOVR_INFORM_TECHN/sovr_inform_technol_3_1_3.htm – программа курса «Системы компьютерной математики» (Титов К. В.). МГТУ им. Баумана. Ссылки на 4 книги.
- http://www.eltech.ru/kafedrs/fea_sau/plan/prog_20.htm – программа курса "Исследование систем в интегрированных программных средах" (Николаев А. В.). СПбГЭТУ (ЛЭТИ). Ссылки на 4 книги.
- http://www.pnzgu.ru/dep/k_vm/prmath_cher.htm – программа курса «Прикладное программное обеспечение» (Черушева Т. В.). Пензенский ГУ. Ссылки на 3 книги.

- www.fem.grsu.by/Kafedry/MIOES/academic_process/PSOD/RP.doc – программа курса «Прикладные системы обработки данных». Гродненский государственный университет им. Я. Купалы, Республика Беларусь.
- www.to.edu.ru/2001/ito/II/1/II-1-31.html – программа курса «Численные методы и математическое моделирование» (К.М. Салихов). Казанский государственный университет.
- www.old.altstu.ru/russian/structure/faculties/FIPI/AiVS/own/pamjatki/pmp.doc – программа курса «Применение математических пакетов». Алтайский государственный технический университет им. И.И.Ползунова.
- www.math.mrsu.ru/text/magistr/45e4a7ebbf5060b30281644087ca8126.do – программа курса «Программное обеспечение задач вычислительной физики» (Щинников В. И., Смолкин Г. А.). Мордовский государственный университет им. Н. П. Огарева.
- www.hse.ru/data/803/922/1236/progr_comp.doc – программа по курсу «Компьютерные технологии в журналистике и научных исследованиях» (Батыршин Р.И.). Государственный университет – высшая школа экономики.
- http://www.elti.tpu.ru/lib/ESVT_VVET_RP.pdf. – программа курса «Математическое моделирование в высоковольтной электротехнике». (Фикс М. П.). Томский политехнический университет
- и др.

Как видно из этих далеко не полных данных, среди вузов ставящих курсы на основе наших книг, многие крупные университеты России и стран СНГ. Подготовка книг по системам компьютерной математики получила признание и за рубежом. Наши книги по СКМ широко представлены на зарубежных сайтах разработчиков СКМ – 15 книг отмечено на сайте корпорации The MathWorks, 6 – на сайте MapleSoft, 3 – на сайте Wolfram Research, Inc. За книгу [6] автор стал победителем в крупном общероссийском конкурсе «Лучшая научная книга 2006 года», проведенном Фондом поддержки Российского образования, а предшествующая ей книга по Maple 9/9.5 отмечена на сайте разработчика высшим рейтингом – пятью кленовыми листками. Книга [7] по системам Mathcad 11/12/13 сделала автора лауреатом конкурса «Лучшая научная книга 2007 года». В этих конкурсах оценивались около 4000 книг в каждом. За организацию учебных курсов по системам компьютерной математики и подготовку по ним обширной литературы автор дважды (в 1999 и 2001 гг.) получал звание Соросовского профессора, а в 2003 г. – почетное звание «Заслуженный работник высшей школы РФ». Наши книги широко представлены в Интернете и во многих библиотеках.

А вот что сказано на сайте www.school.edu.ru/news.asp?ob_no=40441c в материале «Энциклопедия компьютерной математики: старшеклассникам» Сдвижкова О. А.: «Наибольший вклад в популяризацию новейших достижений информационных математических технологий внес и вносит

профессор Дьяконов В. П. (см. Интернет). Многие из его обстоятельных книг по системам компьютерной математики стали настольными книгами пользователей, не желающих отставать от времени».

С 1997 г. по настоящее время на базе физико-математического факультета Смоленского государственного университета (декан проф. Расулов К. М.) проведено уже 10 ежегодных научных конференций «Системы компьютерной математики и их приложения». Сборники трудов этих конференций стали регулярными и достойно представляют вклад в развитие компьютерной и классической математики ученых и аспирантов СмолГУ и ряда ведущих университетов стран СНГ и Прибалтики.

Литература

1. Кук Д., Бейз Г. Компьютерная математика. М.: Наука. Главная редакция физико-математической литературы, 1990. 384 с.

2. Самсонов Б.Б., Плохов Е. М., Филоненков А. И. Компьютерная математика. Основание информатики. М.: Высшая школа 2002. 512 с.

3. Дьяконов В.П. Справочник по расчетам на микрокалькуляторах. Изд. 3-е, доп. и перераб. М.: Наука, Главная редакция физико-математической литературы, 1989. 464 с.

4. Дьяконов В.П. Справочник по алгоритмам и программам на языке Бейсик для персональных ЭВМ. М.: Главная редакция физико-математической литературы, 1987. 240 с.

5. Дьяконов В.П. Компьютерная математика. Теория и практика. М.: Нолидж, 1999, 2001. 1296 с.

6. Дьяконов В.П. Maple 9.5/10 в математике, физике и образовании. М.: Солон-Пресс, 2006. 720 с.

7. Дьяконов В.П. Mathcad 11/12/13 в математике: справочник. М.: Горячая линия-телеком, 2007. 958 с.

НОВЫЙ ПАКЕТ МОДЕЛИРОВАНИЯ SIMSCAPE СИСТЕМЫ MATLAB+SIMULINK

В.П. ДЬЯКОНОВ

Смоленский государственный университет, г. Смоленск

Новый пакет расширения Simscape предназначен для моделирования механических, гидравлических, электрических и электронных устройств на основе применения моделей (блоков) по характеристикам и свойствам, максимально приближенным к физическим моделям. Ниже представлены данные по последней версии Simscape 3.0 (MATLAB R2008b).

Библиотека блоков пакета содержит раздел Foundation Library и обращения к самостоятельным пакетам расширения: SimDriveline – линейных приводов, SimElectronics – электроники (включен в MATLAB R2006b), SimHydrau-

lics – гидравлики, SimMechanics – механики. Подраздел основных блоков Foundation Library, в свою очередь, содержит следующие подразделы:

- Electrical – блоки электрических цепей и устройств.
- Hydraulic – блоки гидравлических устройств.
- Mechanical – блоки механических устройств.
- Physical Signals – блоки физических сигналов
- Thermal – блоки термических устройств.

Подраздел Electrical, описанный ниже для примера, имеет подразделы: Electrical Elements – электрические элементы. Electrical Sensors – электрические чувствительные элемента. Electrical Sources – источники электрической энергии. Состав блоков подраздела Electrical Elements представлен на рис. 1.

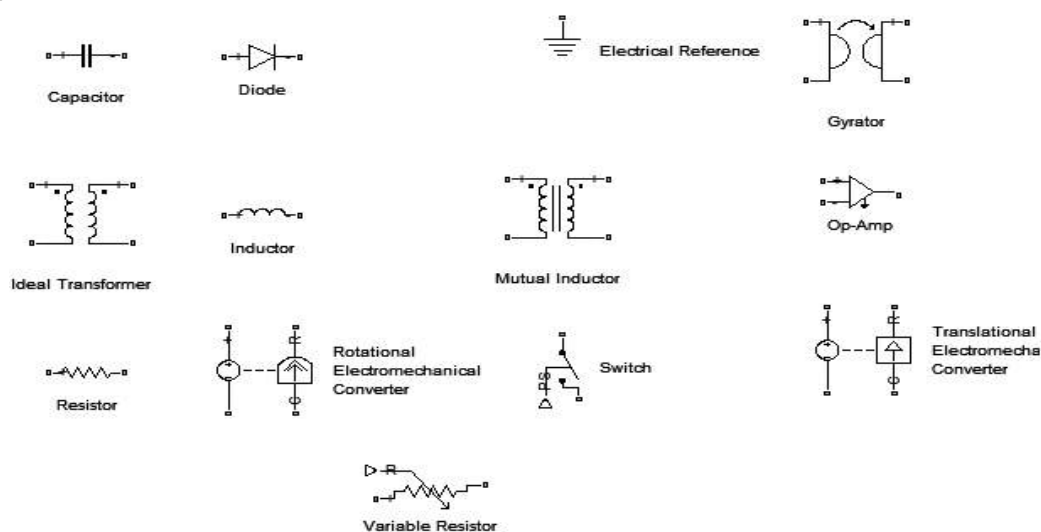


Рис. 1. Состав блоков подраздела Electrical Elements

Для задания параметров компонентов служат окна задания параметров блоков. Для подключения блоков пакета Simscape к блокам Simulink надо использовать специальные блоки конверторов, которые входят в состав подраздела утилит – Utilities.

Рассмотрим модели основных электро- и радиокомпонентов пакета расширения Simscape. Резистор R , конденсатор C и индуктивность L определяются как параметры, входящие в следующие известные выражения:

$$U = R \cdot I, \quad i = C \frac{du}{dt}, \quad u = L \frac{di}{dt}.$$

Идеальный трансформатор с коэффициентом трансформации N соответствует уравнениям для переменных напряжения и токов:

$$U_1 = N \cdot U_2 \quad \text{и} \quad I_2 = N \cdot I_1.$$

Взаимный трансформатор – устройство, описываемое уравнениями для переменных напряжения и токов:

$$U_1 = L_1 \frac{dI_1}{dt} + M \frac{dI_2}{dt}, \quad U_2 = L_2 \frac{dI_2}{dt} + M \frac{dI_1}{dt}.$$

Здесь L_1 и L_2 – индуктивность первичной и вторичной обмоток трансформатора, M – взаимная индуктивность.

Идеальный гиратор – устройство, описываемое уравнениями:

$$I_1 = G \cdot U_2, \quad I_2 = G \cdot U_1.$$

Идеальный операционный усилитель – это усилитель с бесконечным коэффициентом усиления и с отсутствующими нелинейными и частотными искажениями. Применим только в электрических и электронных системах с обратными связями.

Модель диода в пакете идеализирована и соответствует уравнению его ВАХ в упрощенном виде:

$$U = U_f (1 - R_{on} G_{off}),$$

где U_f – прямое напряжение перегиба, R_{on} – дифференциальное прямое сопротивление, G_{off} – обратная проводимость.

На рис. 2 показана диаграмма моделирования неинвертирующего усилителя на основе идеального операционного усилителя (ОУ), охваченного последовательной обратной связью через резистивный делитель $R_1 R_2$. При бесконечном коэффициенте усиления операционного теоретически коэффициент усиления усилителя $K_0 = (R_1 + R_2) / R_1$. При указанных на рис. 2 номиналах резисторов $K_0 = 10$.

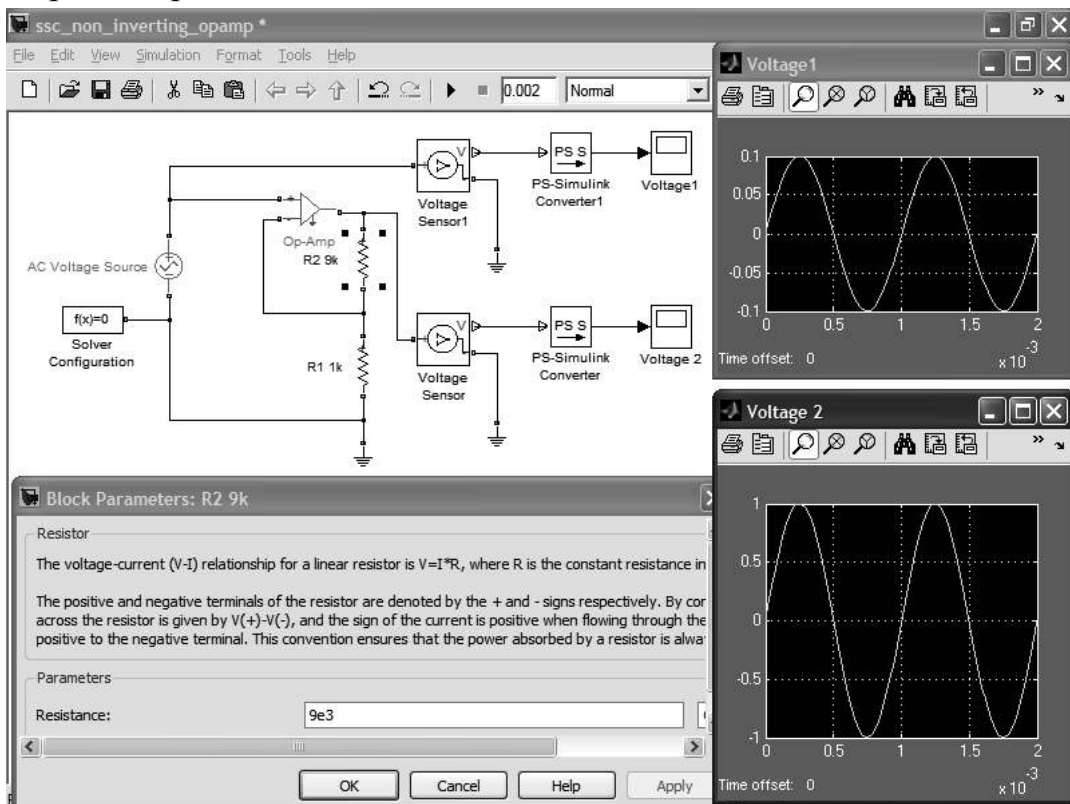


Рис. 2. Модель неинвертирующего усилителя на основе идеального ОУ

Собственно диаграмма усилителя представлена левой частью диаграммы рис. 3. В эту часть входит также блок конфигурации решателя Solver Configuration, подключаемый к общей шине диаграммы. В правой части размещены сенсоры напряжения, конвертеры сигналов и виртуальные осциллографы. Конвертеры сигналов позволяют соединять Simulink-осциллографы с выходами сенсоров напряжения пакета Simscape.

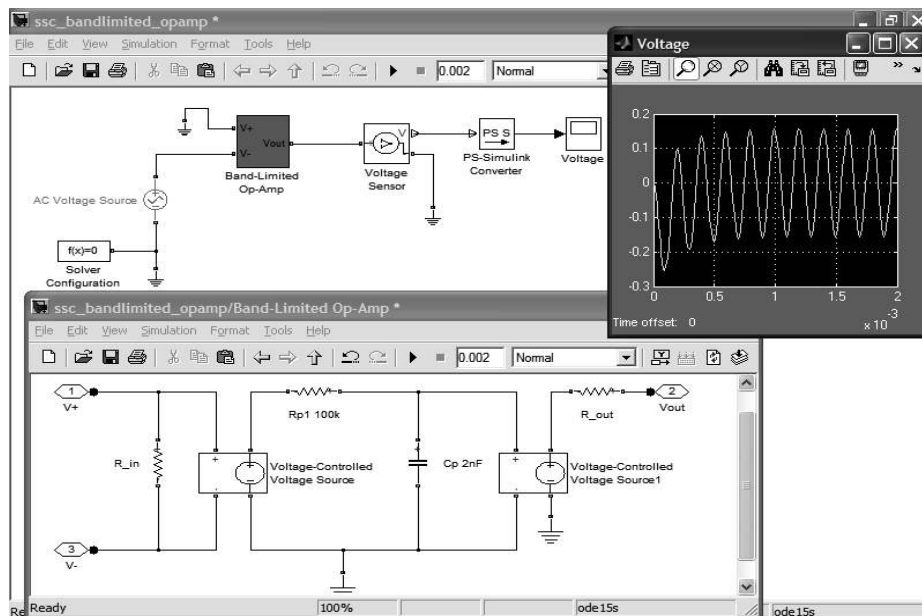


Рис. 3. Диаграмма усилителя с ограниченной полосой частот

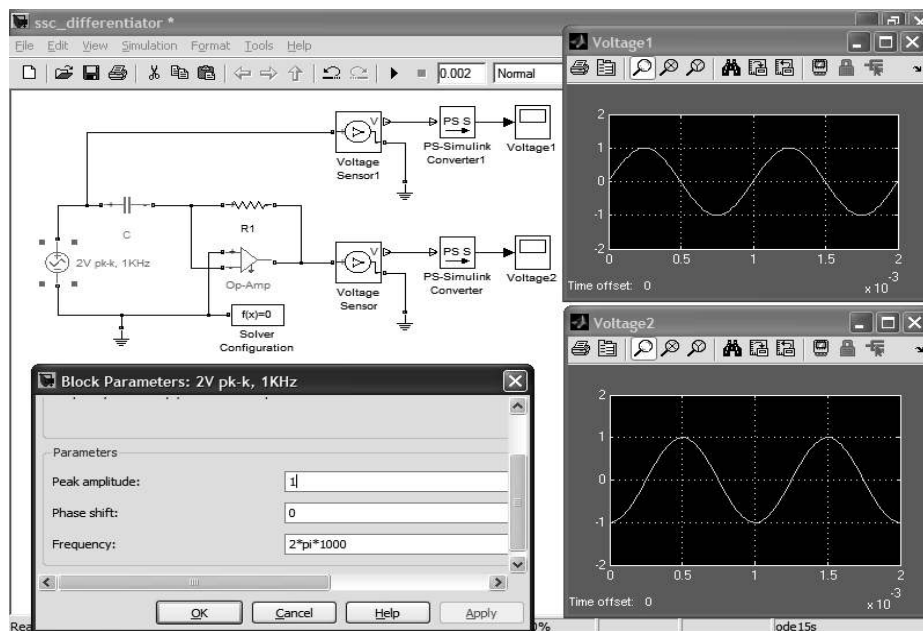


Рис. 4. Диаграмма дифференцирующего устройства на основе идеального операционного усилителя

Приведенные выше диаграммы (модели) усилителей имеют бесконечно большую полосу частот, поскольку основаны на идеальном операционном усилителе. Однако реальные усилители имеют спад усиления на высоких частотах. В простейшем случае его можно промоделировать в суббло-

ке включением в операционный усилитель интегрирующей RC цепочки, что реализована в диаграмме рис. 3.

На рис. 4 показана диаграмма модели устройства, выполняющего дифференцирование входного сигнала.

Выходное напряжение моделируемого устройства

$$u_{\text{вых}}(t) = RC \frac{du_{\text{вх}}}{dt},$$

что и подтверждают осциллограммы виртуальных осциллографов, показанные на рис. 4 для примера дифференцирования синусоидального сигнала.

Пакет имеет линейную и нелинейную модели биполярного транзистора. При этом эмиттерный и коллекторный переходы представлены диодами и в модели учтена взаимосвязь между ними. На рис. 5 показана нелинейная модель.

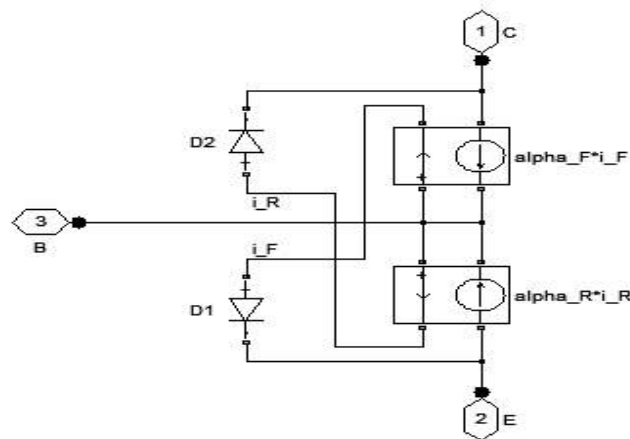


Рис. 5. Нелинейная субмодель биполярного транзистора

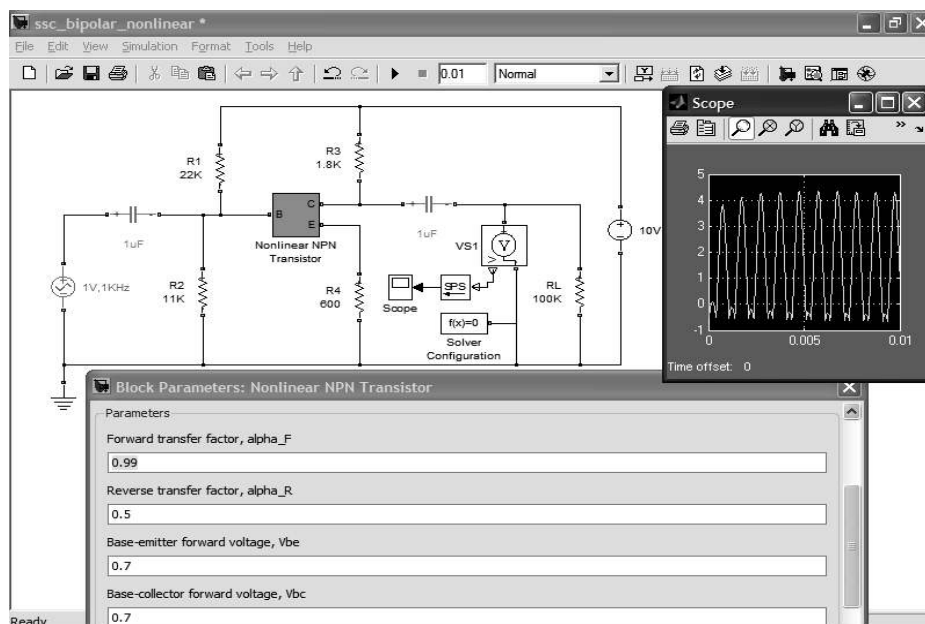


Рис. 6. Диаграмма модели нелинейного однокаскадного усилителя

На рис. 6 показана диаграмма модели нелинейного однокаскадного усилителя на биполярном транзисторе. В ней использована субмодель, представленная на рис. 6. Осциллограмма демонстрирует заметные искажения выходного сигнала.

На рис. 7 представлена диаграмма простой цепи (нелинейная индуктивность подключена к источнику синусоидального тока) и осциллограммы расчетного (Expected) и смоделированного напряжений на индуктивности (они практически совпадают).

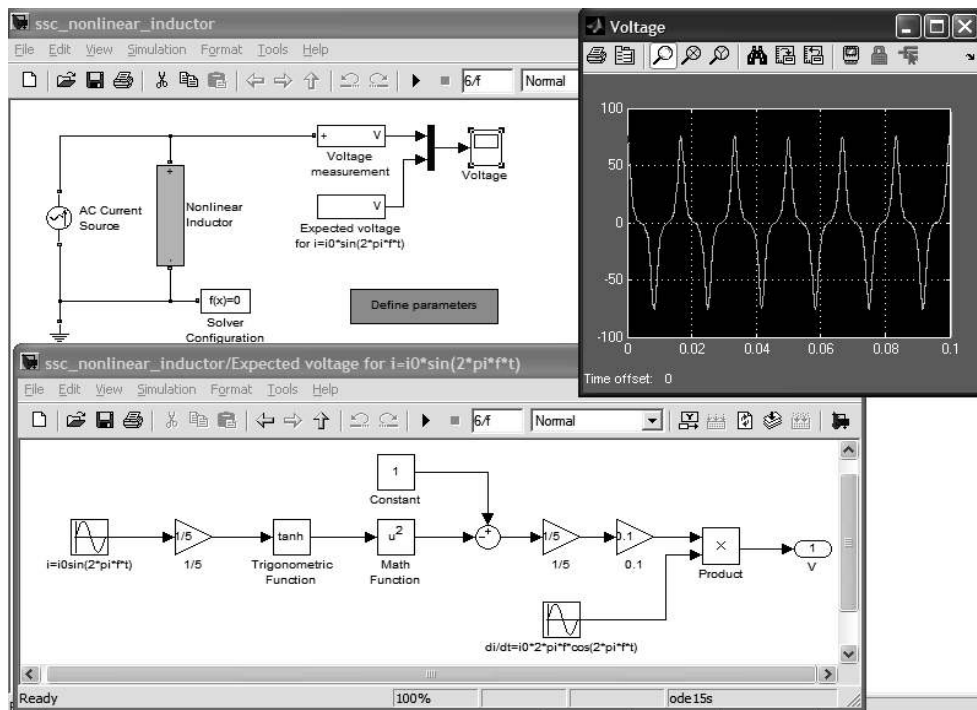


Рис. 7. Диаграмма моделирования напряжения на нелинейной индуктивности

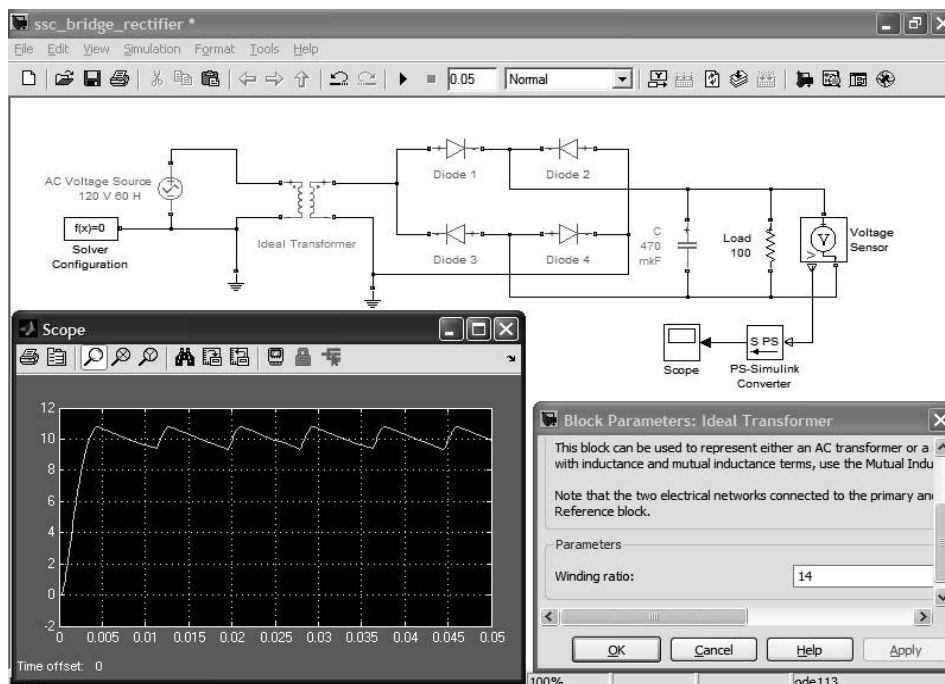


Рис. 8. Диаграмма моделирования мостового выпрямителя

Мостовой выпрямитель переменного напряжения – одна из широко применяемых в радиоэлектронике схем. На рис. 8 представлена диаграмма такого устройства и результаты моделирования его работы. Хорошо видны рост выходного напряжения выпрямителя и характерные его пульсации с двойной частотой сети.

Разумеется, возможно моделирование и других электро- и радиотехнических устройств, хорошо пополняющее возможности базового пакета блочного имитационного моделирования Simulink (последняя реализация 7). Для моделирования электронных схем служит также пакет расширения SimElectronics.

Литература

1. Дьяконов В. П. MATLAB R2006/2007/2008 + Simulink 5/6/7. Основы применения. М.: Солон-Пресс, 2008. 800 с.
2. Дьяконов В. П. Simulink 5/6/7. Самоучитель. М.: ДМК-Пресс, 2008. 784 с.

ПАКЕТ МОДЕЛИРОВАНИЯ ЭЛЕКТРОННЫХ СХЕМ SIMELECTRONICS

В.П. ДЬЯКОНОВ

Смоленский государственный университет, г. Смоленск

Хотя моделирование некоторых электронных устройств вполне возможно с помощью пакетов расширения SimPowerElectronics и Simscape системы MATLAB, оно не очень наглядно из-за скудности моделей электронных компонентов и необходимости создавать собственные субмодели многих приборов. Кроме того, модели, применяемые в пакете Simscape, слишком идеализированы.

В новейшую (на момент написания данного материала) версию системы MATLAB R2008b был введен новый пакет расширения SimElectronics 1.1, специально предназначенный для моделирования электронных устройств (схем). Версия пакета SimElectronics 1.0 была введена в промежуточную версию MATLAB R2008a+ и широкой известности не получила.

Для удобного и наглядного моделирования электронных устройств новый пакет содержит специально ориентированную на это библиотеку компонентов, включающую в себя основные пассивные и активные компоненты: резисторы, конденсаторы, индуктивности, диоды, биполярные и полевые транзисторы, интегральные линейные и логические схемы и т.д. Модели многих компонентов аналогичны моделям ставшей классической системы моделирования электронных схем PSPICE. При этом сохраняются

уникальные возможности MATLAB в задании математических соотношений в моделях компонентов и блочного имитационного моделирования.

Доступ к библиотеке блоков пакета расширения SimElectronics возможен из окна выювера библиотек пакета Simulink или с помощью команды `elec_lib`, вводимой в окне командного режима работы MATLAB. Это выводит основное окно библиотеки блоков пакета SimElectronics.

Из основного окна библиотеки блоков пакета SimElectronics открывается доступ к следующим разделам библиотеки:

- **Actuators & Drivers** – блоки двигателей и электромоторов.
- **Integrated Circuits** – блоки интегральных операционных усилителей и логических схем.
- **Passive Devices** – блоки пассивных компонент.
- **Semiconductor Devices** – блоки полупроводниковых приборов.
- **Sensors** – блоки сенсорных устройств.
- **Sources** – блоки источников сигналов и электрической энергии.
- **Utilities** – блоки утилит.

Раздел библиотеки **Actuators & Drivers** содержит модели электродвигателей ряда типов и драйверов для них. Тут имеется также контроллер широтно-импульсной модуляции. Окно раздела интегральных микросхем **Integrated Circuits** содержит всего две модули операционных усилителей с конечной полосой частот и с конечным коэффициентом усиления. Они более близки к реальным операционным усилителям, чем модели в разделе **Electrical** пакета Simscape. Блок **Logic** открывает окно с 7 блоками основных логических схем класса CMOS (на комплементарных полевых транзисторах). Раздел библиотеки пассивных компонентов содержит блоки предохранителя **Fuse**, реле **Relay**, терморезистора **Thermal Resistors**, трехобмоточный трансформатор **Three-Winding Mutual Inductor**, конденсатор переменной емкости **Variable Capacitor** и индуктор с переменной индуктивностью **Variable Inductor**.

Один из самых больших разделов – полупроводниковых устройств (**Semiconductor Devices**) содержит 9 блоков (рис. 1 сверху). Это диод, биполярные транзисторы p-n-p и n-p-n типа, полевые транзисторы с управляющим переходом и каналом p- и n-типа, полевые транзисторы со структурой МДП (MOS) и каналом p- и n-типа и оптрон. Все блоки имеют стандартное обозначение этих приборов, что делает диаграммы моделей похожими на принципиальные схемы электронных устройств. Это заметно повышает их наглядность.

Окно раздела **Semiconductor Devices** имеет блок **SPICE-Compatible Semiconductor**, активизация которого открывает окно с 7 моделями полупроводниковых приборов, модели которых подобны моделям их в классической системе схемотехнического моделирования PSPICE (см. рис. 1 снизу).

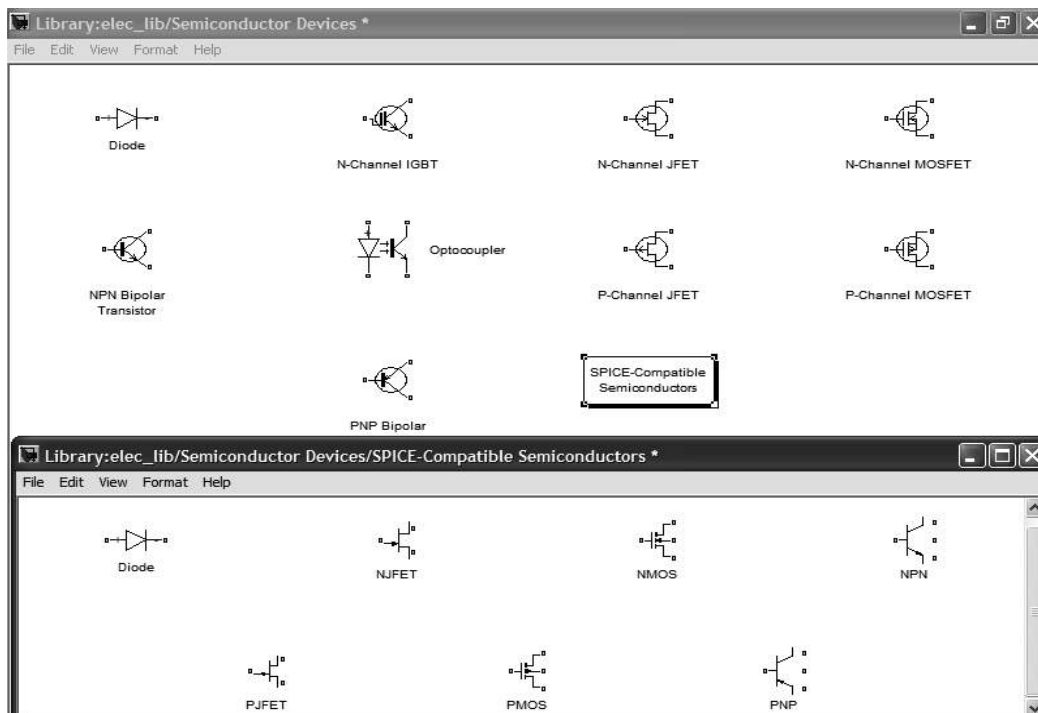


Рис. 1. Окна разделов библиотеки пакета SimElectronics: Semiconductor Devices (сверху) и устройств с моделями PSPICE (снизу)

Подготовка диаграммы моделируемого электронного устройства выполняется по ранее описанным правилам подготовки диаграмм в основном пакете блочного имитационного моделирования Simulink с учетом специфики пакета Simscape. Блоки вводятся их переносом мышью из окон библиотеки в окно диаграммы либо с применением копирования и переноса с помощью буфера промежуточного хранения операционной системы. Затем блоки соединяются друг с другом также с помощью мыши – курсор мыши фиксируется на выходе одного блока и при нажатой левой клавише мыши протягивается соединение со входом другого блока и т.д.

Однако соединения возможны только между однотипными блоками, например, между блоками Simulink или Simscape. Соединения между разнотипными блоками осуществляются с помощью блоков-конверторов, приводящих форматы данных в соответствие с форматами различных пакетов расширения.

Продемонстрируем возможности пакета SimElectronics на простом примере моделирования переходных процессов в линейной RC-цепи. Диаграмма модели показана на рис. 2. Схема состоит из генератора импульсных сигналов Pulse voltage source, дифференцирующей RC-цепи ($C=51$ пФ, $R=50$ Ом) и осциллографов для получения осциллограмм входных и выходных импульсов. Поскольку осциллографы принадлежат пакету расширения Simulink и строят осциллограммы безразмерных сигналов, они подключены к цепям Simscape – SimElectronics через субблоки конверсии. К земле схемы подключен блок задания конфигурации решателя.

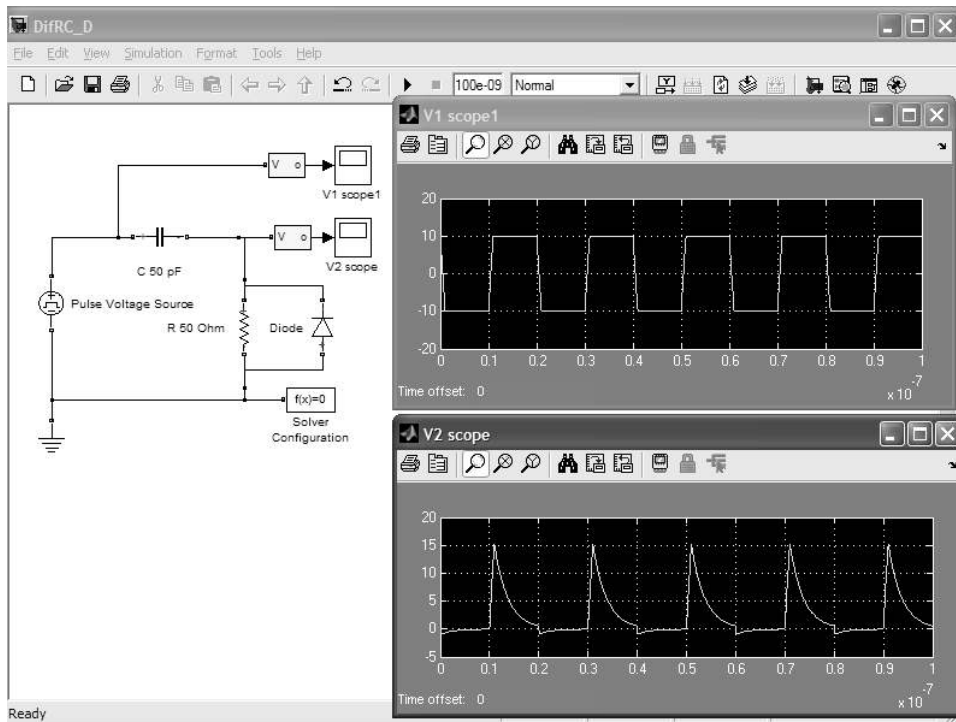


Рис. 2. Моделирование дифференцирующей RC-цепи с отсекающим диодом

На рис. 3 представлена диаграмма моделирования одиночного усиительного каскада с общим истоком на маломощном полевом транзисторе с управляющим р-п-переходом. Диаграмма построена по обычным правилам построения диаграмм, разве что на ней добавлены порты напряжений.

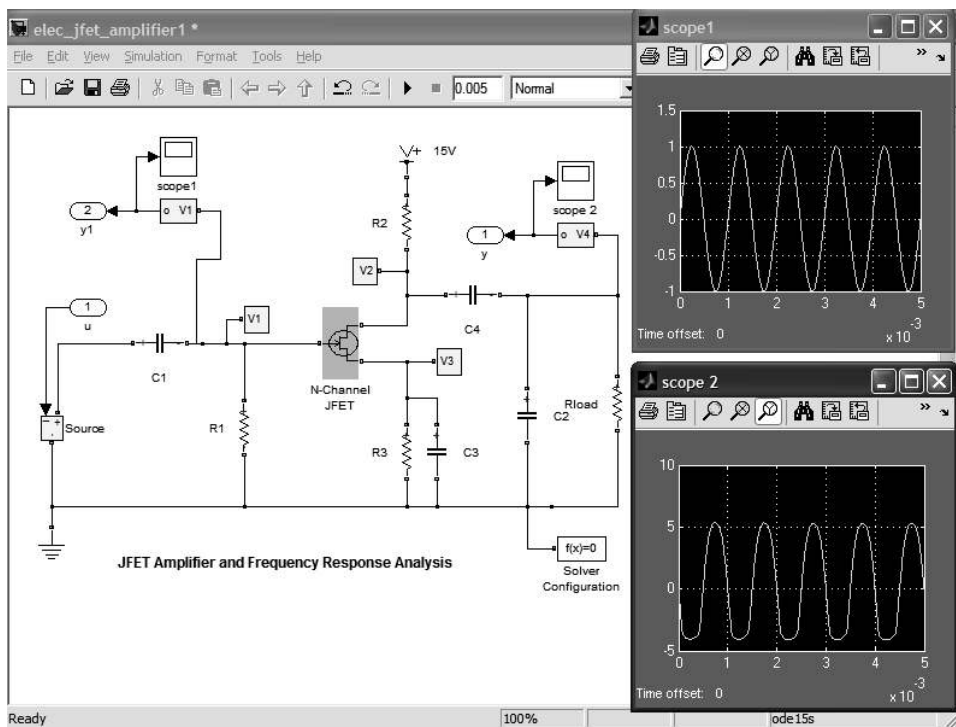


Рис. 3. Пример моделирования каскада с общим истоком

Обычно данный каскад используется для усиления синусоидальных сигналов малого уровня в звуковом и ультразвуковом диапазонах частот (именно это показано в оригинале данного примера). Но в нашем случае амплитуда входного сигнала увеличена до 1 В, что приводит к возникновению заметных нелинейных искажений. Об этом и свидетельствуют осциллограммы на входе (чистая синусоида) и на выходе (синусоида с подрезанными отрицательными полуволнами). Этот пример наглядно показывает учет нелинейности полевого транзистора в использованной его PSPICE модели. Рекомендуется поработать с этим простым примером при различных установках параметров его блоков.

При исследовании усилителей малых сигналов важное значение имеет построение их амплитудно-частотных (АЧХ) и фазо-частотных (ФЧХ) характеристик. Для этого используется метод линеаризации усилителей в окрестностях рабочей точки. Если строится логарифмическая АЧХ (в децибелах усиления в функции от частоты, представленной в логарифмическом масштабе), то построенные характеристики называют диаграммами Боде.

Для построения диаграммы Боде моделируемой цепи можно воспользоваться средствами линеаризации и линейного анализа пакета расширения Control Design. Для этого в окне Simulink нужно использовать команду Tools-> Control Design -> Linear Analysis. Однако это легко сделать, используя следующие команды, вводимые в окне командного режима MATLAB:

```
>> [a,b,c,d] = linmod('elec_jfet_amplifier1');  
>> bode(a,b,c,d)
```

В первой команде надо задать имя файла диаграммы моделируемой цепи. Кроме того, надо обозначить порты ввода и вывода. Если указана, к примеру, пара таких портов, то по второй команде будет построена пара диаграмм Боде (рис. 4).

Верхняя пара графиков – это диаграммы Боде полного каскада (рис. 4), а нижняя пара – это диаграммы Боде для входной разделительной RC-цепи. Последние наглядно иллюстрируют спад коэффициента передачи на низких частотах и характерное изменение фазы от $+90^\circ$ до 0° , характерное для разделительной RC-цепи. Спад усиления на высоких частотах каскада в целом обусловлен влиянием емкостей модели транзистора и емкостью C_2 , шунтирующей нагрузку R_{load} .

Для снятия семейств ВАХ транзисторов, как биполярных, так и полевых, служат специальные приборы – характериографы. Диаграмма, показанная на рис. 5, моделирует характериограф и обеспечивает построение семейства ВАХ полевого транзистора. Семейство ВАХ здесь строится для ряда фиксированных напряжений на затворе и подаче пилообразного напряжения на сток. С деталями реализации модели можно ознакомиться, просмотрев файл `elec_mosfet.mdl`.

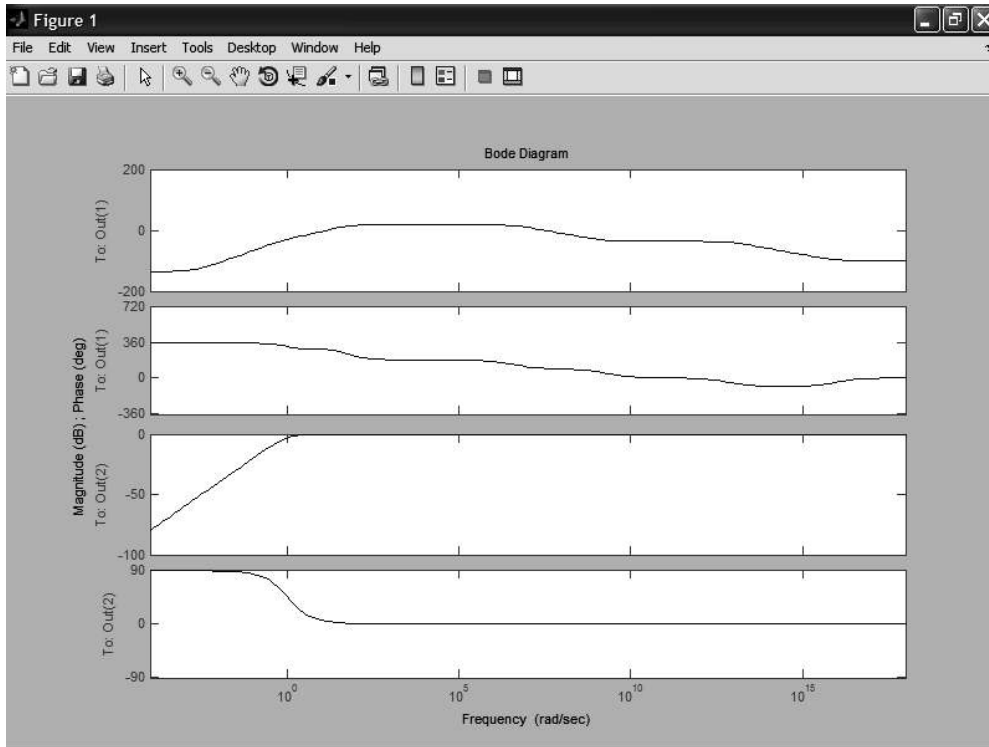


Рис. 4. Диаграммы Бode

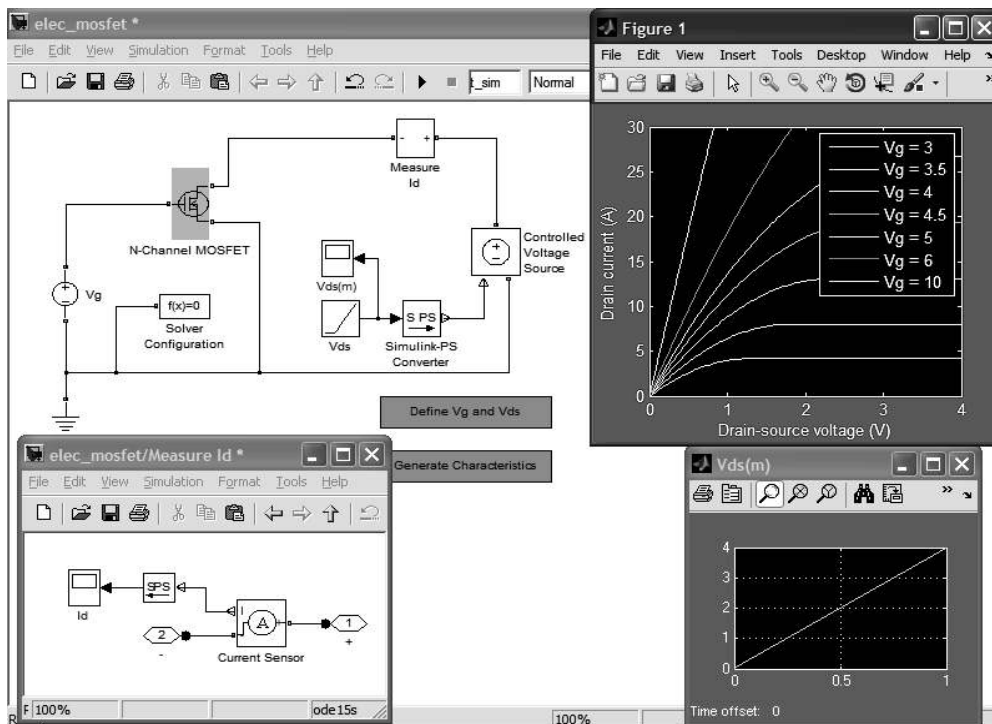


Рис. 5. Модель для построения семейства ВАХ полевого транзистора

На рис. 6 показана диаграмма одного из вариантов симметричного мультивибратора с облегченным режимом возникновения колебаний. Это достигается подключением базовых резисторов к коллекторам транзисторов.

Осциллограммы напряжений на коллекторе и базе левого транзистора показывают начало возникновения колебаний и их развитие до последую-

шего стационарного режима генерации колебаний. Нетрудно заметить, что форма импульсов на коллекторе отличается от прямоугольной – фиксируются моменты выхода транзистора из режима насыщения во включенном состоянии и его перехода в выключенное состояние.

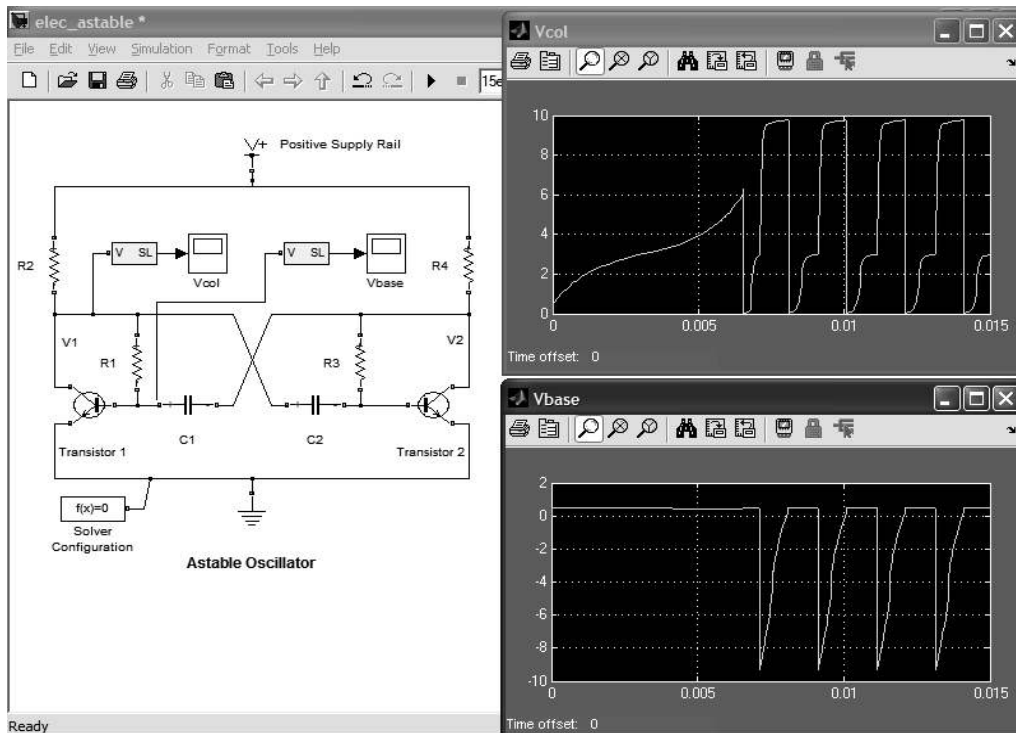


Рис. 6. Диаграмма модели симметричного автоколебательного мультивибратора и осциллограммы с результатами моделирования

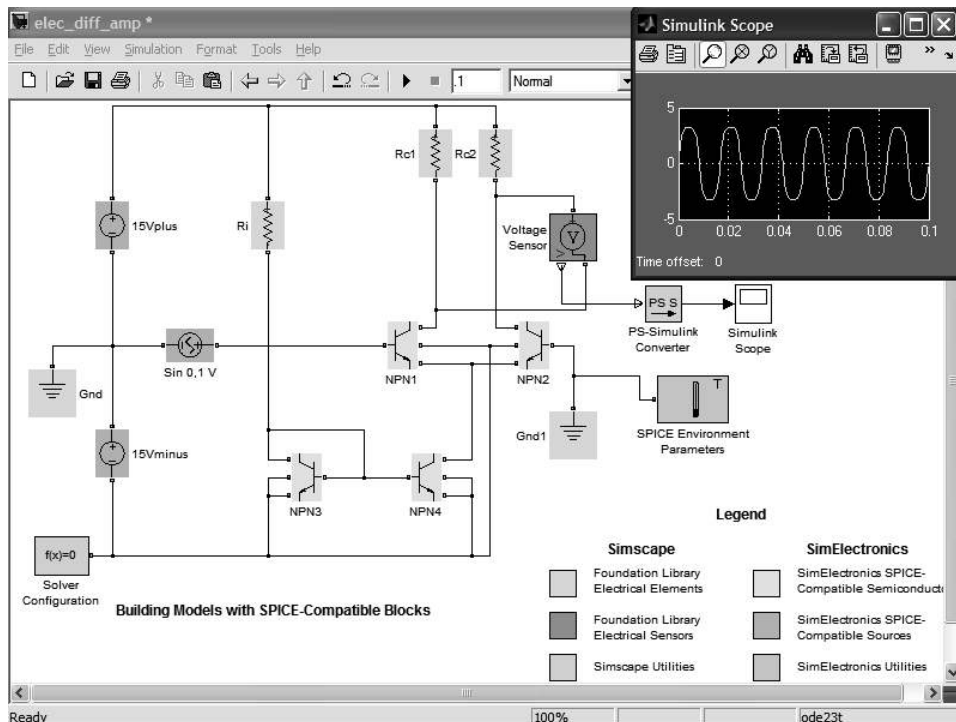


Рис. 7. Диаграмма моделирования дифференциального каскада на биполярных транзисторах

На рис. 7 представлена диаграмма моделирования типичного дифференциального каскада на n-p-n биполярных транзисторах. Такой каскад используется в большинстве интегральных операционных усилителей. Используются PSPICE модели транзисторов.

При амплитуде входного синусоидального сигнала примерно до 10 мВ каскад работает в линейном режиме и его выходное напряжение имеет практически синусоидальную форму (проверьте!). Но в данном случае (показанном на рис. 7) амплитуда входного сигнала увеличена до 0,1 В и хорошо заметны ограничения выходного сигнала. Можно заметить, что ограничение довольно плавное и практически симметричное. Наличие ограничения свидетельствует о применении нелинейной PSPICE модели для биполярных транзисторов.

Литература

1. Дьяконов В. П. MATLAB R2006/2007/2008 + Simulink 5/6/7. Основы применения. М.: Солон-Пресс, 2008. 800 с.
2. Дьяконов В. П. Simulink 5/6/7. Самоучитель. М.: ДМК-Пресс, 2008. 784 с.

РАЗРАБОТКА КОМПЛЕКСА ПРОГРАММНЫХ СРЕДСТВ МОДЕЛИРОВАНИЯ И АВТОМАТИЗАЦИИ ПРЕДМЕТНЫХ ОБЛАСТЕЙ

А.Г. ЗАБУРДАЕВ
e-mail: iloin@mail.ru

В настоящее время существует большое число программных средств для проектирования автоматизированных информационных систем (АИС). Как правило, созданием АИС для специалистов предметной области занимается ИТ - специалисты. Это приводит к проблемам, связанным с недостаточным пониманием ИТ - специалистами автоматизируемых процессов.

Можно выявить следующие проблемы при создании АИС:

- вследствие большой степени изменчивости процессов сложно осуществлять комплексную модификацию автоматизированных процессов;
- вследствие большого количества автоматизируемых процессов, а также достаточно большой степени их изменчивости крайне сложно проводить полноценный жизненный цикл автоматизации процессов;
- вследствие большой степени связности процессов возникают существенные сложности, связанные распределенной автоматизацией этих процессов;
- сложность согласования автоматизируемых процессов из различных предметных областей.

Для решения этих проблем необходимо, чтобы основные автоматизируемые процессы с учетом их взаимосвязи и проводимых вычислений разрабатывались самими специалистами предметной области, а не ИТ - специалистами. Для этого необходимо создать комплекс программных средств (платформу), позволяющий специалистам предметной области конструировать АИС в интерактивном режиме без участия ИТ-специалистов.

Для упрощения работы специалиста предметной области с платформой нужно сделать особый акцент на наглядности и естественности визуального отображения модели АИС, что должно упростить работу специалиста предметной области.

Платформа предназначена для повышения эффективности деятельности специалистов различных предметных областей за счет:

- обеспечения возможности формализованного описания (в терминах предметной области) широкого класса задач этими специалистами на основе развитых средств визуального конструирования;
- разработки автоматизированных решений формализованных предметных областей без участия разработчиков информационного и программного обеспечения;
- непосредственной автоматизации выполнения этих автоматизированных решений в ходе профессиональной деятельности специалистов предметной области.

Платформа должна состоять из следующих основных частей.

- Формализованная модель предметной области. Содержит достаточное описание предметной области для ее интерпретации в процессе автоматизации.
- Конструкторы. Это средства, позволяющие редактировать формализованную модель предметной области.
- Интерпретатор. Это средство интерпретации формализованного описания предметной области в процессе автоматизации.

Основой данной концепции является унифицированный язык моделирования предметных областей, реализующий следующие требования:

- формализовать предметную область предприятия специалистом предметной области;
- позволять автоматизировать действия в рамках предметной области с минимальным вмешательством пользователя;
- вести контроль и мониторинг выполнения работ в рамках предметной области.

О ВОЗМОЖНОСТЯХ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ ИНТЕРАКТИВНОЙ ГЕОМЕТРИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ GEOGEBRA 3.0 В УЧЕБНОМ ПРОЦЕССЕ

Р.А. ЗИАТДИНОВ

Татарский государственный гуманитарно-педагогический университет, г. Казань
e-mail: rushanziatdinov@yandex.ru

Интерактивными геометрическими системами (ИГС) [1] называются программные среды, которые позволяют делать геометрические построения на компьютере таким образом, что при движении исходных объектов фигура сохраняет свою целостность. Первой ИГС, созданной в начале 1980-х, была система Geometric Supposer, после нее появились Cabri и The Geometer's Sketchpad. В настоящее время всего насчитывается около двух десятков ИГС, одной из самых распространенных в мире и притом бесплатно распространяемой (GPL¹) является Geogebra. Она написана на языке программирования Java, переведена на 38 языков, включая русский, и доступна для платформ Windows, Linux и Mac OS.

Geogebra предназначена, прежде всего, для решения задач школьного курса геометрии: в ней можно создавать всевозможные конструкции из точек, векторов, отрезков, прямых, строить графики элементарных функций, которые также возможно динамически изменять варьированием некоторого параметра, входящего в уравнение, а также строить перпендикулярные и параллельные заданной прямой линии, серединные перпендикуляры, биссектрисы углов, касательные, определять длины отрезков, площади многоугольников и т. д. Кроме того, координаты точек могут быть введены вручную на панели объектов, а уравнения кривых, касательные – в строке ввода при помощи соответствующих команд.

Geogebra применяется также для демонстрации теорем. Решенные с ее помощью задачи легко просмотреть сначала в режиме презентации. Созданный файл можно экспортировать как интерактивный чертеж в формат Web-страницы (для ее корректного отображения следует предварительно установить Java Runtime Environment).

Рассмотрим элементарную задачу из курса аналитической геометрии [2].

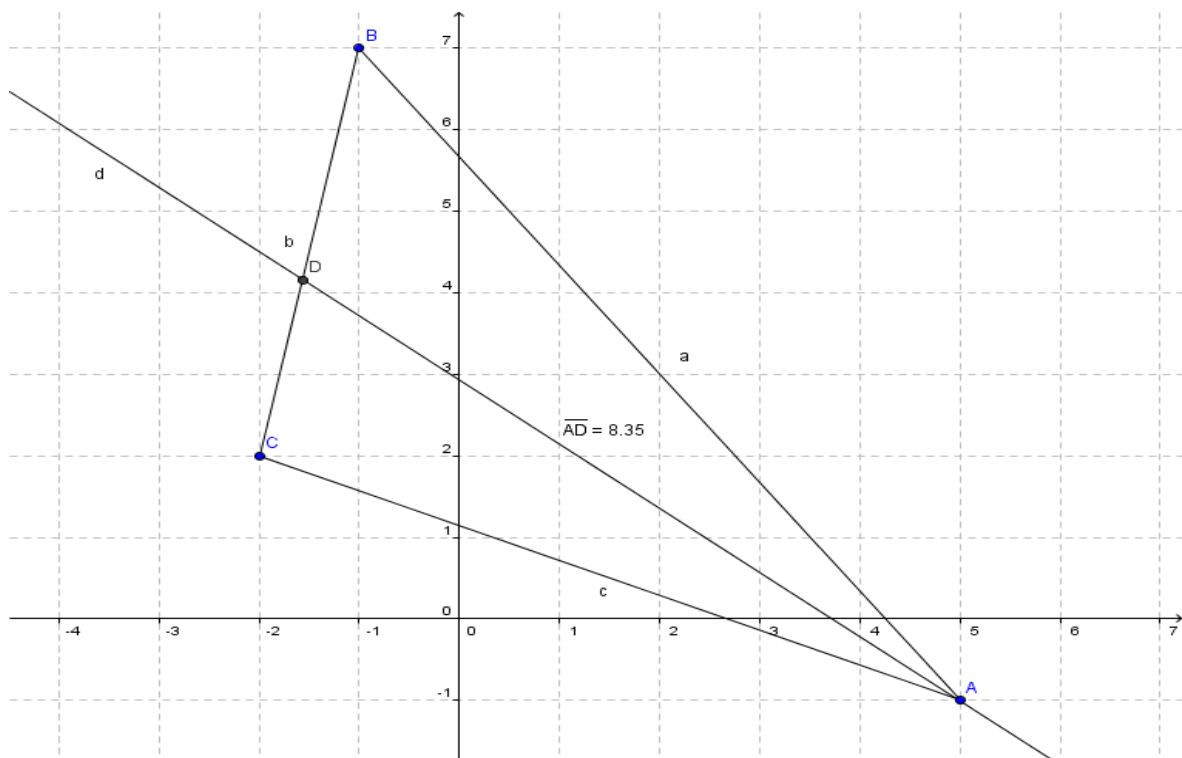
Задача 1. Даны вершины треугольника $A(5, -1)$, $B(-1, 7)$, $C(1, 2)$. Найдите длину его внутренней биссектрисы, проведенной из вершины A .

Решение.

1. При помощи инструмента “Точка” на панели инструментов введем точки A, B, C с соответствующими координатами.

¹ General Public License – общедоступная лицензия (право на получение и свободное распространение программного обеспечения и исходных файлов за право распространения на тех же условиях модификаций этого программного обеспечения - обычно в рамках проекта GNU).

2. Соединим все точки отрезками, так что $AB = a$, $BC = b$, $AC = c$ (инструмент “Отрезок по двум точкам”). На панели объектов появятся длины заданных отрезков.
3. Проведем биссектрису d из вершины A , поочередно отмечая точки C, A, B (инструмент “Биссектриса угла”). Уравнение прямой d появится на панели объектов.
4. Отметим точку D пересечения прямой d и отрезка $BC = b$ (инструмент “Пересечение двух объектов”).
5. При помощи инструмента “Расстояние или длина” последовательно отметим точки A и D . Над отрезком появится надпись $\overline{AD} = 8.35$. Результаты решения представлены на следующем рисунке.



Принципиальным отличием многих ИГС от систем компьютерной математики является то, что пользователь вручную вводит объекты и только после этого может изменять их характеристики, при этом пропадает фактор математичности геометрических построений. Поэтому, по мнению автора, интерактивные геометрические среды целесообразнее использовать для демонстраций решения задач и доказательств теорем.

Литература

1. Дубровский В.Н. Типология динамических чертежей // XV Международная конференция-выставка «Информационные технологии в образовании» («ИТО-2005»). М., 2005.
2. Ефимов Н.В. Краткий курс аналитической геометрии. М.: Наука. 1967.

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ В СКМ ПРОЦЕССА УСТАНОВЛЕНИЯ ТЕРМОДИНАМИЧЕСКОГО РАВНОВЕСИЯ В РАННЕЙ ВСЕЛЕННОЙ

Д.Ю. ИГНАТЬЕВ

Татарский государственный гуманитарно-педагогический университет

e-mail: notime2cry@mail.ru

В работах Ю.Г. Игнатъева [1]-[3] на основе предположения о восстановлении скейлинга в области сверхвысоких взаимодействий элементарных частиц была предложена неравновесная модель вселенной. В частности, при слабом нарушении локального термодинамического равновесия (ЛТР) в ранней вселенной эта модель определяется уравнением энергобаланса, описывающим процесс релаксации температуры космологической плазмы к ее равновесному значению [4]:

$$y^4 + \frac{15}{\pi^4} \sum (2s+1) \int_0^\infty d\rho \rho^3 \delta f(\rho, 0) \cdot \exp \left[-\frac{\xi(\rho)}{\rho} \int_0^t \frac{y^2(t') dt'}{\sqrt{t'}} \right] = 1, \quad (1)$$

где $y = T/T_0 \leq 1$ – относительная температура равновесной компоненты плазмы ($T_0(t)$ – температура плазмы в равновесной модели, t – космологическое время), $\delta f(\rho, 0)$ – начальное распределение по безразмерной импульсной переменной ρ ,

$$\xi(t, \rho) = \frac{\pi \tilde{N}}{3\sqrt{N}} \left(\frac{45}{32\pi^3} \right)^{1/4} \frac{1}{\Lambda(\rho T T_0/2)};$$

$\Lambda(z) = \ln^2(1+1/z)$ – логарифмический фактор асимптотического сечения рассеяния. При заданном начальном распределении уравнение (1) является нелинейным интегральным уравнением относительно функции $y(t)$. В [4] показано, что введением новых безразмерных переменных τ, Z :

$$Z = \bar{\xi} \sqrt{t}; \quad Z = \bar{\xi} \int_0^t \frac{y^2(t')}{\sqrt{t'}} dt' = \int_0^\tau y^2(\tau') d\tau'$$

и безразмерной функции $\Phi(Z)$

$$\Phi(Z) = \frac{\sum_a (2s_a + 1) \int_0^\infty d\rho \rho^3 \Delta f_a^0(\rho) e^{-Z \bar{\rho}_0/\rho}}{\sum_a (2s_a + 1) \int_0^\infty d\rho \rho^3 \Delta f_a^0(\rho)}$$

уравнение (1) можно проинтегрировать с логарифмической точностью сведением к параметрической системе уравнений:

$$\tau = \frac{1}{2} \int_0^Z \frac{dz}{\sqrt{1 - (1 - \sigma_0)\Phi(z)}}; \quad (2)$$

$$y = [1 - (1 - \sigma_0)\Phi(Z)]^{1/4}, \quad (3)$$

разрешая которые относительно $\tau(Z)$ и $y(Z)$, мы получаем полное решение задачи. При этом эволюция неравновесного распределения определяется выражением:

$$\delta f_a(\rho, t) = \delta f_a(\rho, 0) \cdot \exp \left[-\frac{\xi(\rho)}{\xi_0} Z(\tau) \right].$$

Таким образом, для полного решения задачи достаточно задать начальное неравновесное распределение $\delta f(\rho, 0)$. Для выяснения устойчивости космологического сценария от параметров начального распределения в работе построены две математические модели, основанные на первоначальном квазиступенчатом (4) и экспоненциальном (5) распределениях:

$$\delta f(\rho, 0) = \frac{A}{\rho_0^3 (k^2 + \rho^2)^{3/2}} \chi(1 - \rho), \quad k \rightarrow 0, \quad (4)$$

где $\chi(1 - \rho)$ – функция Хевисайда;

$$\delta f(\rho, 0) = A e^{-\alpha \rho}. \quad (5)$$

Вычисления дают для функции $\Phi(Z)$:

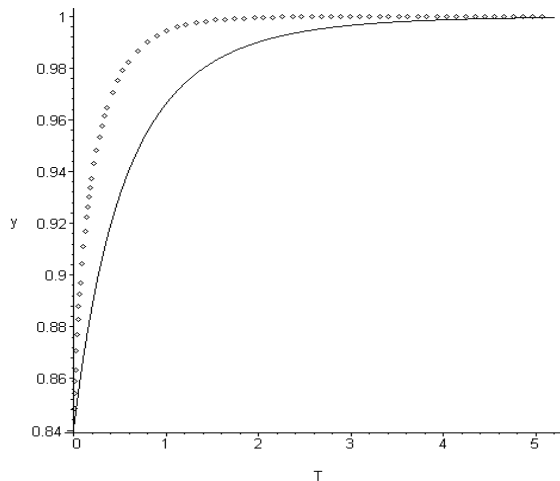
$$\Phi(Z) = e^{-Z} + \text{Ei}(-Z), \quad (6)$$

– для распределения (4) и

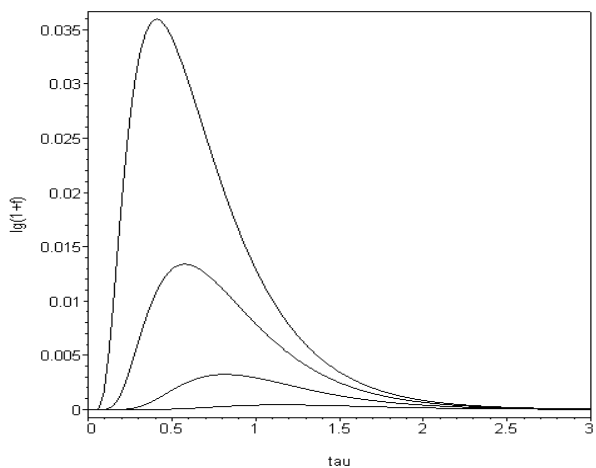
$$\Phi(Z) = \frac{9Z^3}{2} \left(\frac{2(3Z + 6)K_0(2\sqrt{3Z})}{9Z^2} + \frac{4\sqrt{3}(3 + 6Z)K_1(2\sqrt{3Z})}{27Z^{5/2}} \right) \quad (7)$$

– для распределения (5).

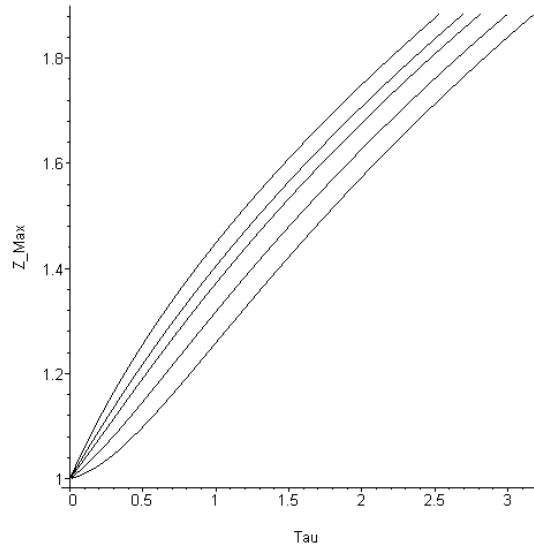
В работе проведено численное моделирование процесса установления ЛТР для этих моделей с помощью системы компьютерной математики Maple.



Релаксация температуры плазмы в случае ступенчатого (точечная линия) и экспоненциального (сплошная линия) распределений для значения $\sigma_0=0,5$



Релаксация экспоненциального распределения. По оси ординат отложены значения $\lg(1+\delta f)$; сверху вниз: $\tau=0,5; 1; 2; 4$



Зависимость положения максимума распределения от безразмерного времени, вычисленная по формуле для экспоненциального распределения в зависимости от параметра неравновесности начального распределения. Сверху вниз: $\sigma_0=0,01$; $\sigma_0=0,1$; $\sigma_0=0,3$; $\sigma_0=0,5$; $\sigma_0=0,9$.

Показано, что максимум спектра энергии неравновесных частиц смещается со временем по приближительному закону: $P_{\max} \approx \sqrt{\tau}$ [5].

Литература

1. Игнатъев Ю.Г. Известия ВУЗов. Физика. 1986. Т. 29, № 2. С. 27-32.
2. Игнатъев Ю.Г. Проблемы теории гравитации, релятивистской кинетики и эволюции Вселенной. Казань: Изд-во КГПИ, 1988. С. 62-84.
3. Ignatyev Yu.G. Gravitation and Cosmology. 2007. **13**, № 1. P. 31-42.
4. Ignatyev Yu.G. and Ignatyev D.Yu. Gravitation and Cosmology. 2007. **13**, № 2. P. 101-113.
5. Ignatyev Yu.G. and Ignatyev D.Yu. Gravitation and Cosmology. 2008. **14**, № 4. P. 309-313.

ПОЛЬЗОВАТЕЛЬСКИЕ ГРАФИЧЕСКИЕ ПРОЦЕДУРЫ ДЛЯ СОЗДАНИЯ АНИМАЦИОННЫХ МОДЕЛЕЙ НЕЛИНЕЙНЫХ ФИЗИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ

Ю.Г. ИГНАТЬЕВ

Татарский государственный гуманитарно-педагогический университет
420021 Казань, ул. Межлаук, д. 1
e-mail: ignatev-yurii@mail.ru

Наиболее интересные с точки зрения физики явления имеют существенно нелинейную природу и описываются либо нелинейными обыкновенными дифференциальными уравнениями, либо нелинейными дифференциальными уравнениями в частных производных, либо нели-

нейными интегро-дифференциальными уравнениями. Суть такого положения вещей заключается в том, что учет самосогласованного взаимодействия частиц системы всегда приводит к нелинейным уравнениям, и лишь только первые аппроксимации этих уравнений дают уравнения линейной физики. При исследовании нелинейных систем обнаруживается следующее обстоятельство: при небольших временах поведение таких систем совпадает с поведением соответствующих линейных систем, но с течением времени все более отклоняется и часто обнаруживает качественно новые типы поведения. Пример такого поведения представляют солитоны, являющиеся точными решениями нелинейных дифференциальных уравнений [1, 2]. Таким образом, можно сказать, что при малых временах механические системы обнаруживают линейное поведение, на больших – существенно нелинейное. Нелинейными факторами в таких системах могут являться самодействие, трение, нелинейные связи, нелинейные граничные условия.

Поскольку аналитическое решение дифференциальных уравнений, описывающих такие системы, в подавляющем большинстве случаев получить не удастся, нелинейные механические системы, за редкими исключениями, остаются вне поля вузовского физико-математического образования, что, по нашему мнению, делает его ущербным, уклоняющимся от изучения практически важных процессов и объектов. С математической точки зрения исследование нелинейных механических систем возможно лишь численными методами, а для точечных систем – также и методами качественной теории дифференциальных уравнений. В работе излагаются общие принципы создания пользовательских графических процедур в СКМ Maple и приводится ряд конкретных примеров таких процедур.

Литература

1. Буллаф Р., Кодри Ф. Солитоны. М.: Мир, 1983.
2. Лонгрен К., Скотт Э. Солитоны в действии. М.: Мир, 1981.

ДИАГОНАЛЬНО-НЕЯВНЫЕ МЕТОДЫ РУНГЕ-КУТТЫ ДЛЯ РЕШЕНИЯ АЛГЕБРО-ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ В РЕЖИМНОМ ТРЕНАЖЁРЕ ДИСПЕТЧЕРА ЭНЕРГОСИСТЕМЫ

Е.Д. КАРАСЁВ

ЗАО Монитор Электрик, 357506, а/я 128, Ставропольский край, г. Пятигорск,
ул. Подстанционная, 26, тел.: (4812) 52-53-90, e-mail: karaceb@monitel.ru

О.Е. БЕЛЬЦОВ

филиал ГОУВПО «МЭИ (ТУ)» в г. Смоленске
214013, г. Смоленск, Энергетический проезд, д. 1, e-mail: beltsov@pochta.ru

Расчёт динамики электроэнергетической системы (ЭЭС) сводится к численному решению вещественных алгебро-дифференциальных уравне-

ний (АДУ) индекса дифференцирования 1, записываемых в форме:

$$\begin{cases} dx/dt = f(x, z, t) \\ 0 = g(x, z, t). \end{cases}$$

Алгебраической частью учитывают взаимосвязь по сети генерирующего, регулирующего оборудования и потребителей.

Число дифференциальных и алгебраических уравнений может быть очень высоким. Так, энергосистема России в режимном тренажёре диспетчера «Финист» описывается 16 тысячами алгебраических уравнений и несколькими десятками тысяч дифференциальных.

Обычно в течение почти всего времени противоаварийной тренировки процессы протекают вяло. Но сразу после коммутаций и в крайне редких асинхронных режимах интенсивность процессов резко возрастает, и для их корректного воссоздания приходится учитывать в математических моделях оборудования малые постоянные времени. Бурные этапы непродолжительны, и для их моделирования можно на несколько секунд резко уменьшить шаг интегрирования, допустив отставание от реального времени. Но в течение большей части тренировки моделирование должно вестись в темпе процесса. Для сложных систем это возможно лишь при большом шаге интегрирования. Так что вялая динамика ЭЭС описывается жёсткими АДУ, и это приходится учитывать.

При очень высокой жёсткости приемлемы лишь L-устойчивые методы. При меньшей жёсткости достаточно A-, A(α)- или B-устойчивости. И лишь для решения нежёстких систем довольно абсолютной устойчивости в значимой части левой полуплоскости спектра матрицы Якоби эквивалентной системы уравнений, записанной в нормальной форме Коши.

Жёсткость является совокупной характеристикой как динамической системы, так и шага интегрирования. Если нужно воссоздавать процессы на очень протяжённых интервалах времени, (например, сработку водохранилищ), не сменяя уравнений, то система окажется чрезвычайно жёсткой. И, несомненно, здесь нужны только L-устойчивые методы. Но, как правило, существенной для противоаварийных тренировок является динамика тепло-, гидросилового и частоторегулирующего оборудования, в меньшей мере – силового электрооборудования (генераторов, общестанционных регуляторов). При моделировании почти всегда вяло текущих процессов система оказывается умеренно жёсткой. Заметим, что в программах анализа динамической устойчивости систему необязательно считать жёсткой, поскольку шаг интегрирования можно уменьшить. И применяют как явные методы (чаще одношаговые), так и неявные (преобладает метод трапеций).

Наивысшим быстродействием среди основных динамических элементов ЭЭС обладают регулируемые генераторы. Они отрабатывают возмущения очень быстро, после чего уподобляются статическим элементам

(представление PV-узлом и игнорирование взаимных качаний роторов). Именно генераторы приносят в уравнения жёсткость, поскольку их динамика в течение почти всего времени тренировки существенной роли не играет, и тогда их уравнения хотелось бы интегрировать с большим шагом.

На каждой стадии в методе Рунге-Кутты приходится решать систему алгебраических уравнений. В них наряду с $0=g(x,z,t)$ присутствуют алгебраические уравнения для расчёта переменных состояния. Наивысшей надёжностью обладают методы, которые как единое целое решают общую систему указанных уравнений – обычно методом Ньютона. Но матрица Якоби изобилует нулями по диагонали, и это сильно осложняет применение прямых методов для решения линеаризованных уравнений. Их решают итеративно, разлагая вектор невязок по базису Крылова. Для улучшения сходимости итераций применяют масштабирование. Но и оно не может ускорить расчёты так, чтобы обычные компьютеры успевали за реальным временем, даже если распределить вычисления между процессорами.

Поэтому почти всегда дифференциальные и алгебраические уравнения решают поочередно. Решение алгебраических уравнений сводится к расчёту режима сети и реализуется очень эффективно (с учётом структурной симметрии и слабой заполненности матрицы Якоби). При этом сложилась практика, когда шаг интегрирования завершают после однократного решения каждой из групп уравнений.

Зацикливание этой процедуры в случае её сходимости сулит столь же высокую надёжность решения АДУ, как и у методов, решающих совместно обе группы уравнений. Доклад посвящён результатам испытаний этой предлагаемой методики. Она апробировалась на наиболее привлекательных, на взгляд авторов, методах решения АДУ.

Исследовалась система генератор – трансформатор – шины бесконечной мощности. Вращающий момент первичного двигателя принимался постоянным. Регулирование тиристорной системы возбуждения велось по напряжению (со статизмом) и его производной, скорости вращения ротора и её производной и по производной тока ротора. Наименьшие из постоянных времени АРВ имели порядок 80 мс. Возмущения задавались эпизодическими скачками на 15% напряжения на шинах бесконечной мощности.

Сопоставлялось поведение следующих методов: 4-стадийный явный метод 4-го порядка точности “3/8”, A-устойчивые диагонально-неявные методы Рунге-Кутты (ДНРК) – 2-стадийный метод Нёрсетта 3-го порядка точности и метод трапеций – и, наконец, L-устойчивый метод Эйлера и вложенный метод TR-BDF2 (чередующий метод трапеций и обратного дифференцирования с оптимальной и неравной протяжённостью стадий).

Для расчёта переменных состояния в неявных алгоритмах применялись два метода: Якоби и доверительной окрестности 2-го порядка точности, заложенный в функцию `fsolve` MATLAB'a. Последний метод на каждом шаге заменяет многомерный поиск поиском в ограниченной выпуклой

плоской области, натянутой на направление Гаусса-Ньютона и на градиент длины линейной аппроксимации вектора невязок. Метод более надёжно сходится при плохом старте и при плохой обусловленности матрицы Якоби. Но столь же скоро, как и метод Ньютона, сходится в иных случаях.

В испытаниях метод 2-го порядка сходил превосходно, даже при шагах интегрирования h , значительно превосходящих значения, обеспечивающие нужную точность расчёта медленных переменных для всех ДНРК. Матрица Якоби рассчитывалась численным дифференцированием. Для сложных ЭЭС это недопустимо, поскольку требует чрезмерного времени. Программирование вручную матрицы Якоби хлопотно, особенно если учесть, что каждый из многочисленных типов АРВ требует своей матрицы.

Примитивный метод Якоби лишён этих недостатков. Но при большом h спектральный радиус его матрицы Якоби может превзойти единицу, и итерации разойдутся. Вопреки ожиданиям.

По результатам исследования можно сделать такие выводы:

1. Для всех методов Рунге-Кутты итерации Якоби надёжно и скоро сходились, если шаг интегрирования h обеспечивал нужную точность.

2. Приемлемое для режимных тренажёров качество на вялых этапах тренировки обеспечили только А-устойчивые методы с функцией роста $R(\infty) < 1$.

3. Наилучшим оказался метод TR-BDF2 с заикливанием решения дифференциальных и алгебраических уравнений. Приемлемая точность сохранялась при $h=0,1$ с. Срыв устойчивости наступал при $h=0,27$ с, расходимость метода Якоби – при $h=0,15$ с, а метода 2-го порядка – при $h=0,29$ с.

4. 2-стадийный ОДНРК порядка 3, причём без заикливания, оказался самым скорым. Но лишь в одном случае – когда не тратилось время на оценку погрешности, а переменные состояния рассчитывались методом Якоби. При $h=0,03$ с обеспечивалась примерно та же точность и скорость, что и для TR-BDF2. Сходимость метода Якоби утрачивалась уже при $h=0,056$ с. Хотя погрешность при таком шаге была уже великовата, всё же запас по шагу мал, так что метод не столь надёжен, как TR-BDF2.

МЕТОДЫ СОВЕРШЕНСТВОВАНИЯ НЕЙРОННОЙ СЕТИ ХОПФИЛДА¹

М.Н. КИРСАНОВ, М.Е. СОЛОВЬЕВ

Московский энергетический Институт (ТУ), Москва

e-mail: sme1984@mail.ru

Предлагаются методы совершенствования нейронной сети Хопфилда для улучшения её показателей и расширения функциональности. Для разработки алгоритмов и проведения экспериментов был выбран математиче-

¹ Работа выполнена при поддержке РФФИ (грант 08-01-00498-а).

ский пакет *Maple* как наиболее подходящий для проведения сложных математических расчетов с возможностью графического отображения результатов.

Сеть Хопфилда представляет собой однослойную нейронную сеть с обратными связями и принадлежит классу так называемых релаксационных нейронных сетей. Она может быть использована как ассоциативная память, как фильтр, а также для обработки визуальных образов. Кроме того, в процессе работы динамическая процедура на каждом шаге понижает значение энергии нейронной сети. Это позволяет решать комбинаторные задачи оптимизации, если они могут быть сформулированы как задачи минимизации энергии.

Алгоритмы распознавания обычно обрабатываются на относительно небольших объемах данных. Делается это как для экономии времени, так и для большей наглядности. Однако в реальности такие алгоритмы должны обрабатывать гораздо больше информации. И здесь решающим фактором выступает время. Операция сжатия позволяет преодолеть эту проблему. График на рис. 1 демонстрирует зависимость скорости сходимости от размера матрицы сжатых образов. По оси абсцисс отложены размеры вектора образов, по оси ординат – количество итераций до распознавания. Во всех случаях коэффициент синхронности устанавливался равным 10.

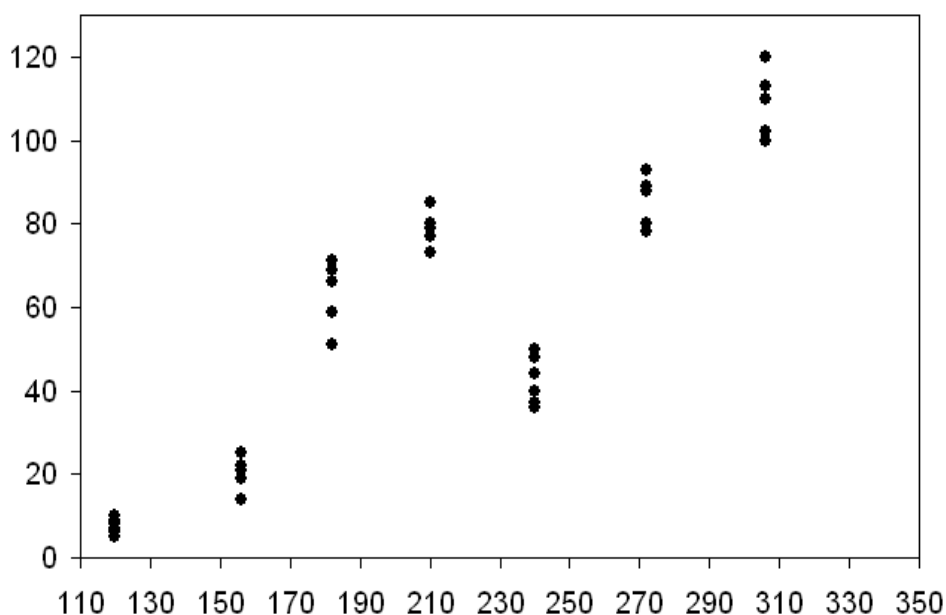


Рис. 1. График зависимости скорости сходимости от размера вектора.

Сеть Хопфилда обладает замечательным свойством, отличающим её от обычных алгоритмов перебора и сравнения – в результате функционирования она способна генерировать новые образы, которым её до этого не обучали. Но этот факт не всегда играет положительную роль. Сойдясь к ложному результату, сеть уже не может найти правильный ответ. Используя аналогию с мозгом, можно научить сеть «забывать» ложные образы.

Суть метода следующая. При получении ложного результата при условии, что распознанный образ не равен ни одному из эталонных, корректируем матрицу весов по *правилу забывания*

$$\omega_{ij} = \omega_{ij} - \frac{k}{N} \sum_{d=1}^m X_{id} X_{jd},$$

где N – размерность векторов, m – число запоминаемых выходных векторов, d – номер запоминаемого выходного вектора, X_{ij} – i -я компонента запоминаемого выходного j -го вектора, k – коэффициент забывания. С помощью данной процедуры мы избавляем пространство состояний сети от решений с локальными минимумами энергии.

В исходном виде нейронная сеть Хопфилда способна распознавать только бинарную информацию. Но часто существует потребность различать более двух признаков. Реализация данного функционала проводилась на примере распознавания цветовой гаммы изображения. Необходимо было решить, каким образом нужно закодировать цвет каждого пикселя изображения, чтобы учесть его в матрице весов. В качестве решения было назначено каждому цвету уникального номера, представленного в бинарном виде, где все «0» заменялись на «-1». Разрядность двоичного представления необходимо выбирать в зависимости от количества распознаваемых признаков. Например, в проведенном эксперименте была выбрана разрядность равная 4, означавшая, что теоретически мы могли закодировать $2^4 = 16$ различных признаков (цветов). При этом во время преобразования изображения в вектор требовалось, чтобы каждому пикселю соответствовали 4 элемента вектора.

Совместное использование представленных методов дает заметный прирост производительности нейронной сети Хопфилда и значительно расширяет область её практического применения.

Все матричные вычисления проводились с использованием пакета *LinearAlgebra* [4].

Литература

1. Хайкин С. Нейронные сети. Полный курс. М.: Вильямс, 2006. 1104 с.
2. Тарков М.С. Нейрокомпьютерные системы. М.: Бином, 2006. 142 с.
3. Голубев Ю.Ф. Нейросетевые методы в мехатронике: учебное пособие. М.: Изд-во Моск. ун-та, 2007. 157 с.
4. Дьяконов В.П. Maple 9.5/10 в математике, физике и образовании. М.: Солон-Пресс, 2006.

РЕШЕНИЕ ИНТЕГРАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ В СРЕДЕ MAPLE

Й. КЛЕЙЗА

Вильнюсский технический университет им. Гедиминаса

Создан пакет процедур для решения следующих задач, связанных с интегральными уравнениями Фредгольма:

1. Расчет характеристических чисел, собственных функций, резольвенты и решений интегральных уравнений с вырожденным ядром.

2. Построение функции Грина и сведение самосопряженной задачи Штурма-Лиувилля для дифференциального уравнения второго порядка к интегральным уравнениям.

3. Приближенные методы решения интегральных уравнений: конечных сумм, коллокаций, замены ядра вырожденным.

Приводится также перечень основных формул, на основе которых составлены соответствующие процедуры.

ОБ ОДНОМ СПОСОБЕ ПРИБЛИЖЕННОГО ОБРАЩЕНИЯ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ЛАПЛАСА

Р.Е. КРИСТАЛИНСКИЙ, В.Р. КРИСТАЛИНСКИЙ

Смоленский государственный университет, г. Смоленск

Пусть $F(p)$ – рациональная функция, у которой степень числителя меньше степени знаменателя. Тогда, как известно (см. [1]), эта функция является изображением следующей функции

$$f(t) = \sum_{k=1}^m \operatorname{Res}[F(p) \operatorname{Exp}(pt), p_k]. \quad (1)$$

Если полюса функции $F(p)$ простые, то формула (1) приобретает вид

$$f(t) = \sum_{k=1}^m \operatorname{Res}[F(p), p_k] \operatorname{Exp}(p_k t). \quad (2)$$

Вычисление по этой формуле в конечном итоге сводятся к нахождению корней знаменателя функции $F(p)$. Если функция $F(p)$ имеет кратные полюса, которые могут быть найдены только приближённо, то ситуация существенно усложняется. Непосредственное вычисление вычетов в формуле (1) становится невозможным.

Нами предлагается следующий подход к решению этой задачи. Пусть требуется найти значение оригинала на промежутке $[t_1, t_2]$. Делим этот отрезок на n равных частей, находим приближённое значение оригинала в точках деления, а затем производим интерполяцию.

Рассмотрим следующий пример.

Найти приближённое значение оригинала на отрезке [3, 5] для следующего изображения $F(p) = \frac{3p+2}{(p^5+2p+1)^2}$.

$$F[p] = \frac{3 * p + 2}{(p^5 + 2 * p + 1)^2};$$

Находим приближённые значения корней знаменателя

```
R = NSolve [p5 + 2 * p + 1 == 0, p];
```

```
P=p/.R;
```

Находим точки деления заданного отрезка на 200 частей

```
T=Table[3+(i-1)*0.01,{i,1,201}];
```

Находим приближённые значения оригинала в точках деления.

```
<<NumericalMath`NResidue`
```

```
f1 =
```

```
Chop [
```

```
Table [
```

```
Sum[NResidue [
```

```
F[p] * Exp [p * T[[i]]],
```

```
{p, P[[k]]}], {i, 1, 201}]]];
```

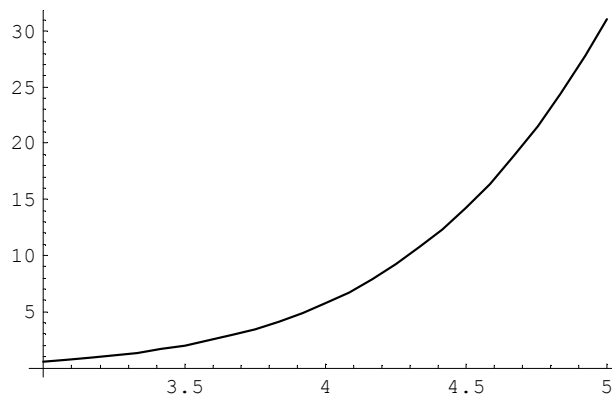
```
T1=Table[{T[[i]],f1[[i]]},{i,1,201}];
```

```
f=Interpolation[T1];
```

```
f[3.5678]
```

```
2.32818
```

```
Plot[f[t],{t,3,5},PlotStyle->{Thickness[0.005]}]
```



-Graphics-

```
NIntegrate [ f[t]2 / (1 + t2), {t, 3, 5} ]
```

```
13.3215
```

Литература

1. Кристалинский Р.Е., Кристалинский В.Р. Преобразования Фурье и Лапласа в системах компьютерной математики. М.: Телеком-Горячая лин., 2006.

РЕАЛИЗАЦИЯ МЕТОДА ОРТОГОНАЛЬНОЙ ПРОГОНКИ С.К. ГОДУНОВА В СИСТЕМЕ МАТНЕМАТИСА

Р.Е. КРИСТАЛИНСКИЙ, В.И. УСАЧЁВ

Смоленский государственный университет, г. Смоленск

Рассмотрим следующую задачу: найти решение системы дифференциальных уравнений порядка n

$$\frac{dy}{dx} = Ay + B, \quad (1)$$

где A – матрица с непрерывными компонентами, B – вектор с непрерывными компонентами на промежутке $[0, l]$, удовлетворяющее краевым условиям:

$$\begin{aligned} y_1(0) = 0, \dots, y_m(0) = 0, \\ y_{m+1}(l) = 0, \dots, y_n(l) = 0. \end{aligned} \quad (2)$$

С. К. Годунов в работе [1] предложил метод ортогонализации, который позволяет получить численное решение рассматриваемой задачи, когда она наряду с убывающими решениями имеет и быстро возрастающие решения.

Сущность метода С. К. Годунова состоит в том, что весь интервал интегрирования разбивается на участки, на каждом из которых осуществляется численное интегрирование рассматриваемой системы дифференциальных уравнений. Длины участков выбирают такими, чтобы в пределах одного участка решения соответствующей однородной системы линейных уравнений оставались линейно независимыми.

Во избежание чрезмерного возрастания численных решений на границах участков вводят нормирующие множители.

Рассмотрим более детально алгоритм решения рассматриваемой задачи.

Весь интервал интегрирования $0 \leq x \leq l$ делят на p участков $0 \leq x \leq x_1, x_1 \leq x \leq x_2, \dots, x_{p-1} \leq x \leq x_p = l$. На каждом из участков строят r векторов решений соответствующей однородной системы $y^{(k)}(x)$, $1 \leq k \leq r$ и вектор решения неоднородного уравнения $y^{(0)}(x)$.

Полное решение на этом участке будет иметь вид

$$y(x) = y^{(0)}(x) + \sum_{k=1}^r c_k^{(j)} y^{(k)}(x), \quad (3)$$

где j – номер участка.

На первом участке выбираем систему r линейно независимых векторов $z_k^{(0)}$, $\{k = 1, 2, \dots, r\}$ и вектор $z_0^{(0)}$, так, чтобы в начальной точке выражение

$$y(0) = z_0^{(0)} + \sum_{k=1}^r c_k^{(1)} z_k^{(0)}$$

удовлетворяло условиям (2) при всех значениях $c_k^{(1)}$.

Затем на первом участке r раз интегрируют однородную систему дифференциальных уравнений

$$\frac{d}{dx} y^{(k)} = Ay^{(k)}, \quad k = 1, 2, \dots, r, \quad (4)$$

при начальных условиях

$$y^{(k)}(0) = z_k^{(0)}, \quad (5)$$

а также решают задачу Коши для неоднородного уравнения

$$\frac{d}{dx} y^{(0)} = Ay^{(0)} + B \quad (6)$$

при начальном условии

$$y^{(0)}(0) = z_0^{(0)}. \quad (7)$$

Рассмотрим полученные таким образом решения однородной системы дифференциальных уравнений

$$y^{(1)}(x), \dots, y^{(r)}(x).$$

Вычисляем значения этих решений в точке x_1 и строим соответствующую нормированную ортогональную систему векторов

$$z_1^{(1)}, z_1^{(2)}, \dots, z_1^{(k)}.$$

Пусть $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_k$ – коэффициенты Фурье вектора $y^{(0)}(x_1)$ относительно этой системы. Строим вектор

$$z_1^{(1)} = y_0 - \sum_{k=1}^r \alpha_k z_1^{(k)}.$$

На отрезке $[x_1, x_2]$ находим численное решение систем (4) и (6) при начальных условиях

$$y_k(x_1) = z_k^{(1)}, \quad k = 1, 2, \dots, r, \quad y_0(x_1) = z_1^{(0)}$$

и получаем решение рассматриваемой системы следующего вида

$$y(x) = y^{(0)}(x) + \sum_{k=1}^r c_k^{(2)} y^{(k)}(x).$$

Продолжая описанный процесс на шаге с номером p , мы получим решение рассматриваемой системы дифференциальных уравнений следующего вида

$$y(x) = y^{(0)}(x) + \sum_{k=1}^r c_k^{(p)} y^{(k)}(x).$$

Используя краевые условия в точке x_l , находим константы $c_1^{(p)}, c_2^{(p)}, \dots, c_r^{(p)}$, а затем, пользуясь непрерывностью искомого решения, находим константы $c_1^{(j)}, c_2^{(j)}, \dots, c_r^{(j)}$ для $j=1, \dots, p-1$ и, тем самым, находим решение на отрезке $[0, l]$.

Система Mathematica весьма удобна для реализации описанного алгоритма. Это объясняется следующими обстоятельствами.

1. Мы можем с большой точностью находить численное решение на каждом частичном промежутке.

2. В этой системе содержится нужная для реализации рассматриваемого алгоритма функция ортогонализации системы векторов.

Ниже приводится программа в системе Mathematica, реализующая алгоритм С. К. Годунова.

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & \frac{3}{32} & -\frac{15}{56} & 0 & -\frac{9}{224} & -\frac{9}{56} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{3} & -\frac{1}{3} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{21}{16} & \frac{15}{7} & 0 & \frac{99}{112} & \frac{9}{7} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{18} & \frac{17}{216} & -\frac{1465}{12096} & -\frac{11}{576} & -\frac{11}{168} & -\frac{2}{21} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{36} & -\frac{17}{432} & -\frac{59}{6048} & \frac{23}{288} & \frac{11}{336} & \frac{1}{21} & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix};$$

$$B = \left\{ 0, -\frac{400}{9} * \text{Sin}\left[\frac{\pi * z}{1}\right], 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0 \right\};$$

m=5;n=10;l=20;

Z0=Table[0,{j,1,10}];

Z=Table[0,{i,1,m},{j,1,n}];

Do[Z[[i,m+i]]=1,{i,1,m}];

YY=Table[0,{k,1,l},{i,1,m+1},{j,1,n}];

RP=Table[0,{i,1,m+1},{j,1,n}];

Массив для записи решений

YY1=Table[0,{i,1,l},{j,1,n}];

Прямой ход

Do[Clear[Y,Y1,U,U1,U2];Y=Table[y[i][z],{i,1,n}];Y1=Table[y[i]'[z],{i,1,n}];

U1=Table[Y1[[i]]==(A.Y+B)[[i]],[i,1,n];

U2=Table[y[i][k-1]==Z0[[i]],[i,1,n];U=Join[U1,U2];

```

R1=NDSolve[U,Y,{z,k-1,k},1,k];
RP[[1]]=Evaluate[Y/R1[[1]]];
Z0=RP[[1]]/.z->k;Clear[Y,Y1,U1,U2];Do[Y=Table[y[j][z],{j,1,n}];
Y1=Table[y[j][z],{j,1,n}];U1=Table[Y1[[j]]==(A.Y)[[j]],{j,1,n}];
U2=Table[y[j][k-1]==Z[[i,j]],{j,1,n}];U=Join[U1,U2];
R2=NDSolve[U,Y,{z,k-1,k},1,k];
RP[[i+1]]=Evaluate[Y/R2[[1]]];Z[[i]]=RP[[i+1]]/.z->k;
Clear[Y,Y1,U1,U2],{i,1,m};
Z=Orthogonalize[Z];YY[[k]]=RP;Z0=Z0-Sum[(Z0.Z[[i]])*Z[[i]],{i,1,m}],{k,1,l}

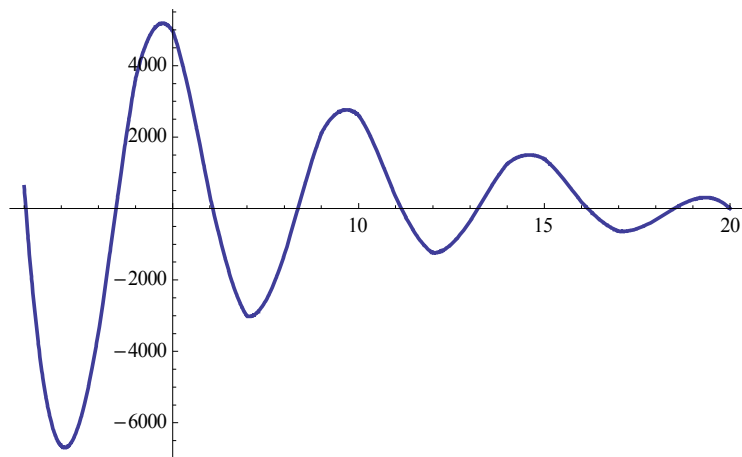
```

Обратный ход

```

H1=YY[[1]]/.z->l;
C1=Table[c[i],{i,1,m}];
HH1=Transpose[H1];
HHZ={HH1[[6]],HH1[[7]],HH1[[8]],HH1[[9]],HH1[[10]]};
HH1=Transpose[HHZ];
T1=HH1[[1]]+Sum[c[i-1]*HH1[[i]],{i,2,m+1}];
T2=Table[T1[[i]]==0,{i,1,m}];
R=Solve[T2,C1];
YY1[[1]]=YY[[1,1]]+Sum[c[i-1]*YY[[1,i]],{i,2,m+1}]/.R[[1]];
YY1[[1]]/.z->l;
Do[Clear[C1];C1=Table[c[i],{i,1,m}];H2=YY1[[k+1]]/.z->k;H1=YY[[k]]/.z->k;
HH1=Transpose[H1];HHZ={HH1[[6]],HH1[[7]],HH1[[8]],HH1[[9]],HH1[[10]]};
HH1=Transpose[HHZ];
T1=HH1[[1]]+Sum[c[i-1]*HH1[[i]],{i,2,m+1}];
HH2={H2[[6]],H2[[7]],H2[[8]],H2[[9]],H2[[10]]};
T2=Table[T1[[i]]==HH2[[i]],{i,1,5}];R=Solve[T2,C1];YY1[[k]]=
YY[[k,1]]+Sum[c[i-1]*YY[[k,i]],{i,2,m+1}]/.R[[1]];Clear[C1],{k,l-1,l,-1}
P=Table[YY1[[k,8]]/.z->k,{k,1,l}];
T1=Table[{k,P[[k]]},{k,1,l}];
y=Interpolation[T1];
Plot[y[x],{x,1,l},PlotRange->All,PlotStyle->{Thickness[0.005]}]

```

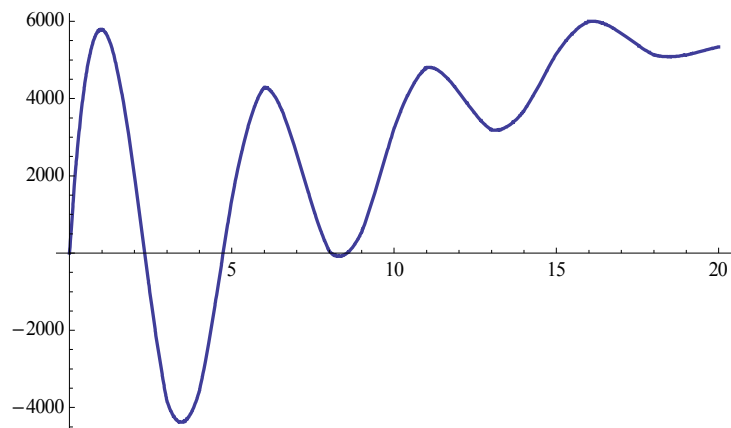


```

P1=Table[YY1[[k,3]]/.z->k,{k,1,l}];
T2=Join[{0,0},Table[{k,P1[[k]]},{k,1,l}]];
y=Interpolation[T2];

```

Plot[y[x], {x, 0, 1}, PlotStyle -> {Thickness[0.005]}]



Литература

1. Годунов С.К. О численном решении краевых задач для систем линейных дифференциальных уравнений // Успехи математических наук. 1961. Т.16, вып. 3(99). С.171-174.

КОМБИНИРОВАННЫЙ АЛГОРИТМ ПРОГНОЗА ЗНАЧЕНИЙ ВРЕМЕННОГО РЯДА

В.В. КРУГЛОВ

Смоленский филиал Российского университета кооперации, г. Смоленск
тел.: (8-4812) 65-84-49

Обозначим через $\{x(t)\} = \{x_t\}$ числовые значения временного ряда для момента времени t . Относительно этих значений примем следующие формальные предположения.

1. Такой ряд соответствует математической модели вида

$$x(t) = f(t) + \varepsilon(t), \quad (1)$$

где $f(t)$ – детерминированная (трендовая) составляющая, $\varepsilon(t)$ – случайная составляющая типа белого шума (с независимыми случайными значениями), т.е. модели с трендом (нулевым, линейным, нелинейным, сезонным, циклическим и т.д.).

2. Случайная составляющая $\varepsilon(t)$ предполагается стационарной, по крайней мере, для нескольких последних наблюдений, имеющей нулевое математическое ожидание, конечную дисперсию и, вообще говоря, неизвестное, но непрерывное симметричное одномодальное распределение (при моде, совпадающей с математическим ожиданием, т.е. равной нулю).

3. По каждому из рассматриваемых показателей вид и параметры моделей с течением времени могут изменяться, но, по крайней мере, в течение нескольких (5÷11) последних наблюдений эти модели сохраняют устойчивость, т.е. сохраняют стационарность по параметрам.

Предлагаемый алгоритм прогнозирования включает в себя выполнение двух этапов.

Этап 1. Отбор N последних имеющихся значений рассматриваемого показателя, т.е. значений $x_{t-1}, x_{t-2}, \dots, x_{t-N}$ (рекомендуемый диапазон значений: $5 \leq N \leq 11$).

Этап 2. С использованием выбранной модели тренда расчет прогнозируемого значения x^*_t .

Поясним содержание второго этапа более детально.

В рамках разработанного алгоритма предлагается комбинированная модель тренда, объединяющая модели Хольта-Винтерса и авторегрессии 2-го порядка [1].

Метод Хольта-Винтерса, названный именами его авторов, является усовершенствованием метода экспоненциального сглаживания временного ряда [1]. Экспоненциальное сглаживание обеспечивает наглядное представление о тренде и позволяет делать краткосрочные прогнозы, а при попытке распространить прогноз на больший период получаются совершенно бессмысленные значения: создается впечатление, что развитие процесса в сторону роста или убывания совершенно прекратилось – на любой период будущего прогнозируются одни и те же значения отклика.

Более утонченный метод Хольта-Винтерса успешно справляется и со среднесрочными, и с долгосрочными прогнозами, поскольку он способен обнаруживать микротренды (тренды, относящиеся к коротким периодам) в моменты времени, непосредственно предшествующие прогнозным, и экстраполировать эти тренды на будущее.

При использовании метода необходимо последовательно вычислять сглаженные значения ряда и значение тренда, накопленное в любой точке ряда. Соответствующие формулы имеют вид:

$$\begin{pmatrix} y1_{t-1} \\ y2_{t-2} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} a \cdot x_{t-1} + (1-a) \cdot (y1_{t-2} + y2_{t-2}) \\ b \cdot (x_{t-1} - x_{t-2}) + (1-b) \cdot y2_{t-2} \end{bmatrix}, \quad (2)$$

$$x1_t = y1_{t-1} + y2_{t-1}, \quad (3)$$

где через $x1_t$, $y1$ и $y2$ обозначены соответственно прогнозируемое значение ряда, сглаженное значение ряда и тренд, рассчитываемые по всем точкам ряда, а a и b – константы сглаживания, относящиеся к оценкам уровня и тренда соответственно. Выбор значений этих констант является достаточно субъективным. Лучше всего, если нет специальных соображений, начать моделирование с $a = b = 0.7$, а затем по необходимости их несколько варьировать.

В первой точке ряда значения $y1_1$ и $y2_1$ не рассчитываются, для их расчета не существует предшествующих экспериментальных значений. Во второй точке ряда принимается, что сглаженное значение $y1_2$ в точности

равно наблюдаемому x_2 , а микротренд за этот период считается линейным и рассчитывается как разность между текущим и прошлым значениями отклика $y_2 = x_2 - x_1$. Начиная с третьей точки уже можно пользоваться указанными выше формулами.

Модель авторегрессии 2-го порядка позволяет достаточно хорошо прогнозировать циклические (в том числе, сезонные) тренды. В данном случае математическое описание авторегрессии имеет вид:

$$x_{2t} = c_0(t) \cdot x_{t-1} + c_1(t) \cdot x_{t-2}, \quad (4)$$

где $c_0(t)$ и $c_1(t)$ – коэффициенты модели, которые предлагается определять «скользящим» методом наименьших квадратов с использованием только M последних наблюдений (рекомендуемое значение: $4 \leq M \leq 7$, при этом должно выполняться, естественно, $M < N$) и в соответствии с соотношениями:

$$\mathbf{c}(t) = (\mathbf{F}(t)^T \cdot \mathbf{F}(t))^{-1} \cdot \mathbf{F}(t)^T \cdot \mathbf{Y}(t), \quad (5)$$

где $\mathbf{c}(t) = [c_0(t), c_1(t)]^T$,

$$\mathbf{F}(t) = \begin{bmatrix} x_{t-M+1} & x_{t-M} \\ \vdots & \vdots \\ x_{t-3} & x_{t-4} \\ x_{t-2} & x_{t-3} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{Y}(t) = \begin{bmatrix} x_{t-M+2} \\ \vdots \\ x_{t-2} \\ x_{t-1} \end{bmatrix}. \quad (6)$$

Агрегирование двух частных моделей реализуется с помощью логической формулы:

$$\text{«Если } (|x_{1t-1} - x_{t-1}| \leq |x_{2t-1} - x_{t-1}|), \text{ то } x_t^* = x_{1t}, \text{ иначе } x_t^* = x_{2t}\text{»} \quad (7)$$

(x_t^* – требуемое прогнозируемое значение).

Иначе говоря, если для предыдущего момента времени более точной оказывалась модель Хольта-Винтерса, при выполнении очередного прогноза необходимо использовать ее, в противном случае (если более точной была модель авторегрессии) необходимо использовать модель авторегрессии.

Расчет модельных примеров показал достаточно хорошие прогнозирующие свойства предложенного алгоритма.

Литература

1. Бокс Дж., Дженкинс Г. Анализ временных рядов. Прогноз и управление. Вып.1. М.: Мир, 1974.

КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ В СКМ MARLE ДЕЙСТВИЯ ГРАВИТАЦИОННЫХ ВОЛН НА СТАТИСТИЧЕСКИЕ СИСТЕМЫ ЧАСТИЦ СО СКАЛЯРНЫМ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕМ

О.Н. КУЧУМОВ

Татарский государственный гуманитарно-педагогический университет

e-mail: nikoleg85@bk.ru

В работе рассматривается статистическая система скалярного взаимодействия частиц в поле плоской гравитационной волны (ПГВ):

$$\begin{aligned} ds^2 &= 2dudv - A(u)(du^2)^2 - B(u)(dx^3)^2 + 2C(u)dx^2dx^3 = \\ &= (dx^4)^2 - (dx^1)^2 - A(u)(dx^2)^2 - B(u)(dx^3)^2 + 2C(u)dx^2dx^3, \end{aligned}$$

где $u = 1/\sqrt{2}(x^4 - x^1)$, $v = 1/\sqrt{2}(x^4 + x^1)$ – запаздывающее и опережающее времена;

$A(u) = L^2 ch(2\gamma) \exp(2\beta)$; $B(u) = L^2 ch(2\gamma) \exp(-2\beta)$; $C(u) = L^2 sh(2\gamma)$, $\beta(u)$, $\gamma(u)$ – волновые факторы; фоновый фактор $L^2(u) = \sqrt{-g}$ удовлетворяет единственному нетривиальному вакуумному уравнению Эйнштейна:

$$L'' + L[\beta'^2 ch^2(2\gamma) + \gamma'^2] = 0.$$

Такая система описывается системой общерелятивистских уравнений Власова:

$$[H_a, F_a] = 0$$

– кинетическое уравнение;

$$\Delta_2 \Phi + \mu^2 \Phi = -\frac{4\pi\varepsilon}{\tilde{n}} \sigma$$

– уравнение массивного скалярного поля;

$$\sigma = c^2 \sum_a m_a q_a \int F_a dP$$

– плотность скалярного заряда; q_a – скалярный заряд; $\varepsilon = +1$ – в случае отталкивания одноименных зарядов и $\varepsilon = -1$ в случае притяжения. Инвариантная функция Гамильтона имеет вид:

$$H_a = \frac{1}{2} \left[\frac{g^{ik} \left(P_i - \frac{e_a}{c} \right) \left(P_k - \frac{e_a}{c} \right)}{1 + \frac{q_a \Phi}{m_a c^2}} - m_a q_a \Phi \right] = \frac{m_a^2 c^2}{2}.$$

Метрика допускает группу движения пятого порядка с тремя линейно независимыми в точке векторами Киллинга

$$\zeta_1^i = \delta_v^i; \quad \zeta_2^i = \delta_2^i; \quad \zeta_3^i = \delta_3^i,$$

с которыми связаны три независимых интеграла движения $P_v = Const$; $P_2 = Const$; $P_3 = Const$, что позволяет построить точное реше-

ние бесстолкновительного кинетического уравнения для широкого класса начальных условий (см. [1]-[3]). Подстановка этого решения в выражение для σ приводит к нелинейному самосогласованному обыкновенному дифференциальному уравнению второго порядка, решения которого с начальными условиями:

$$F(0, P) = F_0(P); \quad \Phi(0) = \Phi_0; \quad \Phi'(0) = \Phi'_0$$

полностью описывает нелинейную согласованную модель движения плазмы скалярного взаимодействия частиц в поле гравитационной волны.

В работе данное уравнение исследуется методом качественной теории дифференциальных уравнений и приводится его численное решение, полученное в СКМ.

Литература

1. Игнатъев Ю.Г. Бесстолкновительный газ в поле плоской гравитационной волны // Журнал эксперим. и теоретич. физики. 1981. Т.81, № 1. С. 3-12.
2. Игнатъев Ю.Г. Кинетические процессы в релятивистских полях тяготения: дисс. д-ра физ.-мат. наук. Казань, 1986. 360 с.
3. Попов А.А. Действие плоской гравитационной волны на бесстолкновительную плазму с массивными скалярным и векторным взаимодействием // Классические и квантостатистические проблемы релятивистской теории гравитации. Казань: Изд-во КГПИ, 1991. С. 91-97.

ПРИМЕНЕНИЕ УНИВЕРСАЛЬНОГО ЯЗЫКА МОДЕЛИРОВАНИЯ ДЛЯ РАЗРАБОТКИ ИНФОРМАЦИОННОГО ОБЕСПЕЧЕНИЯ СЛОЖНЫХ ПРОГРАММНЫХ КОМПЛЕКСОВ

К.А. МАМАНОВИЧ

Военная академия войсковой ПВО ВС РФ
им. Маршала Советского Союза А.М. Василевского.

Разработка информационного обеспечения сложных программных комплексов, свойствами которых обладают компьютерные модели войсковой ПВО, связана с трудоемким процессом формализации объектов моделируемого пространства. Анализ показывает, что их многообразие и свойства информационного содержания требуют особого подхода к выбору средств формализации для обеспечения максимального соответствия реальной действительности.

Этим подходом является процесс декомпозиции предметной области до необходимой степени детализации с целью выделения из предметной области ее основных объектов и отношений между ними.

После выделения объектов необходимо провести их классификацию, но по окончании этапа классификации объектов перед разработчиками

встает проблема описания объектов рассматриваемой системы и отношений между ними.

Для этих целей предлагается применение универсального языка моделирования (Unified Modelling Language – UML), который позволяет строить модели на различных уровнях абстракции для представления решений этапа жизненного цикла программы на различных уровнях детализации.

UML обладает мощной визуальной составляющей и не менее мощной декларативной семантикой, т.е. позволяет зафиксировать «процедурное» значение в форме «декларативного» предложения.

Следует отметить, что разработка информационного обеспечения сводится к созданию моделей средствами UML. Конструкции языка UML позволяют описать структуру и поведение системы. Система представляется в виде взаимодействующих объектов, которые реагируют на внешние события. Отдельные модели UML отображают определенные стороны системы, не затрагивая остальных сторон ее поведения, но в комплексе они обеспечивают ее полное описание.

Таким образом, модели UML можно разделить:

- а) на статические модели – описывают статические структуры данных;
- б) на модели поведения – описывают взаимодействия объектов;
- в) на модели изменения состояний – описывают допустимые состояния системы, которые она принимает с течением времени.

В рамках жизненного цикла разработки программного комплекса применяется объектно-ориентированный анализ, при котором в качестве основных методов спецификации требований используются два типа диаграмм UML: диаграммы классов и диаграммы прецедентов. Эти диаграммы являются базовыми и позволяют использовать спецификации данных и функций [1, с. 48]. Следует отметить, что процесс жизненного цикла программного комплекса проходит итеративно, т.е. с увеличением детализации интересующих направлений исследования на каждой ступени итерации.

Диаграмма классов позволяет использовать спецификацию данных и отображать основные атрибуты объектов. Диаграмма прецедентов позволяет использовать спецификацию функций и отображать сами объекты и их отношения между собой. Также стоит отметить: эти диаграммы логически связаны между собой, что предоставляет возможность рассмотреть предлагаемое решение под разными углами, увидеть не раскрытые дополнительные направления моделирования, а также позволяет перейти разработчику на следующую ступень итерации в разработке модели.

Кроме того, при разработке информационного обеспечения сложных программных комплексов необходимы средства для автоматизированного проектирования и создания программ или так называемые CASE (Computer Assisted Software Engineering) – средства, которые позволяют хранить и получать доступ к моделям через центральный репозиторий, а также манипулировать этими моделями на экране компьютера в графическом и текстовом ре-

жимах [1, с. 37] . В CASE-средствах основным языком моделирования является UML.

При таком подходе основными преимуществами в разработке компьютерных моделей являются:

- разработка любых видов моделей;
- наглядное и детальное описание свойств объектов и информационных связей между ними;
- повышение степени достоверности и адекватности разрабатываемой модели реальной системе;
- снижение временных и экономических затрат на разработку моделей сложных систем.

Таким образом, прослеживается явное преимущество универсального языка моделирования UML для разработки информационного обеспечения сложных программных комплексов.

Литература

1. Лешек А., Мацяшек. Анализ требований и проектирование систем. Разработка информационных систем с использованием UML.: пер. с английского В.М. Неумоина М.: Изд. дом «Вильямс», 2002. 432 с.

РЕАЛИЗАЦИЯ В MAPLE СИМВОЛИЧЕСКОГО СПОСОБА СОСТАВЛЕНИЯ РЕШЕНИЙ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ

А.В. МАТРОСОВ

Санкт-Петербургский государственный университет, 198504, г. Санкт-Петербург, Петергоф, Университетский просп., 35, тел. +7-921-443-25-15, e-mail: avmatrsov@mail.ru

Символический способ составления решения линейных уравнений и систем линейных уравнений в частных производных был предложен в середине XX столетия А.И. Лурье в монографии [1] для построения решения задач теории упругости в перемещениях. В соответствии с ним дифференциальное уравнение в частных производных относительно неизвестной функции $u(x_1, x_2, \dots, x_m)$

$$\left(\partial_{x_1}^n + \sum_{s=0}^{n-1} a_s(x_1, x_2, \dots, x_m) \partial_{x_1}^s \sum_{q=1}^{q_s} \prod_{p=2}^m \partial_{x_p}^{k_{s,q,p}} \right) u(x_1, x_2, \dots, x_m) = \varphi(x_1, x_2, \dots, x_m) \quad (1)$$

рассматривается как обыкновенное дифференциальное уравнение по одной из независимых переменных (в данном случае x_1), а символы операций дифференцирования по другим переменным (x_2, \dots, x_m) считаются обыч-

ными алгебраическими константами. Говорят, что таким образом эти независимые переменные «заморожены».

Решение полученного указанным способом обыкновенного дифференциального уравнения ищется в виде ряда Маклорена по независимой переменной с неизвестными коэффициентами, являющимися функциями «замороженных» независимых переменных:

$$u(x_1, x_2, \dots, x_m) = \sum_{k=0}^{\infty} u_k(x_2, \dots, x_m) \frac{x_1^k}{k!}. \quad (2)$$

Приравнявая коэффициенты при соответствующих степенях независимой переменной полученного после подстановки ряда (2) в левую часть уравнения (1) и ряда Маклорена разложения свободного члена $\varphi(x_1, x_2, \dots, x_m)$ уравнения по независимой переменной x_1 , можно выразить все неизвестные коэффициенты-функции $u_k(x_2, \dots, x_m)$ через начальные значения решения $u_l(x_2, \dots, x_m) = \partial_{x_1}^l u(x_1, x_2, \dots, x_m)|_{x_1=0}$ ($l = 0, 1, \dots, n-1$). В результате решение (2) представляется в виде:

$$u(x_1, x_2, \dots, x_m) = \sum_{l=0}^{n-1} U_l(\partial_2, \dots, \partial_m, a_s(x_1, x_2, \dots, x_m)) u_l(x_2, \dots, x_m), \quad (3)$$

где $U_l(\partial_2, \dots, \partial_m, a_s(x_1, x_2, \dots, x_m))$ являются функциями символов дифференцирования, разложимыми в степенные ряды.

Если из условий задачи известны функции начальных значений $u_l(x_2, \dots, x_m)$ искомого решения на поверхности $x = 0$, то для получения решения необходимо выполнить операции дифференцирования, определенные в операторах $U_l(\partial_2, \dots, \partial_m, a_s(x_1, x_2, \dots, x_m))$, предварительно разложив их в степенные ряды.

Для реализации этого алгоритма в Maple следует воспользоваться функциями пакета Ore_algebra и построить алгебру Вейля (Weyl algebra) линейных дифференциальных операторов с полиномиальными коэффициентами, являющуюся частным случаем Ore-алгебры (Ore algebra) [2].

Алгебра Вейля – это алгебра некоммутативных полиномов относительно неизвестных $x_1, \dots, x_n, D_1, \dots, D_n$ со следующими отношениями коммутативности: $D_i x_i = x_i D_i + 1$, $i = 1, \dots, n$.

Любые другие пары неизвестных коммутативны.

Для «перевода» уравнения (1) в класс обыкновенных дифференциальных уравнений относительно независимой переменной x_1 командой `diff_algebra()` создаем алгебру Вейля

```
> W:=diff_algebra([Dx1, x[1]],
  seq([comm, Dx||i], i=2..m), seq([comm, x||i], i=2..m));
```

Переменная m должна иметь конкретное значение, равное количеству независимых переменных уравнения, а переменные Dx_1, Dx_2, \dots представляют «символы» дифференцирования по соответствующим переменным. Левую часть уравнения представляем в виде полинома `leftSideEquation` по указанным независимым.

Решение ищем в виде степенного ряда (2) и сохраняем его в переменной F . Результат подстановки его в левую часть уравнения (1) вычисляем командой `applyopr()` с использованием построенной алгебры Вейля W :

```
> difEq:=applyopr(leftSideEquation, F, W);
```

Далее составляем систему алгебраических уравнений, приравнивая коэффициенты при степенях независимой переменной в ряде `difEq` и в степенном разложении по этой же переменной правой части уравнения (1). Решаем ее относительно $u_k(x_2, \dots, x_m)$, $k = n, \dots, \infty$, выражая таким образом неизвестные коэффициенты решения через его начальные значения на поверхности $x_1 = 0$. Задав конкретный вид начальных значений, следует построить алгебру Вейля относительно «замороженных» символов дифференцирования и командой `applyopr()` получить ответ.

Литература

1. Лурье А.И. Пространственные задачи теории упругости. М.: Гос. изд-во техн.-теор. лит-ры, 1955. 491 с.
2. Ore O. Theory of non-commutative polynomials // Annals of Mathematics. 1933. 34,. P. 480–508.

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ СТАТИСТИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ ЧАСТИЦ СО СКАЛЯРНЫМ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕМ В СИСТЕМЕ КОМПЬЮТЕРНОЙ МАТЕМАТИКИ

Р.Ф. МИФТАХОВ

Татарский государственный гуманитарно-педагогический университет, г. Казань
e-mail: rustor@bk.ru

В [1], [2] показано, что корректное введение скалярного взаимодействия частиц в кинетическую теорию приводит к изменению эффективных масс частиц:

$$m_* = |m + q / \Phi|,$$

где q – скалярный заряд частиц, Φ – потенциал скалярного поля. Определим согласно [3] ТЭИ массивного скалярного поля:

$$T_s^{ik} = \frac{\varepsilon}{8\pi} \left[\frac{4}{3} \Phi^i \Phi^k - \frac{1}{3} g^{ik} \Phi^j \Phi_j + g^{ik} \mu_s^2 \Phi^2 + \frac{1}{3} \left(R^{ik} - \frac{1}{2} R g^{ik} \right) \Phi^2 - \frac{2}{3} \Phi \Phi^{ik} + \right. \\ \left. + \frac{2}{3} g^{ik} \Phi \nabla \Phi + \frac{\lambda}{6} g^{ik} \Phi^4 \right],$$

скалярную плотность зарядов:

$$\sigma(x) = \sum_A \frac{q_A T_p^A}{m_A + q_A \Phi}.$$

Уравнения Эйнштейна для статистической системы принимают вид:

$$R^{ik} - \frac{1}{2} R g^{ik} = 8\pi (T_p^{ik} + T_s^{ik}),$$

а уравнение скалярного поля с источником есть:

$$\nabla \Phi + \mu_s^2 \Phi - \frac{1}{6} R \Phi + \frac{\lambda}{3} \Phi^3 = -4\pi \varepsilon \sigma.$$

Полученная выше замкнутая система самосогласованных уравнений и представляет математическую модель, описывающую статистическую систему частиц со скалярным взаимодействием.

В данной работе мы исследуем частный случай космологических решений, когда тензор энергии-импульса определяется статистической системой полностью вырожденных фермионов, обладающих скалярным зарядом q . В этом случае интегрирование плотности энергии и давления Ферми-системы представимо в элементарных функциях:

$$\varepsilon_f = \frac{m_*^4}{8\pi^2} \left[\psi \sqrt{1 + \psi^2} (1 + 2\psi^2) - \ln(\psi + \sqrt{1 + \psi^2}) \right], \\ p_f = \frac{m_*^4}{24\pi^2} \left[\psi \sqrt{1 + \psi^2} (2\psi^2 - 3) + 3 \ln(\psi + \sqrt{1 + \psi^2}) \right],$$

где $\psi = p_F / m_*$ – отношение импульса Ферми к эффективной массе.

Плотность энергии и давление скалярного поля представим в форме тензора энергии-импульса идеальной жидкости:

$$\varepsilon_s = \frac{1}{8\pi} (\dot{\Phi}^2 + \mu_s^2 \Phi^2), \quad P_s = \frac{1}{8\pi} \left(\frac{1}{3} \dot{\Phi}^2 - \mu_s^2 \Phi^2 \right).$$

Уравнения Эйнштейна в этом случае будут иметь вид:

$$3 \frac{\dot{a}^2}{a^2} = 8\pi \varepsilon; \quad 3 \frac{\dot{a}}{a} = - \frac{\dot{\varepsilon}}{\varepsilon + P}.$$

Рассмотрим предельный случай $|m_*| \rightarrow 0$, тогда плотность энергии и давление скалярного поля и Ферми-системы имеют вид:

$$\varepsilon_f = \frac{1}{4} \frac{m^4 \beta^4}{a^4 \pi^2}; \quad P_f = \frac{1}{12} \frac{m^4 \beta^4}{a^4 \pi^2}; \quad \varepsilon_s = -P_s = \frac{\mu_s^2}{8\pi} \Phi^2; \quad \varepsilon_s + P_s = 0.$$

При данных предельных условиях одно из уравнений Эйнштейна обращается в тождество. В результате космологическая ситуация описывается двумя уравнениями: уравнением скалярного поля и уравнением Эйнштейна:

$$\frac{m^3}{a^3 q} \frac{d}{d\tau} (a^3 \phi') + \frac{\mu_s^2 \phi m}{q} = -\frac{q m (1 + \phi) p_F^{02}}{2\pi a^2},$$

$$3m^2 \frac{a'^2}{a^2} = 8\pi \left(\frac{p_F^{04}}{4\pi^2 a^4} + \frac{\mu^2 \phi^2 m^2}{8\pi q^2} \right).$$

В работе приводятся результаты численного решения полученной системы дифференциальных уравнений с использованием системы компьютерной математики Maple. Для решения задачи применялись стандартные операторы Maple, а также были разработаны пользовательские процедуры, что позволило визуализировать результаты численного интегрирования и изучить влияние различных параметров на поведение полученной математической модели.

Литература

1. Игнатъев Ю.Г. Релятивистские кинетические уравнения для неупруго взаимодействующих частиц в гравитационном поле // Известия ВУЗов. Физика. Казань, 1983. Т. 24, №.8. С. 15
2. Игнатъев Ю.Г. Идеальная жидкость с коротким скалярным взаимодействием в поле плоской гравитационной волны // Известия ВУЗов. Физика. Казань, 1983. Т. 24, №.12. С. 9
3. Игнатъев Ю.Г., Кузеев Р.Р. Кинетическая теория равновесной самогравитирующей плазмы // Украинский физический журнал. Киев, 1984. Т. 29. С. 1021

ИССЛЕДОВАНИЕ УСТОЙЧИВОСТИ НЕЛИНЕЙНЫХ АЛГОРИТМОВ УПРАВЛЕНИЯ ИСТОЧНИКАМИ ПИТАНИЯ В СРЕДЕ СИСТЕМ КОМПЬЮТЕРНОЙ МАТЕМАТИКИ

А.А. ПЕНЬКОВ, К.Н. СТРОЕВ, Н.Н. СТРОЕВ

Филиал ГОУ ВПО «МЭИ(ТУ)» в г. Смоленске, г. Смоленск

Перспективным направлением в области улучшения динамических свойств импульсных источников питания является использование новых нелинейных алгоритмов управления. Такие алгоритмы используют полную информацию о состоянии объекта, методы его экстраполяции и описыва-

ются достаточно сложными математическими соотношениями. Системы управления (СУ) на их основе стали доступны для практической реализации только в последнее время с развитием цифровой схемотехники и элементной базы [1]. Однако исследование свойств нелинейных алгоритмов и реализующих их СУ является сложной и не до конца решенной задачей. Традиционно применяемый для анализа СУ в преобразовательной технике метод усреднения в пространстве состояний фактически сводит систему к линейной в окрестности рабочей точки. Хотя и в этом случае удается получить важные результаты, провести сравнение с известными ранее методами реализации ШИМ [2, 3], но при этом невозможно исследовать поведение алгоритма управления в режиме большого сигнала, выяснить свойства СУ именно как нелинейного объекта.

Исследование нелинейных систем управления является весьма сложной задачей. Несмотря на большое внимание, уделяемое проблеме в теории автоматического управления, практическое использование её результатов сильно затруднено отсутствием описаний практических методик применения в конкретных прикладных областях. Можно выделить работы [4, 5], посвященные применению методов исследования нелинейных систем автоматического управления для анализа работы импульсных источников питания. Одними из часто используемых способов являются прямой (второй) метод Ляпунова исследования устойчивости и метод точечных отображений.

Прямой метод анализа устойчивости был предложен А.М. Ляпуновым на примере рассмотрения дифференциальных уравнений с непрерывной правой частью. Особенностью импульсных преобразовательных устройств является смена различных конфигураций схемы на такте работы, что приводит к соответствующему прерывистому изменению правых частей системы уравнений в пространстве состояний, описывающих объект управления. В таком случае устойчивость СУ импульсного источника питания может быть исследована методом множественных функций Ляпунова [5]. Этот метод предполагает использование различных функций Ляпунова для каждого режима работы. Все эти функции Ляпунова должны быть знакоположительными и убывающими на соответствующем режиме. Переключение между режимами определяется дополнительным условием, которое гарантирует его устойчивость. Это условие может быть выражено в терминах функций Ляпунова. Возьмем Ψ – конечное множество состояний системы – конфигураций преобразователя. Установим сигнал переключения σ с временами переключения $t_0 < t_1 < \dots < t_n$ и предположим, что функция переключения справа всюду непрерывна: $\sigma(t_i) = \lim_{t \rightarrow t_i^+} \sigma(t)$ для каждого i . Так как каждая система в семействе $\dot{x} = f_p(x)$, $p \in \Psi$, как предполагается, асимптотически устойчива, то существует семейство функций Ляпунова V_p : $p \in \Psi$ таких, что значение V_p убывает на каждом режиме работы, где

p -я подсистема является активной. Если для каждого p -го состояния преобразователя значение V_p в конце каждого такого интервала работы превышает значение в конце следующего интервала, на котором p -я подсистема является активной, то переключаемая система является асимптотически устойчивой. То есть, если существует константа $\rho > 0$ такая, что для любых двух времен переключения t_i и t_j и $i < j$ и $\sigma(t_i) = \sigma(t_j)$ выполняется условие $V_{\sigma(t_i)}(x(t_{j+1})) - V_{\sigma(t_j)}(x(t_{i+1})) \leq -\rho \cdot |x(t_{i+1})|^2$, тогда переключаемая система глобально асимптотически устойчива.

В докладе будут приведены примеры использования систем компьютерной математики для исследования устойчивости нелинейных систем управления импульсными источниками на основе принципа энергетического баланса рассмотренным методом.

Литература

1. Пеньков А.А., Строев Н.Н., Строев К.Н. Сравнительный анализ систем управления импульсными преобразователями на основе энергетического баланса // Энергетика-2008: инновации, решения, перспективы: материалы докладов Международной научно-технической конференции / Кн.3. Электроэнергетика и электроника. Казань: Казан. гос. энерг. ун-т, 2008. С. 18-22
2. Пеньков А.А., Строев Н.Н., Строев К.Н. Построение непрерывных линейных моделей импульсных преобразователей в среде пакета Mathcad // Системы компьютерной математики и их приложения: материалы междунар. конференции. Смоленск: Изд-во СмолГУ, 2007. Вып. 8. С. 52-54.
3. Пеньков А.А., Строев К.Н. Сравнительный анализ динамических характеристик понижающих преобразователей с различными способами управления ШИМ // Практическая силовая электроника, Вып. 25. 2007. С. 26-31.
4. Белов Г.А. Динамика импульсных преобразователей. Чебоксары: Изд-во Чуваш. ун-та, 2001. 528 с.
5. Nonlinear Phenomena in Power Electronics: Attractors, Bifurcations, Chaos, and Nonlinear Control / Edited by S. Banerjee and G.C. Verghese. IEEE Press, 2001.

ВИЗУАЛИЗАЦИЯ ОСНОВНЫХ ПРОЦЕДУР ИССЛЕДОВАНИЯ ФУНКЦИЙ В КУРСЕ АЛГЕБРЫ И НАЧАЛ АНАЛИЗА В СРЕДНЕЙ ШКОЛЕ НА ОСНОВЕ СКМ

Л.И. РОЗАКОВА

Татарский государственный гуманитарно-педагогический университет
420021 Казань, ул. Межлаук, д. 1, gumlei@mail.ru

Понятие функции, исследование функций, понятие производной функции традиционно являются одним из наиболее сложных разделов школьной математики. С другой стороны именно этот раздел имеет прин-

ципиально важное значение как для самой математики, так и для ее приложений к физике. Поэтому для эффективного усвоения данной темы учащимися средней школы необходимо использование наглядных геометрических иллюстраций. Особенно ценным методическим инструментом является анимационная графическая интерпретация ряда основных понятий и определений теории функций. Обычно эту анимационную интерпретацию исполняет на доске мелом или маркером сам преподаватель, однако качество и познавательная ценность такой интерпретации в среднем весьма низка. Системы компьютерной математики (СКМ), в первую очередь Maple, предоставляют уникальные программные и графические возможности для реализации этой идеи. Однако попытка прямого применения стандартных процедур СКМ не дает желаемого результата. Для получения качественных графических и анимационных моделей основных математических структур анализа функций необходимо создавать пользовательские многопараметрические программные процедуры, простые для неискушенного в программировании пользователя, которые удобно объединить в специализированной библиотеке пользовательских процедур.

В работе описывается созданная библиотека пользовательских графических и анимационных процедур, представляющих математические модели основных понятий и определений школьного раздела анализа. В качестве примера приведем фрагмент программной процедуры, реализующей процесс вычисления производной произвольной функции $f(x)$ и ее геометрического представления в виде касательной к графику функции:

```
> graph_n:=proc(x, f, x1, x2, n, c1, c2) local DF, x0, d, dxn,
xn, y1, y2, yn, Q, dyn, dify, difyn, fdifyn,
x_min, x_max, i, yy_min, y_min, yy_max, y_max, xd,
X_min, X_max, yd, Y_min, Y_max, EQ, t:
y1:=subs(x=x1, f):y2:=subs(x=x2, f):
DF:=subs(x=x1, diff(f, x)):if DF=0 then x0:=x1:
else x0:=x1-y1/DF: end if:
x_min:=min(x0, x1, x2):x_max:=max(x0, x1, x2):          xd:=(x_max-
x_min):d:=(x_max-x_min)/n:
Q:=seq(evalf(subs(x=x_min+i*d, f)), i=0..n):
yy_min:=min(0, Q):yy_max:=max(0, Q):
y_min:=min(y1, y2, yy_min):y_max:=max(y1, y2, yy_max):
yd:=(y_max-y_min):
X_min:=evalf(x_min-.1*xd):X_max:=evalf(x_max+0.1*xd):
Y_min:=evalf(y_min-.1*yd):Y_max:=evalf(y_max+0.1*yd):
dxn:=evalf((x2-x1)/n, 4):xn:=x1+dxn: yn:=subs(x=xn, f):
dyn:=yn-y1:difyn:=dyn/dxn:fdifyn:=evalf(difyn, 4):
EQ:=y1+difyn*(x-x1):
plot([[x1, t, t=0..y1], [xn, t, t=0..yn], f, EQ, 0],
x=X_min..X_max, y=Y_min..Y_max, color=[blue, blue, c1, c2, black], ax
es=FRAME, title=convert([N=n, dx=dxn,
dy/dx=fdifyn, Dy/dx=evalf(DF, 4)], string), numpoints=200):      end
proc:
```

В приведенной процедуре x – аргумент функции f , $x1$ – абсцисса начальной точки, $x2$ – абсцисса конечной точки, n – номер шага (число на которое делится интервал $[x1, x2]$), $c1$ – цвет графика функции, $c2$ – цвет секущей, проходящей через точки графика функции с абсциссами $x1$, $x1 + (x2 - x1)/n$. Данная программная процедура сама оптимизирует область изображения графика, отображая на нем все существенно важные элементы. Анимационная процедура строится на основе последовательности процедур `graph(x, f, x1, x2, n, c1, c2)`:

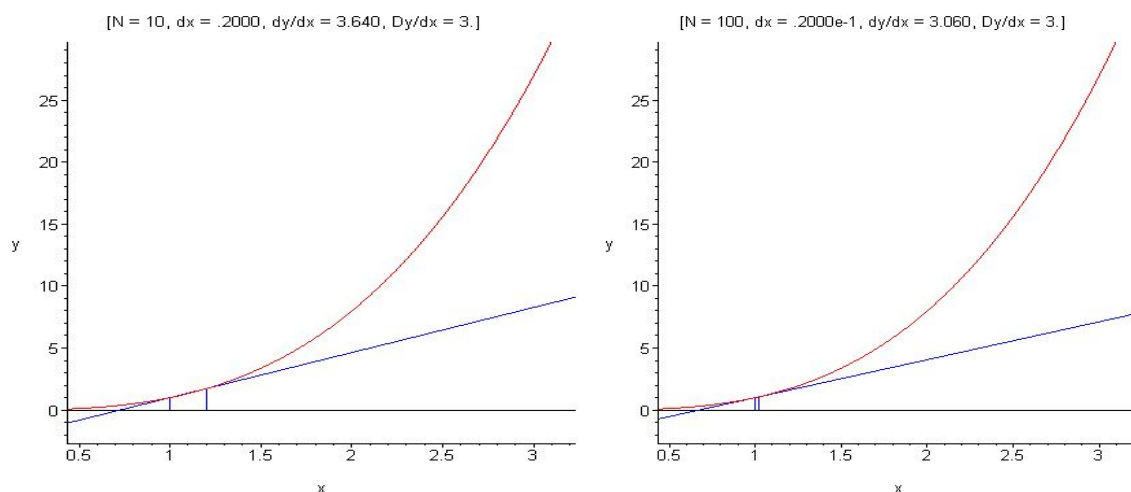
```
> Anim:= proc(x, f, x1, x2, N, c1, c2) local SS, i;
SS:=seq(graph_n(x, f, x1, x2, i, c1, c2), i=1..N):
plots[display](SS, insequence=true):end proc:
```

Исполнение созданной процедуры дается командой:

```
> Anim(x, x^3, 1, Pi, 200, red, blue);
```

при этом создается анимационный фильм длиной в 200 кадров, в титрах которого откладываются моментальные значения номера кадра, N , дифференциала Δx , приближенного значения производной на n -м шаге и точного значения производной. На рисунке показан десятый кадр анимационного фильма, состоящего из 200 кадров. Начальные значения $x1$ и $x2$ равны 1 и π , соответственно.

Аналогичным образом создаются программные процедуры изображения касательной при движении точки касания вдоль кривой, процедуры интегрирования функции и т.п.



Литература

1. Дьяконов В.П. Maple 9.5/10 в математике, физике и образовании. М.: СОЛОН-Пресс, 2006. 720 с.
2. Проблемы информационных технологий в математическом образовании: учебное пособие / под ред. Ю.Г. Игнатъева. Казань, Изд-во ТГПТУ, 2005.

СОЗДАНИЕ КОМПЬЮТЕРНЫХ СРЕДСТВ СОПРОВОЖДЕНИЯ КУРСА ЛИНЕЙНОЙ АЛГЕБРЫ И АНАЛИТИЧЕСКОЙ ГЕОМЕТРИИ ДЛЯ НЕМАТЕМАТИЧЕСКИХ ФАКУЛЬТЕТОВ С ПОМОЩЬЮ СКМ MAPLE

А.Р. САМИГУЛЛИНА

Татарский государственный гуманитарно-педагогический университет

e-mail: Alsu_Sam@rambler.ru

Преподавание курса высшей математики на естественно-научных факультетах традиционно наталкивается на ряд трудностей, вызванных, в первую очередь, противоречием между абстрактными структурами и понятиями высшей математики и конкретным характером естественно-научных дисциплин (химией, биологией, ботаникой, географией и т.п.). С другой стороны, государственный образовательный стандарт Российской Федерации требует ознакомления студентов вышеназванных специальностей с основами математического анализа, аналитической геометрии, теории дифференциальных уравнений (как обыкновенных, так и в частных производных), математической статистики и теории вероятностей. Сочетание столь разнородных и обширных областей математики в пределах одного 100-часового курса с учетом специфики математической подготовки студентов нематематических факультетов и одновременным требованием практического овладения соответствующими математическими методами исследования делают задачу изучения курса высшей математики весьма трудновыполнимой. В этих условиях неизбежен поиск оптимальных путей преподавания дисциплин высшей математики.

Одной из плодотворных идей выхода из существующего положения, несомненно, является создание математических моделей изучаемых объектов и компьютерная реализация этих моделей в системах компьютерной математики с последующей лекционной демонстрацией. Особенно ценными качествами компьютерных моделей являются возможности их графического представления и интерактивного характера их исследования, в частности, возможности построения многопараметрических анимационных моделей. Заметим, что при математическом моделировании основных объектов и структур математики важное значение имеет наглядная демонстрация свойств этих объектов, а также свойств взаимодействия одних объектов с другими. Поэтому создаваемые компьютерные модели должны быть, с одной стороны, многопараметрическими, а с другой – задаваться командными процедурами, легко доступными преподавателям. Создание таких многопараметрических программных процедур в системах компьютерной математики и последующее создание пользовательских целевых библиотек процедур, осуществляющих методическое обеспечение математических курсов, является самостоятельной комплексной научной проблемой математическо-

го моделирования и методики математики, решение которой требует как профессионального владения материалом математического курса, так и методами программирования.

В данной работе рассматривается созданная автором пользовательская библиотека программных процедур для поддержки курса линейной алгебры и аналитической геометрии. Процедуры библиотеки включают полное решение систем линейных алгебраических уравнений с элементами их исследований, графическое представление их решений, исследование взаиморасположения прямых, плоскостей в трехмерном пространстве, теории кривых второго порядка. Ниже приведен пример создания процедуры решения системы уравнений по их заданному стандартному виду:

```
restart:
Algebra:=table():
Algebra[SolLin]:=proc(Eqs) local n,m,A,B1,B,F,k1,k2:
n:=LinearAlgebra[ColumnDimension](convert(Eqs,Matrix)):
A:=convert([seq([coffs(lhs(Eqs[i]))],i=1..n)],Matrix):
m:=LinearAlgebra[RowDimension](A):
B1:=seq(rhs(Eqs[i]),i=1..n):
B:=Vector([B1]):
F:=convert([seq([coffs(lhs(Eqs[i])),rhs(Eqs[i])],i=1..n)],
Matrix):
k1:=linalg[rank](A):
k2:=linalg[rank](F):
if k1=k2 then
LinearAlgebra[LinearSolve](A,B,free='C'):
else
("Система не совместна")
end if:
end proc:
save(Algebra,`Alg.m`);
```

Для исполнения этой процедуры необходимо вызвать созданную библиотеку:

```
read " Alg.m":
with(Algebra);
```

[SolLin]

```
SolLin([x-y+z-u=3, x+y=2, 2*x-2*y+2*z-2*u=6, x-y-z-u=1]);
Решение системы имеет вид
```

$$\begin{bmatrix} 2 - C_2 \\ C_2 \\ 1 \\ -2 C_2 \end{bmatrix}$$

где C_2 – постоянная.

Созданные таким образом стандартные процедуры Maple удобны тем, что позволяют преподавателю, не знакомому с тонкостями программиро-

вания, легко получить результат и необходимую сопутствующую информацию. Это дает ему возможность, во-первых, простыми средствами создать качественный и индивидуальный пакет заданий по данной теме, а во-вторых, оперативно осуществлять контроль над правильностью решения задач студентами и проверять результаты контрольных работ.

В докладе содержатся также демонстрационные материалы по всем занятиям данной темы, полученные средствами Maple.

Литература

1. Дьяконов В.П. Maple7. Учебный курс. СПб.: Питер, 2002.
2. Проблемы информационных технологий в математическом образовании: учебное пособие под редакцией Ю.Г. Игнатъева. Казань, Изд-во ТГППУ, 2005

ПОЛЬЗОВАТЕЛЬСКИЕ БИБЛИОТЕКИ СИСТЕМЫ КОМПЬЮТЕРНОЙ МАТЕМАТИКИ MAPLE КАК МЕТОДИЧЕСКАЯ БАЗА УЧИТЕЛЯ МАТЕМАТИКИ И ИНФОРМАТИКИ

А.Н. САРКЕЕВА

Татарский государственный гуманитарно-педагогический университет
420021 Казань, ул. Межлаук, д. 1, Anna_sar7@mail.ru

Система компьютерной математики Maple обладает богатой библиотекой приложений. Открытость программного кода системы предоставляет пользователю широкие возможности для создания собственных библиотек программных процедур (БП). Каждая БП представляет собой отдельный файл, содержащий определения ряда логически и функционально связанных между собой многопараметрических пользовательских программных процедур. Ю.Г. Игнатъев выделил четыре причины необходимости создания собственных пользовательских библиотек [1]. Во-первых, конкретные задачи научного исследования или учебного процесса задают устойчивые, часто повторяющиеся последовательности методов и средств исполнения, которые, естественно, требуют алгоритмизации и автоматизации. Во-вторых, требования быстрого использования систем процедур СКМ (чаще всего в демонстрационных целях) выявляют устойчивые алгоритмы процедур с минимальным набором параметров, которые оформляются в виде пользовательской процедуры. В-третьих, некоторые существующие процедуры в СКМ (чаще всего численных расчетов) занимают слишком много времени, что делает практически невозможным эффективное решение задачи. Это касается, в первую очередь, прикладных научных задач. В-четвертых, СКМ, несмотря на заявления их создателей, все же допускают ошибки. Столкнувшись с ними, пользователь вынужден создавать свои библиотеки пользовательских процедур. Для среднего образования актуальными являются два первых из перечисленных выше факторов. Кроме

того, применительно к школьному образованию возникает еще один фактор. Стандартные процедуры Maple часто имеют сложную структуру и определяются большим числом необязательных параметров. В таких случаях целесообразно создание более простого варианта процедур, исключая лишние параметры в зависимости от задач пользователей. Часто учителя математики, физики, использующие на уроках возможности Maple, не обладают необходимыми навыками программирования. В таких случаях именно учителем информатики может создаваться библиотека процедур по различным направлениям предметов физико-математического цикла. Созданной библиотекой могут воспользоваться как учителя, так и ученики. Каждая написанная процедура, в свою очередь, наравне со стандартными процедурами Maple может стать частью новой процедуры, тем самым создаются более сложные и функциональные программные продукты. Работа над специализированной библиотекой процедур развивает навыки алгоритмического мышления и программирования, что, в свою очередь, повышает профессиональную квалификацию преподавателя, приближая ее к современным требованиям.

Создание пользовательской библиотеки, которая будет состоять из процедур построения объектов в трехмерной системе координат, начинается с определения ее имени, например, `Coord_Box`:

```
> restart;
> Coord_Box:=table() :
```

Библиотечные процедуры задаются двойным именем, которое включает, во-первых, имя библиотеки, а во-вторых, имя процедуры в квадратных скобках, которое не должно дублировать имена стандартных процедур Maple. Например, процедура создания координатной сетки.

```
>Coord_Box[P_g] := (P, n, m, c) ->plot3d(P, u=0..n, v=0..m,
grid=[n+1, m+1], style=WIREFRAME, color=c, scaling=CONSTRAINED) ;,
```

где P – уравнение плоскости, n – количество делений по оси абсцисс, m – количество делений по оси ординат, c – цвет координатной сетки. Затем процедура выполняется при конкретных значениях параметров для проверки:

```
>Coord_Box[P_g] ([u, v, 0], 10, 5, blue) ;
```

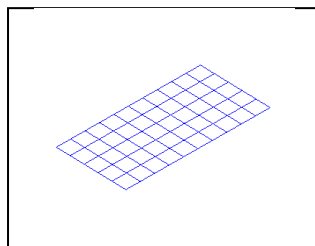


Рис. 1. Исполнение процедуры `Coord_Box[P_g]`

Созданная библиотека процедур записывается на диск с помощью команды **save**.

```
>save(Coord_Box, `C:/library_maple/Korobki.m`):
```

Для применения созданной пользовательской библиотеки вначале следует командой **restart** устранить ранее введенные определения процедур.

```
>restart:
```

После этого командой **read** загружается библиотечный файл.

```
>read(`C:/library_maple/Korobki.m`):
```

С помощью команды **with** подключается библиотека процедур.

```
>with(Coord_Box);  
[AB_g, AB_l, KOROB_NAME, Korob, NAME, P_g, Pt, object_koord, object_koord_2,  
project_vect, strel, sys_koord]
```

Введем процедуру из загруженной библиотеки:

```
>project_vect(14,14,14,gray,gray,gray,blue,  
black,red,2,2,1,9,2,4);
```

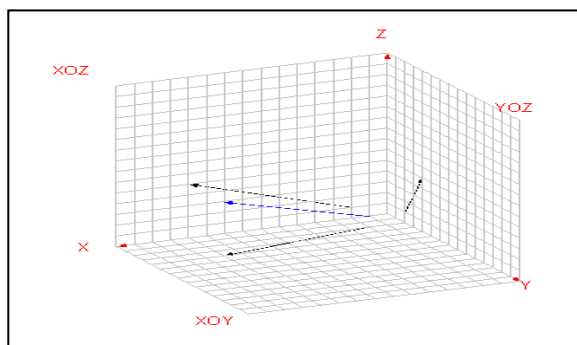


Рис. 2. Исполнение процедуры `project_vect` по построению проекций вектора

Таким образом, построен вектор в пространстве синего цвета с координатами начала (2,2,1) и координатами конца (9,2,4) и проекции данного вектора черного цвета на координатные плоскости, состоящие из квадратов серого цвета 14×14. Надписи к системе координат выполнены красным цветом. Перечисленные параметры варьируются по желанию пользователей процедуры.

В докладе будет представлен алгоритм создания библиотеки пользовательских процедур на примере темы по геометрии «Векторы в пространстве». Созданная библиотека предназначена для учителей математики, использующих в своей работе СКМ Maple на уровне пользователей и стремящихся к использованию на уроках интерактивного демонстрационного материала. Обладая элементарными навыками работы в Maple, учитель приобретает инструмент для объяснения нового материала, иллюстраций

условий задач и развития пространственного мышления школьника. Задача программиста – создать базу БП для всех тем и разделов предметов физико-математического цикла, в которых целесообразно применение Maple.

Литература

1. Игнатъев Ю.Г. Пользовательские библиотеки в системе компьютерной математики Maple в фундаментальных исследованиях и образовательной деятельности // Системы компьютерной математики и их приложения: материалы международной конференции. Смоленск: Изд-во СмолГУ, 2007. Вып.8. С. 34-36.

ПОЛЬЗОВАТЕЛЬСКИЕ БИБЛИОТЕКИ ГРАФИЧЕСКИХ ПРОЦЕДУР В СКМ MAPLE ДЛЯ СОЗДАНИЯ ДЕМОНСТРАЦИЙ ПО КУРСУ МАТЕМАТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА ДЛЯ НЕМАТЕМАТИЧЕСКИХ СПЕЦИАЛЬНОСТЕЙ

О.А. САЧКОВА

Татарский государственный гуманитарно-педагогический университет, г. Казань
e-mail: sachkova.olga@mail.ru

Ряд методических задач преподавания курса высшей математики приводит к необходимости создания простых и эффективных средств тестирования и самотестирования по основным разделам математики. Более полное воплощение идеи аналитического тестирования можно осуществить в пакете Maple с помощью процедуры создания собственных библиотек [2]. В данной работе рассматривается созданная автором пользовательская библиотека программных процедур в СКМ Maple. Покажем принцип создания и работы такой библиотеки:

```
> restart;  
> matan:=table();  
> matan[formula]:=exp(-x)*sqrt(x^2+1);  
> matan[a1_0]:=proc(X::anything) eval(simplify(X)-  
matan[formula]) end;  
> matan[a1_otvet]:=proc(X::anything) if matan[a1_0](X)=0 then  
'Правильно':else 'Неправильно!'fi end;  
> save(matan, `matan1.m`);
```

Пользовательские библиотеки представляют собой набор новых процедур, команд, которые в дальнейшем используются как и стандартные команды. При создании новой библиотеки можно скрыть ту часть программного кода (описание процедуры), которая, например, проверяет правильность ответа студента:

```
> read `matan1.m`;  
> a:=x->exp(-x)*sqrt(x^2+1);
```

```

a := x -> e(-x) √(x2 + 1)
> atan[a_otvet] (a) ;
Неправильно!!
> b:=x->2^x;
b := x -> 2x
> atan[a_otvet] (b) ;
Неправильно!!
> c:=exp(-x)*sqrt(x^2+1);
c := e(-x) √(x2 + 1)
> atan[a_otvet] (c) ;
Правильно!!!

```

В приведенном примере правильный ответ хранится в памяти компьютера. Весь код сохраняется в пользовательской библиотеке как процедура, которая недоступна студенту. Во время теста студент вводит вариант ответа и компьютер, проверив правильность ответа студента, выдает соответствующее сообщение.

Необходимость разработки тестовых программ по математике обуславливается и тем, что количество аудиторных часов, отведенных на изучение математики, очень мало. Необходимо научить студентов средствам самоконтроля, которые позволили бы эффективно освоить новый материал.

Созданные таким образом стандартные процедуры Maple удобны тем, что позволяют обычному студенту легко получить результат и необходимую информацию, не прибегая к специальным средствам программирования.

Это позволяет преподавателю, во-первых, простыми средствами создать качественный и индивидуальный пакет по данной теме, а во-вторых, оперативно осуществлять контроль над правильностью решения задач студентами.

Литература

1. Дьяконов В.П. Maple7. Учебный курс. СПб.: Питер, 2002.
2. Проблемы информационных технологий в математическом образовании. Казань: Изд-во ТГПУ, 2005.

ПРОГРАММНАЯ МОДЕЛЬ НЕЧЁТКОГО ДЕРЕВА ОТКАЗОВ

А.В. СЕНЬКОВ

Филиал ГОУ ВПО «МЭИ (ТУ)» в г. Смоленске
e-mail: asenkov@pochta.ru

В условиях возрастания сложности опасных производственных объектов (ОПО) и происходящих в них процессов задача анализа и управления производственными рисками приобретает всё большую значимость. Однако

управление такими системами наталкивается на серьёзные трудности. Так, анализ рисков проводится в условиях неопределённости, нечёткости данных об объекте, размытости и быстрого изменения целей управления. Кроме того, внешняя среда для этих объектов также приобретает свойства нестабильности и неопределённости. Нестабильность проявляется в уникальности возникающих ситуаций. При этом информация, необходимая для анализа и управления рисками, как правило, рассредоточена или распределена территориально, а доступ к ней сопряжён с экономическими и организационными трудностями.

Одним из методов анализа рисков является дерево отказов [1]. Дерево отказов (аварий, происшествий, последствий, нежелательных событий, несчастных случаев и пр.) лежит в основе логико-вероятностной модели причинно-следственных связей отказов ОПО с отказами его элементов и другими событиями (воздействиями). Оно представляет собой многоуровневую графологическую структуру причинных взаимосвязей, полученных в результате прослеживания опасных ситуаций в обратном порядке для того, чтобы определить возможные причины их возникновения.

Дерево отказов имеет ряд преимуществ, основным из которых является ориентированность анализа на выявление только тех элементов системы и событий, которые приводят к данному конкретному отказу системы или аварии.

Недостатки дерева отказов при анализе производственных рисков состоят в следующем:

- реализация метода требует значительных затрат средств и времени;
- дерево отказов представляет собой схему, на которой представляются только два состояния (рабочее и отказавшее);
- трудно учесть состояние частичного отказа элементов;
- требует от специалистов по надёжности глубокого понимания ОПО и конкретного рассмотрения каждый раз только одного определенного отказа;
- дерево отказов описывает ОПО в определенный момент времени (обычно в установившемся режиме), и часто оказывается невозможным показать последовательности событий. Это справедливо для ОПО, имеющих сложные контуры регулирования.

В работе [2] предложена модификация дерева отказов (нечёткое дерево отказов), позволяющая реализовать расширенные возможности анализа производственных рисков в ОПО, а именно:

- получение возможности производить анализ при частичном отказе элементов;
- использование, в отличие от существующих подходов, нечётких оценок отказов.

Проведённый анализ позволяет сформулировать ряд требований к программной модели нечёткого дерева отказов:

- обеспечение наглядного построения нечёткого дерева отказов за счёт предоставления визуальных средств такого рода построения;
- в проектируемой модели должны быть предусмотрены механизмы анализа нечёткого дерева отказов, направленные на выделение различных комбинаций отказов;
- обеспечение возможности задавать различные операции агрегирования нечётких величин в зависимости от контекста использования элементов нечёткого дерева отказов;
- возможность производить расчёт значений характеристик как опасного производственного объекта в целом, так и его частей;
- выявление различного рода комбинаций отказов и их оценка.

Реализация представленных требований позволит обеспечить автоматизированную работу с нечётким деревом отказов, в том числе нечёткий вывод.

Литература

1. Надёжность технических систем и техногенный риск: электронное учебное пособие.– <http://www.obzh.ru/nad/>

2. Сеньков А.В. Анализ рисков в опасных производственных объектах на основе нечёткого дерева отказов // Росэнергоатом: знания молодых ядерщиков – атомным станциям: тезисы доклада конференции конкурса научных работ студентов. Обнинск: ИАТЭ, 2008. С. 48

КЛАССИФИКАЦИЯ НЕЧЕТКИХ СЕТЕЙ ПЕТРИ ДЛЯ МОДЕЛИРОВАНИЯ ДИНАМИЧЕСКИХ ДИСКРЕТНЫХ СИСТЕМ

Д.Е. СКАЧКОВ

214036 г.Смоленск, ул.П.Алексеева, д.2/37-272, тел.52-11-55

Сети Петри и их модификации являются одним из классов моделей, достоинством которых является возможность адекватного представления структуры сложных организационно-технологических систем и комплексов, логико-временных особенностей их функционирования. Также несомненным достоинством сетей Петри является наглядность представления этих систем и возможность визуализации промежуточных результатов. Сети Петри представляют собой математические модели для представления структуры и анализа динамики функционирования систем в терминах «условие-событие». Эти модели могут быть использованы при описании вычислительных процессов и программ, технологических процессов, экономических, социальных и технических систем [1].

Сети Петри позволяют исследовать работоспособность моделируемых систем, оптимальность их структуры, эффективность процесса функцио-

нирования, а также достижения в этом процессе определённых состояний. Сети Петри являются удобным и мощным средством моделирования асинхронных, параллельных распределённых и недетерминированных процессов. Они позволяют наглядно представить динамику функционирования систем и составляющих элементов [1, 2].

Нечёткие сети Петри являются разновидностью сетей Петри с механизмами, позволяющими работать с неопределённостью. Они позволяют конструктивно решать задачи нечёткого моделирования и нечёткого управления, обусловленные субъективным характером неопределённости.

В настоящее время известно большое количество разновидностей и обобщений сетей Петри и, соответственно, нечётких сетей Петри, основными из которых являются два класса сетей.

Первый из классов нечётких сетей Петри (НСП) получается введением нечёткости в начальную маркировку и правила изменения маркировок базового формализма классических сетей Петри. В данном классе можно выделить два подкласса нечётких сетей Петри на основании обобщённых и ординарных маркированных сетей Петри.

Первый из подклассов НСП, называемый НСП типа V_F , определяется как $V_F = (N, M_0)$, где N – структура, в которой P – конечное множество позиций; T – конечное множество переходов, I – входная функция переходов и O – выходная функция переходов, M_0 – матрица начальной маркировки. Здесь каждая строка матрицы M_0 может рассматриваться как значения функции принадлежности нечёткого множества маркеров для соответствующей позиции НСП V_F .

Второй из подклассов НСП – НСП типа C_F – определяется как $C_F = (N, f, \lambda, m_0)$, где N – структура, аналогичная вышерассмотренной; f – вектор значений функции принадлежности нечёткого срабатывания переходов; λ – вектор значения порога срабатывания; m_0 – вектор начальной маркировки, каждая компонента которого определяется значением функции принадлежности нечёткого наличия одного маркера в соответствующей позиции данной НСП C_F .

Второй и наиболее общий класс НСП – обобщённые нечёткие временные сети Петри типа C_{PT}^F – может быть получен введением нечёткости в формализм нечётких временных сетей Петри типа C_{PT} . Сеть типа C_{PT}^F может быть определена как $C_{PT}^F = (N, m_0(w), z(w), s(w))$, где N – структура, аналогичная вышерассмотренной; $m_0(w)$ – вектор начальной маркировки, с каждым компонентом которого связано некоторое пространство с нечёткой мерой; $z(w)$ – вектор параметров временных задержек маркеров в позициях сети, с каждым компонентом которого связано некоторое пространство с нечёткой мерой; $s(w)$ – вектор параметров времён срабатывания активных переходов, с каждым компонентом которого связано некоторое пространство с нечёткой мерой.

Подклассами данного класса являются: нечёткая временная сеть Петри типа C_{PT}^V , где компоненты векторов представляют собой нечёткие величины; нечёткая временная сеть Петри типа C_{PT}^T , где компоненты векторов представляют собой трапециевидные нечёткие интервалы; нечёткая временная сеть Петри типа C_{PT}^{Δ} , где компоненты векторов представляют собой треугольные нечёткие числа.

Существует множество разновидностей динамических дискретных систем. Для решения задач нечеткого моделирования таких динамических дискретных систем могут быть использованы описанные выше классы НСП. В частности, для представления правил нечётких продукций наиболее подходит НСП типа C_F . Несомненным достоинством представления базы правил в форме НСП является наглядность и визуализация всех промежуточных этапов и результатов решаемой задачи.

Литература

1. Леоненков А.В. Нечеткое моделирование в среде MATLAB и fuzzyTECH. СПб.: БХВ-Петербург, 2005. 736 с.
2. Юдицкий С.А., Владиславлев П.Н. Основы предпроектного анализа организационных систем. М.: Финансы и статистика, 2005. 144 с.

МЕТОДЫ СТЫКОВКИ ЦИФРОВЫХ ОСЦИЛЛОГРАФОВ С ПЕРСОНАЛЬНЫМ КОМПЬЮТЕРОМ

И.С. СКОВОРОДИН

Смоленский государственный университет, г. Смоленск

В настоящее время осциллограф является основным инструментом при исследовании и отладке различных радиоэлектронных устройств. В последние годы наряду с обычными аналоговыми осциллографами широкое применение находят цифровые осциллографы, допускающие подключение к персональному компьютеру (ПК) для управления и обработки получаемой от них информации. Благодаря возможности использования мощного программного обеспечения, такого, как системы компьютерной математики, это позволяет значительно расширить их возможности.

Для подключения к персональному компьютеру измерительных приборов, в частности цифровых осциллографов, служат порты – совокупность аппаратных и программных средств, необходимых для обеспечения совместной работы компьютера с периферийным оборудованием. В состав портов входят разъемы, которые устанавливаются как на компьютере, так и на периферийных устройствах. Для аппаратного подключения периферийных устройств к компьютеру используются специальные соединительные кабели. Для полноценной же работы подключенного к компьютеру осциллографа необходимо специализированное программное обеспече-

ние. Все программное обеспечение, используемое для создания контрольно-измерительных систем, можно разделить на два основных типа:

- программное обеспечение, встроенное в постоянное запоминающее устройство (Firmware);
- внешнее программное обеспечение (Software).

Встроенное программное обеспечение представлено программами, встроенными в постоянное запоминающее устройство прибора. Внешнее программное обеспечение представлено программами, которые обычно хранятся на дисковых накопителях и внешних модулях флэш-памяти.

Но особое место среди таких программ принадлежит системам компьютерной математики, математические и графические средства которых весьма разнообразны. К таким системам относятся Mathcad, Mathematica, Maple и MATLAB. Наиболее перспективной среди представленных систем является система MATLAB, в которой имеется специализированный пакет расширений The Instrument Control Toolbox, позволяющий устанавливать связь с осциллографом непосредственно из среды MATLAB.

The Instrument Control Toolbox обеспечивает разнообразные способы для организации связи с внешними устройствами, как то:

- драйверы приборов;
- коммуникационные протоколы;
- графический пользовательский интерфейс;
- блоки пакета расширений Simulink.

The Instrument Control Toolbox базируется на объектной технологии MATLAB. Данный пакет приложений включает функции для создания объектов, которые содержат свойства, связанные с собственно прибором и контрольной сессией прибора.

Драйвер приборов

Приборные драйверы позволяют устанавливать связь с прибором в независимости от его протокола. В результате это позволяет использовать общую MATLAB технологию для установления связи с устройствами без необходимости изучения специальных команд прибора, таких, как, например, Стандартные Команды для программируемых приборов (SCPI). Данный пакет позволяет работать, используя технологию VXIplug&play, IVI приборные драйверы MATLAB. VXIplug&play и приборные драйверы IVI часто поставляются совместно с прибором, а также предоставляются для скачивания с Web-сайтов производителей. Кроме этого, возможно создание приборных драйверов MATLAB при помощи инструментов конструирования драйверов в пакете Instrument Control Toolbox.

Коммуникационные протоколы

The Instrument Control Toolbox поддерживает коммуникационные про-

токолы, включая последовательный GPIB, TCP/IP, и UDP для прямого подключения к приборам. Также для соединения возможно использование технологии VISA через GPIB, VXI, USB, TCP/IP и последовательных шин. The Instrument Control Toolbox обеспечивает набор М-файлов для создания и работы с приборами. Эти функции позволяют писать команды для собственных приборов или читать данные с прибора, используя MATLAB. Рассматриваемый пакет расширений поддерживает текстовые команды, используемые прибором, такие как SCPI. Переносимые данные могут быть либо двоичными, либо в формате ASCII.

Графический пользовательский интерфейс (TMTool)

Существует возможность установления соединения и настройки собственных приборов без написания кода используя TMTool, технология GUI позволяет как профессиональным программистам, так и любителям:

- искать доступное аппаратное обеспечение;
- устанавливать связи с прибором;
- настраивать установки прибора;
- записывать данные в прибор;
- читать данные с прибора.

TMTool автоматически генерирует М-код, используя контрольную сессию. Сохраняя этот М-код, можно выполнить те же самые команды программно. TMTool, графический пользовательский интерфейс, позволяет организовывать поиск доступного аппаратного обеспечения и драйверов, устанавливать с ними связь и управлять приборами без необходимости написания кода. TMTool может автоматически создавать М-код, используя сессии.

Блоки пакета Simulink

The Instrument Control Toolbox также включает инструментальные блоки управления для использования их совместно с пакетом Simulink. Блоки используются для отправки оперативных данных из Simulink-модели на прибор и для приема оперативных данных на собственную модель. Диалоговые окна облегчают выбор аппаратного обеспечения и конфигурирования для использования в Simulink-моделях.

Взаимодействие MATLAB с Instrument Control Toolbox и внешним устройством представлено на рис. 1.

Пакет расширения Instrument Control Toolbox предоставляет для разработки программ стыковки осциллографа с системой MATLAB следующие основные функции:

`instrhwinfo` – возвращает информацию о подключенном к ПК устройстве;

`visa` – конструирование VISA-объекта;

`fopen` – подключение VISA-объекта к прибору;

`query` – запись или чтение форматированных данных с прибора;

`fprintf` – запись текста в прибор;

fclose – отключает связь с прибором;
binblockread – чтение поблочно данных с прибора.

Для детального знакомства с каждой из этих функций достаточно в командном окне MATLAB исполнить команду
>> insthelp name,

где name – имя функции.

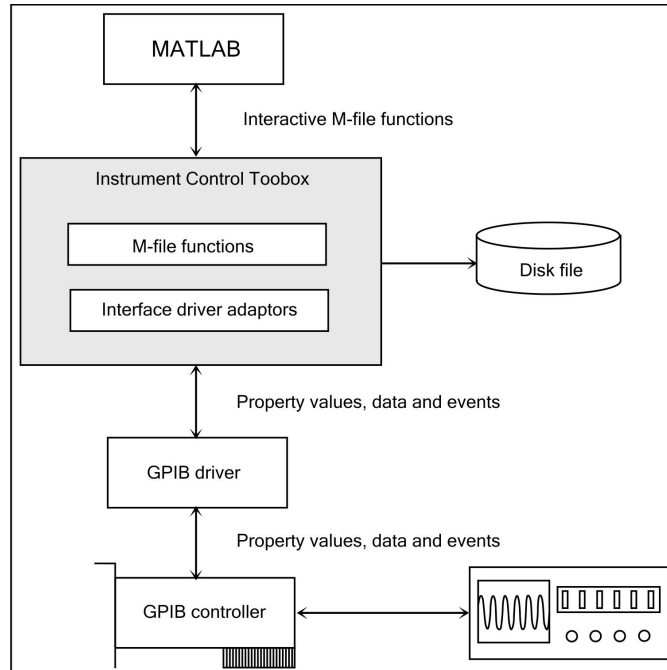


Рис 1.

Таким образом, рассмотренный пакет Instrument Control Toolbox позволяет, имея специальные GPIB-драйверы и GPIB-контроллеры, создавать программно-управляемые от системы MATLAB инструментальные системы и комплексы.

Литература

1. Дьяконов В.П. MATLAB R2006/2007/2008 Simulink 5/6/7. Основы применения. М.: СОЛОН-ПРЕСС, 2008.
2. <http://www.mathworks.com>

ФАКТОРИЗАЦИЯ ЧИСЕЛ В СИСТЕМЕ МАТНСАД

А.Г. СУХАНОВА, М.Б. СУХАНОВ

Санкт-Петербургский государственный технологический институт (ТУ)

г. Санкт-Петербург, Московский пр., д. 26

e-mail: Ann-Sukhanova@yandex.ru

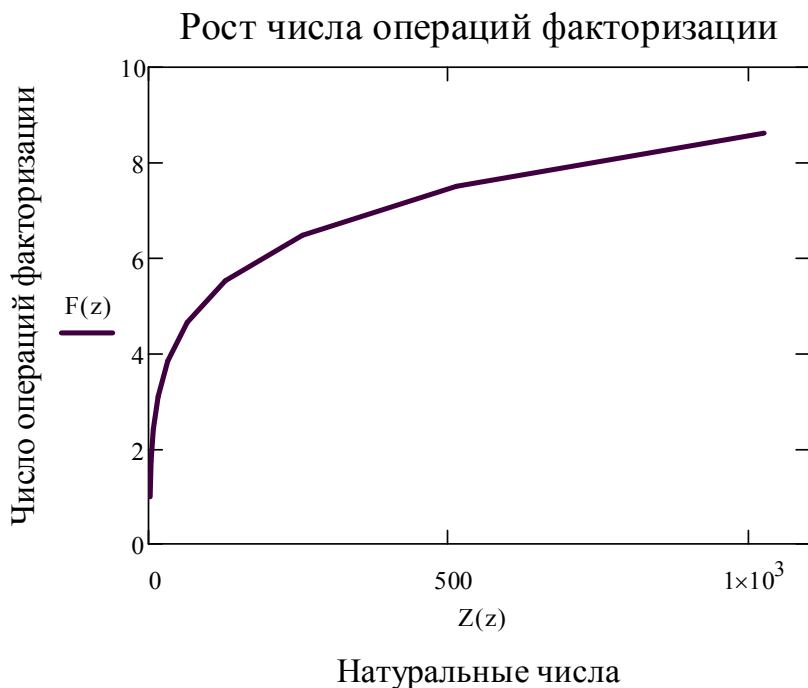
Проблема факторизации в настоящее время привлекает к себе много внимания. В частности, это связано с использованием систем секретного обмена данными по открытому каналу связи с открытым ключом. Практи-

ческое применение принципа шифрования с открытым ключом предполагает открытую пересылку некоего числа, представляющего собой произведение двух очень больших простых чисел.

Наилучший из известных сейчас классических алгоритмов факторизации натурального числа $Z \sim 2^z$ требует выполнения порядка $e^{c \cdot z^{\frac{1}{3}} \cdot (\log z)^{\frac{2}{3}}}$ операций, где $c - \text{const}$, $z \in \mathbb{N}$ [1]. Для факторизации, например, 302-значного числа (рис. 1) потребуется порядка 10^9 классических операций.

$$z := 0..10 \quad Z(z) := 2^z \quad \text{Натуральное число } Z$$

$$F(z) := e^{\frac{1}{3} z \cdot \log(z)^{\frac{2}{3}}} \quad \text{Число операций факторизации числа } Z$$



$$Z(1000) = 1.072 \times 10^{301}$$

$$F(1000) = 1.081 \times 10^9$$

Рис. 1. График роста числа операций классического алгоритма факторизации в системе Mathcad

Ускорить процесс факторизации чисел могут квантовые алгоритмы. Питер Шор показал, что при разложении R-значного числа на множители число операций квантового компьютера пропорционально квадрату логарифма R [2].

На рис. 2 представлен документ Mathcad с разложением числа на простые множители с помощью алгоритма Евклида, который предполагает использование периода r периодической функции $y(x) = a^x \bmod M$. Программный модуль для его вычисления приведен также на рис. 2. Такой

подход применим для использования на обычных компьютерах. Квантовые компьютеры в отличие от обычных создаются на других физических принципах, и для их работы нужны квантовые алгоритмы, учитывающие специфику квантовых компьютеров.

$M := 21$ **Заданное число**

$a := 2$ $L := 6$ $N := a^L$

$x := 0..N$

$\text{mod}(a^x, M) =$

Вычисление остатка от деления a^x на M

1
2
4
8
16
11
1
2
4
8
16
11
1
...

Программный модуль определения периода периодической функции $y(x)=a^x \text{ mod } M$

```

per := | b ← a0           = 6
      | x ← 1
      | c ← mod(b, M)
      | while d ≠ c
      |   | d ← mod(ax, M)
      |   | x ← x + 1
      | x - 1
  
```

$r := \text{per}$

$r = 6$ Период периодической функции $y(x)=a^x \text{ mod } M$

Алгоритм Евклида

$$p := \text{gcd}\left(2^{\frac{r}{2}} + 1, M\right)$$

$p = 3$ Множитель числа

$$q := \text{gcd}\left(2^{\frac{r}{2}} - 1, M\right)$$

$q = 7$ Множитель числа

Рис. 2. Разложение числа на простые множители.

Определение периода периодической функции $y(x) = a^x \text{ mod } M$ (рис. 2) возможно, например, с использованием квантового алгоритма Шора. Согласно этому алгоритму [3], над состоянием регистра X из L кубитов, содержащего значения аргумента функции, производится дискретное Фурье-преобразование (1).

$$|x\rangle \Rightarrow \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{k=0}^{N-1} e^{2\pi i k x / N} |k\rangle, \tag{1}$$

где $N=2^L$.

На рис. 3 представлен фрагмент документа Mathcad с моделью квантового дискретного Фурье-преобразования состояния 3 регистра X.

```

P := 1000      a := 2      M := 21

x := 0..P      аргумент функции
f(x) := mod(a^x, M)   Периодическая функция
X - регистр содержит значения x
Y - регистр содержит значения f(x)

c := 3      Число кубитов в регистре X
N := 2^c    N = 8      Число булевых состояний
i := 0..N-1   x_i := i   X_i := 1/sqrt(N) * (x_i)

x = sum_{k=0}^{N-1} e^{2*pi*j*k*i/8}      Дискретное Фурье-преобразование состояния регистра X

x3 = sum_{k=0}^{N-1} e^{2*pi*j*k*3/8}      Разложение по подвыражениям с помощью команды Collect

x3 = e^{3*pi*j} + e^{3*pi*j/2} + e^{3*pi*j/4} + e^{9*pi*j/2} + e^{9*pi*j/4} + e^{15*pi*j/4} + e^{21*pi*j/4} + 1      Состояние 3

```

Рис. 3. Дискретное Фурье-преобразование регистра X.

Квантовое измерение состояния регистра X дает значения (2) с равной вероятностью

$$k = m \frac{N}{r}, \quad m = 0, 1, 2, \dots, r-1, \quad (2)$$

где r – искомый период функции.

Существование квантового компьютера по-прежнему остается сугубо виртуальным. Однако уже есть определенные успехи в некоторых задачах квантовой информатики. Например, на рынке уже несколько лет имеются устройства для создания квантовых линий связи, выполняющие квантовое вычисление, оперируя единственным кубитом.

Литература

1. Валиев К.А., Кокин А.А. Квантовые компьютеры: надежды и реальность. Москва-Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2004. 320 с.
2. Баяк Д. Двойная жизнь квантовых компьютеров // Что нового в науке и технике. 2006. № 12. С. 72 – 77.
3. Берман Г. П. и др. Введение в квантовые компьютеры. М.-Ижевск: Институт компьютерных исследований; НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2004. 188 с.

О РЕШЕНИИ ПЕРВОЙ ОСНОВНОЙ ЗАДАЧИ ПЛОСКОЙ ТЕОРИИ УПРУГОСТИ

А.А. ТИМОФЕЕВ

Смоленский государственный университет, г. Смоленск
e-mail: alekctm@yahoo.com

В книге Н.И. Мусхелишвили [2] очень подробно рассмотрены вопросы, касающиеся решения основных задач математической теории упругости, в том числе детально изложено решение первой и второй основных задач плоской теории упругости. Особое место уделено конформным отображениям, применение которых позволяет добиться при решении задач теории упругости эффективных результатов. Однако практическое применение приведенных рассуждений осложняется тем, что для многих областей данная задача представляется достаточно трудоемкой, а для некоторых, например для внутренности эллипса, и вовсе неразрешима в элементарных функциях [1]. Этой проблемы можно избежать, воспользовавшись методом построения конформного отображения при помощи системы Mathematica [3]. Действительно, рассмотрим ниже решение первой основной задачи плоской теории упругости с применением конформного отображения.

Вначале изложим известные теоретические сведения [2]. Пусть S – конечная односвязная область ограниченная простым замкнутым контуром L ; $z = \omega(\xi)$ – функция, осуществляющая конформное отображение области S на круг $|\xi| < 1$, окружность этого круга $|\xi| = 1$ обозначим через γ . Необходимо найти функции $\varphi(\xi), \psi(\xi), \varphi'(\xi)$, для которых внутри γ имеют место представления:

$$\varphi(\xi) = \sum_{k=0}^{\infty} a_k \xi^k, \psi(\xi) = \sum_{k=0}^{\infty} a'_k \xi^k, \varphi'(\xi) = k a_k \xi^{k-1}. \quad (1)$$

Граничное условие первой основной задачи перепишем в виде

$$\varphi(\sigma) + \frac{\omega(\sigma)}{\omega'(\sigma)} \overline{\varphi'(\sigma)} + \overline{\psi(\sigma)} = f_1 + i f_2. \quad (2)$$

Пусть функция $z = \omega(\xi)$ представляет собой полином, то есть

$$\omega(\xi) = c_1 \xi + c_2 \xi^2 + \dots + c_n \xi^n \quad (c_1 \neq 0, c_n \neq 0). \quad (3)$$

Преобразуем выражение, входящее в условие (2) с учетом соотношения (3):

$$\frac{\omega(\sigma)}{\omega'(\sigma)} = \frac{\omega(\sigma)}{\overline{\omega'\left(\frac{1}{\sigma}\right)}} = \frac{c_1 \sigma + c_2 \sigma^2 + \dots + c_n \sigma^n}{c_1 + 2c_2 \sigma^{-1} + \dots + n c_n \sigma^{-n+1}} = \sigma^n \frac{c_1 \sigma + c_2 \sigma + \dots + c_n \sigma^{n-1}}{c_1 \sigma^{n-1} + 2c_2 \sigma^{n-2} + \dots + n c_n}. \quad (4)$$

Правая часть, рассматриваемая как функция комплексной переменной σ на всей плоскости (это рациональная функция), не имеет вне окружности γ , включая саму окружность, никаких полюсов, кроме полюса в

точке $\sigma = \infty$, ибо $\omega'(\xi)$ внутри и на γ в нуль не обращается и, следовательно, $\overline{\omega'}\left(\frac{1}{\xi}\right)$ не обращается в нуль ни вне, ни на γ . Значит, учитывая (4),

получим разложение вида

$$\frac{\omega(\sigma)}{\overline{\omega'}\left(\frac{1}{\sigma}\right)} = b_n \sigma^n + b_{n-1} \sigma^{n-1} + \dots + b_1 \sigma + b_0 + \sum_{k=1}^{\infty} b_{-k} \sigma^{-k}, \quad (5)$$

пригодное для $|\sigma| \geq 1$, в частности, при $\sigma = e^{i\theta}$. Таким образом, в нашем случае выражение в правой части (5) будет содержать лишь конечное число членов с положительными степенями σ , а именно будем иметь $b_k = 0$ ($k \geq n+1$).

Тогда для определения искомым функций необходимо будет решить систему уравнений следующего вида [2]:

$$\begin{cases} a_1 + \bar{a}_1 b_1 + 2\bar{a}_2 b_2 + \dots + n\bar{a}_n b_n = A_1 \\ a_2 + \bar{a}_1 b_2 + 2\bar{a}_2 b_3 + \dots + (n-1)\bar{a}_{n-1} b_n = A_2 \\ \dots \\ a_n + \bar{a}_1 b_n = A_n. \end{cases}$$

Остальные коэффициенты для определения искомым функций по соотношениям (1) можно вычислить по следующим формулам [2]:

$$\begin{aligned} a_m &= A_m, & m \geq n+1, \\ a'_m + \sum_{k=1}^{m+n+1} k \bar{a}_k b_{-m+k-1} &= A_{-m}, & m = (0, 1, \dots). \end{aligned}$$

Приведем пример программы, реализующей решение данной задачи в общем виде в системе Mathematica. В качестве конформного отображения квадрата на круг единичного радиуса возьмем полином, полученный при помощи программы, описанной в статье [3].

```

ω[z_]=0.9270407331486743(z+0.07385650221734193z5+0.004545303508056058z9+
0.0002830816304158713z13+0.00001675857018507417z17+6.980921261536018*-7 z21);
ω1[z_]=ω[z]/.z->1/z;
f[z_]=FullSimplify[ComplexExpand[ω[z]/∂zω1[z]]];
Series[f[z],{z,0,50}];
h[z_]=Normal[%];
p=CoefficientList[h[z],z];
n=48;
A={};
Do[A=Append[A,αi],{i,1,n}];
B={};
Do[B=Append[B,βi],{i,1,n}];
G=Join[A,B];
Ω=A+I B;

```

```

 $\bar{\Omega} = \Omega / \{I \rightarrow -I\};$ 
Do[Mi,1= $\bar{\Omega}[[1]]$ , {i,1,n}]
Do[Mi,j=0, {i,1,n}, {j,2,n}]
Do[If[i≤n+1-j, Mi,j+1=j p[[i+j-1]]  $\bar{\Omega}[[j]]$ , Mi,j+1=0], {i,1,n}, {j,1,n}]
Mas=Table[Mi,j, {i,1,n}, {j,1,n+1}]/MatrixForm;
F={};
Do[F=Append[F, Sum[Mas[[1,i,j]], {j,1,n+1}]], {i,1,n}];
F//MatrixForm;
Do[F[[i]]=ComplexExpand[F[[i]]], {i,1,n}]
F//MatrixForm;
Sv=Table[Li, {i,1,n}];
UU=Solve[{ComplexExpand[Re[F]]==Sv, ComplexExpand[Im[F]]==Sv}, G];
Do[A=A/.{ $\alpha_i \rightarrow UU[[1,i,2]]$ }, {i,1,n}]
Do[B=B/.{ $\beta_{i-n} \rightarrow UU[[1,i,2]]$ }, {i,n+1,2 n}]
A+I B

```

Литература

1. Иванов В.И., Попов В.Ю. Конформные отображения и их приложения. М.: Едиториал УРСС, 2002. 324 с.
2. Мусхелишвили Н.И. Некоторые основные задачи математической теории упругости. М.: Наука, 1966. 708 с.
3. Тимофеев А.А. Построение комплексной функции кручения для стержней с сечением многоугольного профиля // Системы компьютерной математики и их приложения: материалы международной конференции. Смоленск: Изд-во СмолГУ, 2007. Вып. 8. С. 68-70

ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДОВ ЭЛЕКТРО-ИМПЕДАНСНОЙ СПЕКТРОМЕТРИИ В ПРОМЫШЛЕННОСТИ И МЕДИЦИНЕ

Ю.В. ТРОИЦКИЙ

Филиал ГОУ ВПО «МЭИ (ТУ)» в г. Смоленске
e-mail: troicky@keytown.com

Широкое распространение в науке и технике емкостных и индуктивных датчиков и других радио- и электрокомпонентов требует разработки и использования приборов и устройств измерения их параметров. В ряде случаев необходимо производить эти измерения не на одной частоте, а в значительном диапазоне частот, т.е. производить электро-импедансную спектроскопию. Например, эта задача возникает при контроле элементов, обладающих резонансными характеристиками.

Другими примерами применения метода электро-импедансной спектроскопии может служить мониторинг процесса коррозии металлов, таких, как алюминий, сталь, медь, а также мониторинг состояния живых тканей и крови при медицинских исследованиях.

При исследованиях коррозии металлов исследуемую цепь представляют как резистор R_i , последовательно с которым соединены параллельно

включенные емкость C и резистор Re . Общий импеданс такой цепи определяется выражением

$$Z(\omega) = R_i + \frac{R_e}{1 + j(\omega Re C)}. \quad (1)$$

Диаграмма Найквиста (1), построенная для этого случая (см. рис. 1), наглядно показывает возможность определения по ней всех составляющих импеданса: $R(\omega)$ — реактивная составляющая импеданса, $I(\omega)$ — активная составляющая импеданса, $I_B = Ri$ — активная составляющая при $\omega \rightarrow \infty$, $I_H = Ri + Re$ — активная составляющая при $\omega \rightarrow 0$.

Биоимпеданс, как правило, представляют резистором Re , параллельно которому включена емкость C с последовательно соединенным резистором Ri .

$$Z(\omega) = R_B + \frac{\Delta R}{1 + j(\omega \tau)^\alpha}, \quad (2)$$

где $R_B = \frac{Re * Ri}{Re + Ri}$, $R_H = Re$, $\Delta R = R_H - R_B$, $\tau = (Re + Ri)C$, значение α характеризует морфологию межклеточного пространства и позволяет судить о состоянии клеток.

Все указанные параметры цепи биоимпеданса можно определить по диаграмме Коуэла-Коуэла (2) ($R_B = I_B$, $R_H = I_H$), построенной по выражению (2) (рис. 1). Значение α проявляется в том, что диаграмма Коуэла-Коуэла (2) отображается не полусферой как в диаграмме Найквиста (1), а дугой.

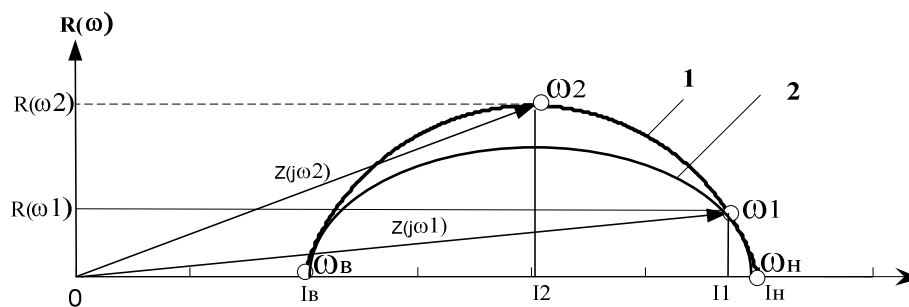


Рис. 1. Диаграмма Найквиста (1) и Коуэла-Коуэла (2)

В настоящее время рядом фирм выпускаются серийные электроимпедансные спектрометры.

Однако высокая стоимость (около 100 тыс. рублей), относительно большие габариты, ограниченный температурный диапазон их применения позволяют использовать их только при исследованиях в лабораторных условиях.

Широкие возможности для встраиваемых промышленных систем контроля предоставляет микроконвертор $AD5933$ фирмы *Analog Device* [1].

Микросхема представляет собой прецизионный интегральный преобразователь (конвертор) спектрального состава импеданса в широком диа-

пазоне частот, в котором для каждой частоты вычисляются активная (R) и реактивная (I) составляющие импеданса Z , по которым затем вычисляется модуль импеданса и его фаза.

AD5933 включает в себя цифровой синтезатор *DDS*, входной усилитель, в обратную связь которого включается измеряемый импеданс и с выхода которого сигнал подается на вход 12-разрядного аналого-цифрового преобразователя с частотой преобразования 1MSPS.

Цифровые данные с выхода АЦП поступают на вход цифрового сигнального процессора, реализующего дискретное преобразование Фурье (DFT) полученного сигнала $X(f)$ для каждой частоты f выбранного частотного диапазона измерений.

Считывание информации хост-контроллером осуществляется по интерфейсу *I2C*.

Литература

1. Analog Devices/ 1MSPS, 12-bit Impedance Converter, Network Analyzer. www.analog.com

МЕНЕДЖЕР ДИНАМИЧЕСКОЙ ПАМЯТИ ДЛЯ СИСТЕМЫ РЕАЛЬНОГО ВРЕМЕНИ

В.Ю. ФЕДОТОВ

214038, г. Смоленск, ул.Гарабурды, д.23а-16, тел.65-79-62

Трудно представить программы, написанные на объектно-ориентированном языке, без работы с динамической памятью. В качестве контейнера для динамически создаваемых объектов выступает куча. С другой стороны, операционные системы (ОС) жесткого реального времени не позволяют использовать кучу, так как операции с ней не детерминированы по времени. Такие ОС предоставляют свои механизмы размещения в памяти динамически создаваемых объектов, которые зачастую несовместимы со стандартными библиотеками языков высокого уровня. В связи с этим появляется задача создания менеджера динамической памяти, преобразующего средства операционной системы реального времени в стандартный интерфейс языков высокого уровня.

Основным требованием к такому модулю является фиксированность времени выделения памяти или сообщение системе об ошибке.

В данной работе будет представлено описание процесса постановки задачи, анализа и основных вопросов проектирования программного модуля менеджера динамической памяти, отвечающего требованиям системы реального времени. НПО «Рубикон – Инновация» изготавливает СЧПУ (Система числового программного управления) «Феникс», которая базируется на платформе RTOS32 (Real Time Operation System). Данная платформа является операционной системой жесткого реального времени и представляет собой набор библиотек, которые компонуется вместе с

проектом в одной из поддерживаемых сред. Результатом компоновки является двоичный исполняемый файл с единым адресным пространством, включающий в себя операционную систему и сам проект. На основе данной ОС средствами языка C++ создана программная оболочка, которая обеспечивает функциональность СЧПУ и предоставляет пользовательский интерфейс.

Рассмотрим механизмы управления памятью в языке C++. Для создания/удаления динамических объектов используются операторы `new/delete`. Куча систем реального времени предоставляет большую гибкость и эффективность, в частности, дает возможность использовать инструментарий уже написанных библиотек (STL, Boost, Loki), но не может удовлетворять требованиям реального времени.

RTOS32 содержит базовые средства для работы с динамически создаваемыми объектами – пулы. Пул представляет собой фиксированное количество буферов заданного размера, резервирование памяти в которых происходит за детерминированное время, при этом создание самого пула должно происходить во время инициализации системы. В каждый из таких буферов можно поместить объект, размер которого не превышает размера буфера. Однако при использовании пулов программист должен явно указывать максимальное число одновременно созданных однотипных объектов для каждого пула. При этом большое количество памяти расходуется впустую, так как одновременно все буферы в созданных пулах никогда не будут заполнены.

Рассмотрим решения аналогичных задач. Так, например, в книге [1] описывается реализация механизма распределения динамической памяти, оптимизированного для размещения объектов небольшого размера. Такой распределитель памяти работает с четырехслойной архитектурой, показанной на рисунке 1.

Преимуществом такого подхода является высокое быстродействие по сравнению со стандартным механизмом, особенно для объектов небольшого размера. Однако используемое здесь постоянное автоматическое расширение с обращением к куче не удовлетворяет требованию детерминированности операций по времени, поэтому такая архитектура не может быть принята на вооружение в нашем проекте. Похожие задачи рассматриваются и в книгах [2,3]. Однако в [2] после описания какой-либо реализации детали оставляются “в виде упражнения для самостоятельной работы”, а в [3] читателю просто рекомендуется изучать «учебники по C++ или по программированию вообще». Таким образом, полностью использовать существующие наработки по части архитектуры менеджера памяти не представляется возможным.

SmallObject	<ul style="list-style-type: none"> • Предоставляет функциональные возможности на уровне объектов • Прозрачен – классы наследуют свойства только объектов класса SmallObject
SmallObjAllocator	<ul style="list-style-type: none"> • Позволяет размещать в памяти небольшие объекты разного размера • Конфигурацию параметров можно изменять
FixedAllocator	<ul style="list-style-type: none"> • Размещает объекты только одного фиксированного размера
Chunk	<ul style="list-style-type: none"> • Размещает объекты только одного фиксированного размера • Максимально возможное количество размещаемых объектов фиксировано

Рис.1 Архитектура распределителя памяти, представленного в книге [1]

Рассмотрим подробно требования, предъявляемые к создаваемому модулю.

Во-первых, как упоминалось выше, менеджер памяти должен предоставлять возможность выделения памяти под динамически создаваемые объекты за фиксированное время. Следует отметить, что фиксированное время не обязательно должно быть константным. Достаточным условием является то, что этот параметр должен быть меньше некоторой заранее заданной величины. Стоит упомянуть и тот факт, что любая операционная система реального времени (в нашем случае это RTOS32) может функционировать в двух состояниях: инициализация и рабочий режим. При включении устройства происходит инициализация системы и программы, и требования реального времени здесь неактуальны. Поэтому все необходимые недетерминированные по времени операции следует производить именно в этот момент.

Во-вторых, нужно предусмотреть механизмы автоматического расширения. Такие механизмы позволяют пользователям модуля не задумываться о наличии свободной памяти в менеджере или об изменении его внутренней конфигурации. Сама внутренняя конфигурация должна будет храниться в специальном настроечном файле. При загрузке системы данные из этого файла будут считаны и использованы для инициализации менеджера памяти. Соответственно, при завершении работы системы в этот файл будет сохранена информация о текущей конфигурации, если она была изменена вследствие расширения. Можно условиться, что при превышении определенного процента заполнения памяти необходимо изменить конфигурацию таким образом, чтобы при следующей загрузке системы в менеджере памяти снова был запас. Это безопасный механизм расширения с использованием “по-

душки”. Однако при возникновении ситуации, когда в ходе работы системы при создании динамического объекта кончилась свободная память, необходимо будет произвести ее текущее расширение. Такая операция является небезопасной, так как время ее выполнения спрогнозировать нельзя. Стоит отметить, что расширение лучше всего производить в соответствии со стратегией экспоненциального роста [3].

В-третьих, следует предусмотреть возможность взаимодействия с системой с помощью механизма посылки сообщений. Так, например, во время небезопасного расширения менеджер памяти должен сообщать системе о том, что нужно остановить станок, оповестить об этом оператора и сделать соответствующую запись в журнал.

В результате анализа была получена структура программного модуля, который отвечает требованиям выбранной задачи и может служить основой для создания менеджера памяти.

Кратко опишем архитектуру полученного менеджера памяти:

- предоставляет интерфейс для размещения в памяти динамических объектов, удовлетворяя при этом главному требованию системы реального времени – выделение памяти за фиксированное время;
- управляет набором пулов определенной конфигурации;
- содержит специальный настроечный системный файл, в котором хранится эта конфигурация;
- включает механизмы автоматического расширения;
- имеет возможность взаимодействовать с системой.

Литература

1. Александреску А. Современное проектирование на C++. М.: Вильямс, 2008. 335 с.
2. Мейерс С. Эффективное использование C++. М.: ДМК, 2006. 304 с.
3. Саттер Г. Решение сложных задач на C++. М.: Вильямс, 2008. 400 с.
4. Макконнелл С. Совершенный код. М.: Питер, 2005. 869с.
5. Документация по RTOS32.
6. <http://www.on-time.com/rtos-32-support.htm>

РЕАЛИЗАЦИЯ И АНАЛИЗ АСИНХРОННОЙ МОДЕЛИ СЕТИ ХОПФИЛДА В СИСТЕМЕ MAPLE¹

Д.В. ФИШЕР

МГТУ «МАМИ», e-mail: den@den-fisher.ru

Работа посвящена исследованию сходимости одной из реализаций асинхронной нейронной сети Хопфилда. На каждом такте итерации из вектора на выходе сети случайным образом выбирается некоторое число эле-

¹ Работа выполнена при поддержке РФФИ (грант 08-01-00498-а).

ментов, для которых устанавливается новое состояние. Число выбранных элементов характеризуется степенью синхронности (отношение заменяемых элементов к общему числу элементов). Остальные элементы вектора сохраняются из предыдущего шага. Последовательно применяя несколько асинхронных шагов, мы приходим к конечному результату – распознанному образцу. Так как этот режим не является чисто асинхронным режимом, есть вероятность возникновения динамического аттрактора, а также получения различных результатов фильтрации. Данная работа заключается в исследовании этого режима. Обучение сети производилось на 8 образцах.

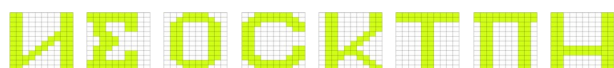


Рис. 1. Образцы образов для фильтрации

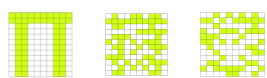


Рис. 2. Зашумляемый образец и две различные степени зашумления



Рис. 3. Результат ошибочной фильтрации

Для моделирования использовался пакет компьютерной математики Maple. В качестве входных образцов были использованы эталонные изображения букв русского алфавита. Распознавание считалось завершённым при достижении аттрактора (статического или динамического).

Общий алгоритм программы:

1. Считываются эталонные образцы и зашумлённый образец.
2. Определяется матрица весов сети (см. Листинг 1).

Листинг 1: Вычисление матрицы весов сети Хопфилда

```

W := Matrix(N, N):
for i to N do
  for j to N do W[i, j] := add(vimg[k][i]*vimg[k][j], k=1..M)/N; od:
od:
for i to N do W[i, i] := 0: od:
  
```

3. Фильтрация зашумленного образца:

- Каждый такт задается функцией `step`, которая принимает исходный вектор `S` и количество изменяемых элементов `c` и возвращает следующий вектор (Листинг 2);

- Фильтрация задается функцией `filter`, которая принимает в качестве параметров зашумленный вектор `S`, ожидаемый нами результат фильтрации `T` и количество изменяемых на каждом шаге элементов `c` и возвращает количество тактов до наступления аттрактора и результат фильтрации (Листинг 3).

Листинг 2: Один такт сети

```

step := proc(S, c) local i, Res0, L, q:
  Res0 := map(sign, W.S): L := map(proc(x) x end, S):
  for i in calcS(c) do q := rand(1..N)(): L[i] := Res0[i]: od:
L; end:
  
```


Листинг 3: Определение результата фильтрации

```
filter := proc(S, T, c)
local i, cur, res, D, st:
cur := map(proc(x) x end, S):
res = false:
for i to MaxStep do
if Equal(cur, T) then res = true: break: end if:
st:=map(sign, W.cur):
if Equal(st, cur) then res = false: break: end if:
cur := step(cur, c): D[i] := cur;
od:
[i-1, Equal(cur, T)]: end:
```

В работе установлены следующие закономерности:

1. **Отношение** времени достижения ложного результата к времени достижения истинного **постоянно** для одинаковой степени зашумленности.
2. При увеличении степени синхронности сети скорость сходимости увеличивается. При этом при некоторой степени синхронности это увеличение практически незаметно.
3. Скорость сходимости не зависит от степени зашумленности (см. рис. 4, 5).

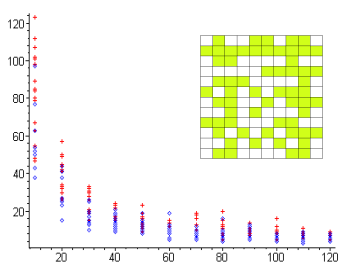


Рис. 4. Сходимость при слабой степени зашумления.

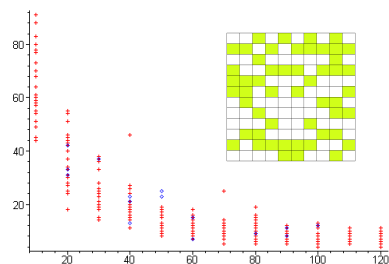


Рис. 5. Сходимость при сильной степени зашумления

На рис.2 и 3 приведены результаты фильтрации зашумленного изображения. Точки-квадраты соответствуют удачной фильтрации, а точки-крестики – ошибочной. По оси абсцисс отложена степень зашумления (от 1/12 до 1), по оси ординат – число итераций.

Литература

1. Тарков М.С. Нейрокомпьютерные системы. М.: Бином, 2006. 142 с.
2. Хайкин С. Нейронные сети. М.: Вильямс, 2006. 1104 с.

ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ В ХИМИКО-ТЕХНОЛОГИЧЕСКОМ ОБРАЗОВАНИИ

В.А ХОЛОДНОВ, Л.С. КИРЬЯНОВА, В.Н ЧЕПИКОВА., О.П. ШУСТРОВА
Санкт-Петербургский государственный технологический институт (технический университет) (СПбГТИ (ТУ))
email: holodnow @yandex.ru

В докладе будет представлена информационно-образовательная среда, используемая в учебном процессе на кафедре математического моделиро-

вания и оптимизации химико-технологических процессов Санкт-Петербургского государственного технологического института.

На кафедре функционирует корпоративная учебная сеть с доступом к ресурсам сети Интернет, 5 учебных классов с 35 рабочими местами, оснащенных современными лицензионными программно-инструментальными средствами. Кафедрой используются прогрессивные формы организации образовательного процесса и активные методы обучения.

На неофициальном сайте кафедры (<http://www.chmm.spb.ru>) в свободном доступе представлены конспекты лекций по читаемым дисциплинам. В локальной сети кафедры представлены в свободном доступе электронные учебники и учебные пособия по компьютерным технологиям.

В докладе будут коротко представлены изданные кафедрой учебные пособия по математическому моделированию, оптимизации химико-технологических объектов и систем [1-5]. Учебные пособия имеют гриф УМО по университетскому политехническому образованию.

В лабораторном практикуме используются современные автоматизированные средства компьютерного моделирования ASPENPLUS (для студентов) и HYSIS (для магистров, аспирантов, слушателей ФПК) для имитационного моделирования, оптимизации и экономической оценки химических производств. Программные продукты позволяют решать задачи имитационного моделирования при создании систем управления объектами химической технологии, что позволяет осуществлять междисциплинарную связь с кафедрой автоматизации института.

Для моделирования химико-технологических процессов, биологических процессов и процессов по защите окружающей среды используются свободно распространяемые программы, которые содержатся в монографиях авторов Jonathan B. Snape, Irving J. Dunn, John Ingham, Jin E. Prenosil:

Chemical Engineering Dynamic. Modeling and Simulation.

Biological Reaction Engineering. Modeling and Simulation.

Dynamic of Environmental Bioprocesses. Modeling and Simulation.

Эти программные продукты используются в учебном процессе всех крупнейших университетов мира. Кафедра – единственная в РФ, которая использует эти программные продукты в учебном процессе технологических вузов РФ.

В докладе будет проиллюстрирована работа этих программных продуктов. В учебном процессе используются свободно распространяемый учебник «Materials and Energy Balances» и свободно распространяемый программный продукт для оптимизации систем GAMS.

Преподавателями кафедры разработана оригинальная система тестирования и обучения студентов и магистров по дисциплинам «Информатика», «Системный анализ химических технологий», «Компьютерные технологии в науке и образовании», разработаны мультимедийные лекции по

дисциплинам кафедры. В докладе будут проиллюстрированы лекции по дисциплине «Системный анализ химических технологий».

Институт и кафедра проводят большую работу в области «Информационной компетентности преподавателей вузов» на факультете повышения квалификации для преподавателей вузов.

В рамках договора о научно-техническом сотрудничестве с техническим университетом Дрездена выполняется научно-исследовательская работа «Экспериментальное исследование, оптимизация и моделирование инновационных химических процессов в микрореакторах». Некоторые результаты этой работы будут представлены в докладе.

Литература

1. Холоднов В.А. и др. Математическое моделирование и оптимизация химико-технологических процессов: практическое руководство. СПб.: АНО НПО «Профессионал», 2003.

2. Холоднов В.А. и др. Системный анализ и принятие решений. Компьютерные технологии решения задач многоцелевой оптимизации систем: учебное пособие. СПб.: СПбГТИ (ТУ), 2006.

3. Холоднов В.А. и др. Системный анализ и принятие решений. Математическое моделирование и оптимизация объектов химической технологии: учебное пособие. СПб.: СПбГТИ (ТУ), 2006. 340 с.

4. Холоднов В.А., Решетиловский В. и др. Системный анализ и принятие решений. Компьютерное моделирование и оптимизация объектов химической технологии в Mathcad и Excel: учебное пособие. СПб.: СПбГТИ (ТУ), 2007. 434 с.

5. Холоднов В.А. и др. Системный анализ и принятие решений. Компьютерные технологии моделирования химико-технологических систем: учебное пособие. СПб.: СПбГТИ (ТУ), 2007. 160 с.

ИНТЕРВАЛЬНОЕ ОЦЕНИВАНИЕ В МАТНСАД ПАРАМЕТРОВ УРАВНЕНИЯ АНТУАНА

В.А. ХОЛОДНОВ, Д.А. КРАСНОБОРОДЬКО, С.В. ФРОЛОВА

ГОУВПО Санкт-Петербургский государственный технологический институт
(технический университет) (СПбГТИ (ТУ))
email: holodnow@yandex.ru

В настоящей статье рассмотрен метод определения интервальных оценок параметров зависимостей Антуана, которые являются основными для моделирования процессов ректификации.

На первом этапе проводился вычислительный эксперимент с целью получения «экспериментальных данных» с ошибками, распределенными по нормальному закону. При задаваемых значениях параметров в соответ-

ствии с известными зависимостями получались «точные данные». Из «точных данных» с помощью встроенных функций Mathcad rnd , sign и dnorm получали «экспериментальные данные» с различной максимальной относительной «погрешностью» $\pm p$ (%), распределенной по нормальному закону [1].

С использованием этих «экспериментальных данных» в системе компьютерной математики Mathcad находили точечное и интервальное оценивания параметров указанных зависимостей.

Проиллюстрируем преимущества предлагаемого метода [2] на примере зависимости давления насыщенного пара индивидуального i -го вещества P_i от температуры (T) по уравнению Антуана для дихлорэтана:

$$P_i = \exp\left(A_i + \frac{B_i}{C_i + T}\right).$$

С использованием предлагаемого метода были получены результаты, приведенные в таблице 1.

Таблица 1

Рассчитанные значения параметров для зависимости Антуана при различной «погрешности» вычислительного эксперимента.

«Погрешность» Вычислительного эксперимента	Значения констант уравнения Антуана для дихлорэтана					
	inf A	sup A	inf B	sup B	inf C	sup C
0	10.30	10.30	-3500	-3500	-18.49	-18.49
2.5	10.26	10.56	-3682	-3486	-19.60	-10.30
5	10.25	10.60	-3689	-3472	-18.50	-7.00
7.5	10.39	10.55	-3685	-3575	-15.90	-7.80
10	10.20	10.80	-3697	-3476	-19.80	-7.70

Результаты вычислительного эксперимента говорят о том, что традиционный метод вычисления лишь одного значения параметра математического описания является не совсем корректным. Как видно, речь может идти лишь об интервальной оценке этих параметров.

Адекватность моделей проверялась по критерию Фишера при отсутствии параллельных опытов. Для этого сравнивали остаточные дисперсии $S_{ост.}^2$ с оценкой разброса опытных данных $y_{cp.}$ относительно дисперсии среднего значения $S_{средн.}^2$ [3]. Здесь

$$y_{cp.} = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^n y_i, \quad S_{ост.}^2 = \frac{1}{n-p} \cdot \sum_{i=1}^n (y_i^{расч.} - y_i^{эксн.})^2, \quad S_{средн.}^2 = \frac{1}{n-1} \cdot \sum_{i=1}^n (y_i^{расч.} - y_{cp.})^2.$$

Расчетное значение критерия Фишера определялось по формуле:

$$F_{расч.} = S_{средн.}^2 / S_{ост.}^2.$$

Для адекватной модели $F_{\text{расч.}}$ должно быть не меньше $F_{\text{табл.}}$:

$$F_{\text{расч.}} \geq F_{\text{табл.}}$$

Литература

1. Холоднов В.А.и др. Математическое моделирование и оптимизация химико-технологических процессов: практическое руководство. СПб. АНО НПО «Профессионал», 2003. 480 с.

2. Боровинская Е.С.и др. // К вопросу о решении обратных задач химической кинетики // Известия ВУЗов. Химия и химическая технология, 2008. Т.51, №1. С. 104-107.

3. Холоднов В.А. Компьютерные технологии точечного и интервального оценивания параметров парной линейной регрессии по методу наименьших квадратов: учебное пособие. СПб.: СПбГТИ (ТУ), 2008. 78 с.

ИНТЕРВАЛЬНОЕ ОЦЕНИВАНИЕ КРИТЕРИЯ ПЕКЛЕ С ПОМОЩЬЮ MATHCAD

**В.А. ХОЛОДНОВ, В.П. РЕШЕТИЛОВСКИЙ, Е.С. БОРОВИНСКАЯ,
И.В. ДОМАНСКИЙ**

Санкт-Петербургский государственный технологический институт
(технический университет), email: holodnow @yandex.ru

Важной характеристикой гидродинамической структуры однофазных потоков является коэффициент продольного перемешивания вещества в аппарате. Наибольшее распространение получил метод идентификации коэффициента продольного перемешивания, основанный на сравнении различных числовых характеристик функций отклика с помощью импульсного метода. На основе полученной экспериментальной дифференциальной функции распределения определяются следующие характеристики, необходимые для расчета коэффициента продольного перемешивания: моменты первого-четвертого порядка, мода и плотность вероятности моды, центральный момент второго порядка, показатели асимметрии и эксцесса. На основе известных уравнений связи определяют окончательное значение критерия Пекле как среднее значение, найденное в отдельности по каждой вероятностной характеристике. Найденные таким образом числа Пекле весьма чувствительны к погрешностям эксперимента.

Нами предлагается интервальное оценивание числа Пекле, которое основано на известном аналитическом решении уравнения модели аппарата с неполным продольным перемешиванием для случая распространения в нём индикатора.

Решение в области $\theta \geq 0.01$ и $Pe \leq 10$ может быть представлено в виде бесконечного медленно сходящегося ряда следующего вида:

$$C(\theta) = \sum_{i=1}^{\infty} \frac{2 \cdot \lambda_i^2 \cdot \exp\left(\frac{Pe}{2} - \frac{Pe}{4} \cdot \theta - \lambda_i^2 \cdot \frac{4 \cdot \theta}{Pe}\right)}{\left(1 + \frac{Pe}{2}\right) \cdot \lambda_i \cdot \sin(2 \cdot \lambda_i) - \left(\frac{Pe}{4} + \frac{Pe^2}{16} - \lambda_i^2\right) \cdot \cos(2 \cdot \lambda_i)},$$

где λ_i – корни трансцендентных уравнений:

$$\lambda_i \cdot \operatorname{tg} \frac{\lambda_i}{2} = \frac{Pe}{2} \quad (i=1,3,5\dots), \quad \lambda_i \cdot \operatorname{ctg} \frac{\lambda_i}{2} = -\frac{Pe}{2} \quad (i=2,4,6\dots).$$

Здесь $C(\theta), \theta$ – безразмерная концентрация и безразмерное время, которые получаются при преобразовании экспериментальных данных по изменению концентрации индикатора $C(t)$ во времени t :

$$C(\theta) = \frac{V \cdot C(t)}{M}, \quad \theta = \frac{t}{\tau},$$

где V – объем аппарата, M – количество индикатора, τ – время пребывания.

При расчетах выбиралось такое число членов ряда n_1 , при котором обеспечивалась необходимая точность.

Решение рассматриваемой задачи было выполнено в системе Mathcad по следующему алгоритму:

1. Рассчитывается относительная погрешность отклонения экспериментальных и расчетных данных безразмерной концентрации при изменении числа Пекле от нижнего до верхнего значения интервала с некоторым шагом.

2. Запоминаются все значения числа Пекле, для которых относительная погрешность отклонения экспериментальных и расчетных данных по всем экспериментальным точкам меньше или равна известной погрешности экспериментальных данных.

3. По найденным таким образом значениям числа Пекле с помощью стандартных функций Mathcad \min и \max определяются нижняя и верхняя граница числа Пекле.

Следует отметить, что интервал для числа Пекле по известной методике по четырем характеристикам составил [3, 5.6], по девяти – [3, 27.9].

В связи с этим считаем более целесообразным по результатам эксперимента определять число ячеек для ячеечной модели.

Для определения числа ячеек N можно воспользоваться известным решением отклика ячеечной модели на импульсное возмущение:

$$C_N = C_{\text{входн.}} \cdot \frac{1}{(N-1)!} \cdot \left(\frac{t \cdot N}{\tau}\right)^{N-1} \cdot \exp\left(-\frac{t \cdot N}{\tau}\right),$$

где $C_{\text{входн.}}$, C_N – концентрации индикатора на входе и выходе из аппарата.

Решение задачи осуществлялось в блоке оптимизации программного продукта Mathcad с помощью функции Minimize. В качестве критерия оптимизации использовалось суммарное квадратичное отклонение экспериментальных и расчетных данных.

При обработке результатов вычислительного эксперимента оказалось, что при погрешности определения концентрации индикатора 15% число ячеек, равное 3, даёт хорошие результаты совпадения экспериментальных и расчетных данных.

ОКОННОЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЕ ФУРЬЕ В СИСТЕМЕ MATLAB

Ф.А. ХОТОВА

Смоленский государственный университет, г. Смоленск

В работе рассмотрен пример задания в системе MATLAB некоторого зашумленного сигнала и методика применения оконного преобразования Фурье для выделения частотных составляющих этого сигнала.

Цифровая обработка сигналов никогда раньше не была так широко распространена, и никогда раньше не существовало столько возможностей для ее реализации. Сущность цифровой обработки сигналов состоит в том, что физический сигнал преобразуется в последовательность чисел, которая затем подвергается математическим преобразованиям в вычислительном устройстве [4].

Последовательность чисел, представляющая сигнал при цифровой обработке, является дискретным рядом и не может полностью соответствовать аналоговому сигналу. Числа, составляющие последовательность, являются значениями сигнала в отдельные (дискретные) моменты времени и называются отсчетами сигнала. Как правило, отсчеты берутся через равные промежутки времени T , называемые периодом дискретизации (или интервалом, шагом дискретизации). Величина, обратная периоду дискретизации, называется частотой дискретизации: $f_d = 1/T$. Соответствующая ей круговая частота определяется следующим образом: $\omega_d = 2\pi/T$. Процесс преобразования аналогового сигнала в последовательность отсчетов называется дискретизацией [6].

Дискретное преобразование Фурье (ДПФ) – одна из наиболее распространенных и мощных процедур цифровой обработки сигналов. Оно позволяет анализировать, преобразовывать и синтезировать сигналы такими способами, которые невозможны при непрерывной (аналоговой) обработке [4].

ДПФ – это математическая процедура, используемая при определении гармонического, или частотного, состава дискретных сигналов. Истоком

ДПФ, конечно же, является непрерывное преобразование Фурье $X(f)$, которое определяется как:

$$X(f) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) e^{-j2\pi ft} dt, \quad (1)$$

где $x(t)$ – некоторый непрерывный сигнал во временной области.

В области обработки непрерывных сигналов (1) используется для преобразования аналитического выражения для временной функции $x(t)$ в непрерывную функцию $X(f)$ в частотной области. Последующее вычисление значений выражения $X(f)$ дает возможность определить частотный состав любого сигнала, используемого на практике, и открывает широкий спектр возможностей для анализа и обработки сигналов в физике и технике.

С приходом в нашу жизнь цифровых компьютеров появляется ДПФ, которое определяется как дискретная последовательность $X(m)$ в частотной области:

$$X(m) = \sum_{n=0}^{N-1} x[n] e^{-j2\pi nm/N}, \quad (2)$$

где $X(m)$ – m -й компонент ДПФ, m – индекс ДПФ в частотной области ($m = 0, 1, 2, \dots, N-1$), $x[n]$ – последовательность входных отсчетов, n – временной индекс входных отсчетов, N – количество отсчетов входной последовательности и количество частотных отсчетов результата ДПФ [4].

Быстрое преобразование Фурье (БПФ) – это не еще одна разновидность преобразования Фурье, а название целого ряда эффективных алгоритмов, предназначенного для быстрого вычисления ДПФ. Основная идея БПФ – деление N -точечного дискретно-временного ряда Фурье на два и более меньших, каждый из которых можно вычислить отдельно, а затем линейно просуммировать с остальными, с тем чтобы получить дискретно-временной ряд Фурье исходной N -точечной последовательности. В общем случае вычисление N -точечного ДПФ требует выполнения $\log_2 N$ шагов с операциями сложения и $N/2$ операциями умножения на каждом шаге [5].

В системе MATLAB для реализации метода быстрого преобразования Фурье используется функция *fft* (*Fast Fourier Transform*), которая имеет следующий синтаксис:

- *fft(X)* – возвращает для вектора X ДПФ, по возможности используя алгоритм быстрого преобразования Фурье;
- *fft(X, n)* – возвращает n -точечное преобразование Фурье. Если длина вектора X меньше n , то недостающие элементы дополняются нулями; если длина X больше n , то лишние элементы удаляются [1].

Для иллюстрации применения БПФ создадим четырехчастотный дискретный сигнал из 512 отсчетов на фоне аддитивного шума, создаваемого генератором случайных чисел:

```

    randn('state',0);
    N1=512; %количество от-
счетов
    n1=0:N1-1; %отсчеты
    m1=0:N1-1; %индекс ДПФ
в частотной области
    fs=1000; % частота дис-
кретизации
    ts=1/fs; %период дис-
кретизации
    A1=1;A2=0.25;A3=0.8;
A4=0.5; %4 sinusoid ampli-
tudes (амплитуды 4-х синусо-
ид)
    f1=90;f2=92;f3=100;f4=1
50; %4 sinusoid frequencies (частоты 4-х синусоид
    yk=A1*sin(2*pi*f1*n1*ts)+A2*sin(2*pi*f2*n1*ts)+A3*sin(2*pi
*f3*n1*ts)+A4*sin(2*pi*f4*n1*ts);%дискретный сигнал
    ykn=yk+0.5*randn(size(n1)); %зашумленный сигнал
    % строим графики исходного и зашумленного сигналов
    plot(n1,yk,n1,ykn);
    xlim([0 N1])
    xlabel('samples')
    title('signal')
    legend('original signal','noised signal')

```

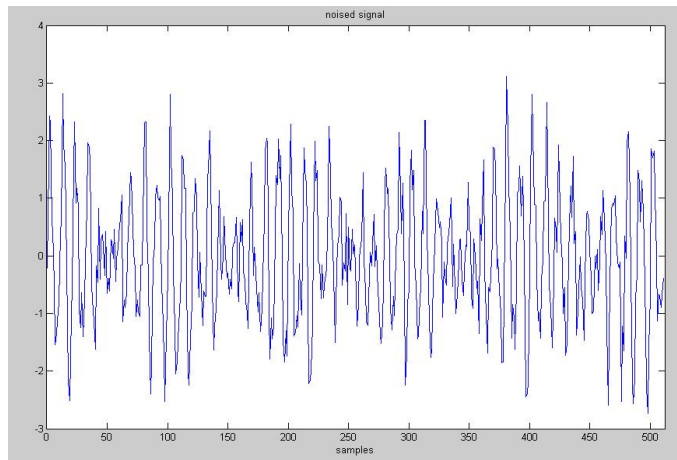


Рис.1. Форма зашумленного сигнала

На рис. 1 показан график данного сигнала, из которого трудно понять, какие частотные составляющие содержит в себе данный сигнал.

Теперь построим амплитудный спектр данного сигнала с помощью прямого преобразования Фурье, переводящего сигнал в частотное представление (рис. 2):

```

    %строим амплитудный спектр зашумленного сигнала ykn, т.е.
модули ДПФ
    Y5 = fft(ykn,N1); % N1-fast-fourier transform - spectrum
of signal ykn
    f2 = m1*fs/N1; %frequency
    figure
    plot(f2,abs(Y5),'.-')
    xlim([0 N1/2-1])
    title('Amplitude Spectrum of signal ykn')
    xlabel('Frequency (Hz)')
    ylabel('|Y5(f)|')

```

На рис. 2 уже невооруженным глазом видно, что на общем шумовом фоне выделяются три частотные составляющие сигнала, соответствующие

90, 100 и 150 Гц. Однако изначально был задан четырехчастотный сигнал с частотами 90, 92, 100 и 150 Гц.

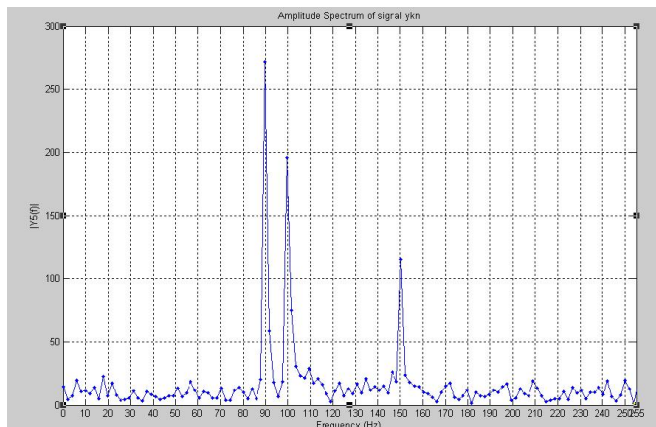


Рис. 2. Амплитудный спектр зашумленного сигнала

Для решения данной проблемы попробуем применить окна. Использование окон лежит в основе кратковременного или оконного преобразования Фурье [2].

Обработка с помощью окна используется для управления эффектами, обусловленными наличием боковых лепестков в спектральных оценках, а также шириной главного лепестка.

При использовании окон перед выполнением ДПФ входная последовательность $x[n]$ умножается на соответствующие отсчеты окна $w[n]$. Следовательно, ДПФ «взвешенной» окном последовательности $x[n]$ $X_w(m)$ приобретает следующую форму

$$X_w(m) = \sum_{n=0}^{N-1} w[n] \cdot x[n] e^{-j2\pi nm/N}. \quad (3)$$

На сегодняшний день существует большое количество окон, используемых при спектральном анализе. Пользователь может познакомиться с полным списком этих окон в справочной системе MATLAB.

В данном примере используем, например, окно Тьюки (суживающийся косинус). Отсчеты данного окна определяются следующим выражением:

$$w[n] = \begin{cases} 1, & 0 \leq |n| \leq \alpha \frac{N}{2}, \\ \frac{1}{2} \left[1 + \cos\left(\pi \frac{n - \alpha N/2}{(1 - \alpha)N}\right) \right], & \alpha \frac{N}{2} \leq |n| \leq \frac{N}{2}, \end{cases} \quad (4)$$

где α – коэффициент сужения, $0 < \alpha < 1$.

В системе MATLAB данное окно задается командой $w = \text{tukeywin}(L, \alpha)$, возвращающей L-точечное окно. По умолчанию, $\alpha = 0.5$.

Зададим окно Тьюки командой:

```
wt = (tukeywin(N1))'
```

Исходный сигнал, «взвешенный» окном Тьюки, будет иметь следующий вид (рис. 3):

```
%строим исходный сигнал, взвешенный окном
figure
plot(n1, ywt)
xlim([0 N1])
```

```
xlabel('samples')
title('Signal ykn weighted by Tukey window')
```

Выполнив ДПФ «взвешенного» исходного зашумленного сигнала, получим следующий амплитудный спектр (рис.4):

```
% построим модуль ДПФ
взвешенного сигнала
Ywt=fft(ywt,N1);
figure
plot(f2,abs(Ywt),'.-
r', 'LineWidth',2)
title('Amplitude
Spectra of weighted by
Tukey window signals')
xlim([0 N1/2+1])
xlabel('Frequency
(Hz)')
ylabel('Modules')
grid
```

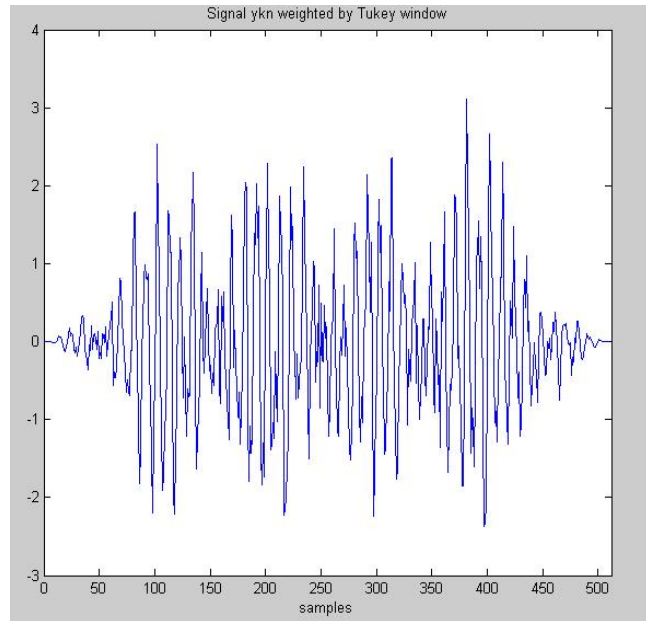


Рис. 3. Сигнал, «взвешенный» окном Тьюки

На рис. 4 хорошо видно, что исходный сигнал имеет четыре частотные составляющие.

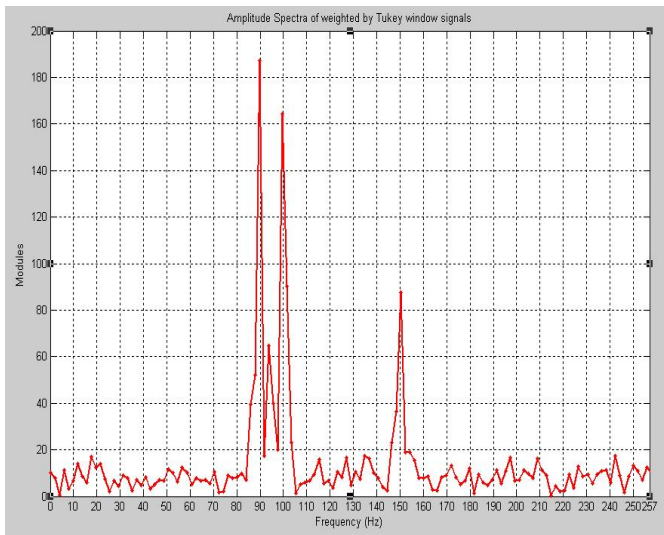


Рис. 4. Амплитудный спектр «взвешенного» окном сигнала

преобразовании окна. Для рассмотренного выше сигнала в качестве β необходимо принять значение 2.

Таким образом, в результате применения окна Тьюки удалось обнаружить «скрытый» частотный компонент исходного сигнала, который был «подавлен» главными лепестками более сильных синусоид с амплитудами 1 и 0,8.

Можно также проверить, что похожий результат дает применение окна Кайзера, которое задается командой $w=Kaiser(L, \beta)$, где β – параметр, влияющий на ослабление влияния бокового лепестка при Фурье-

Литература

1. Дьяконов В.П. MATLAB R2006/2007/2008 + Simulink 5/6/7. Основы применения. 2-е изд., перераб. и доп. М.: СОЛОН-ПРЕСС, 2008. 800 с.

2. Дьяконов В.П. MATLAB 6.5 SP1/7 + Simulink 5/6. Обработка сигналов и проектирование фильтров. М.: СОЛОН-ПРЕСС, 2005. 576 с.

3. Кристаллинский Р.Е., Кристаллинский В.Р. Преобразования Фурье и Лапласа в системах компьютерной математики. М.: Горячая линия-Телеком, 2006. - 212 с.

4. Ричард Лайонс. Цифровая обработка сигналов: 2-е издание: пер. с англ. М.: ООО «Бином-Пресс», 2006. 656 с.

5. Марпл-мл. С.Л. Цифровой спектральный анализ и его приложения: пер. с англ. М.: Мир, 1990. 584 с.

6. Сергиенко А.Б. Цифровая обработка сигналов. СПб.: Питер, 2002. 608 с.

ВИЗУАЛИЗАЦИЯ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ НЕЛИНЕЙНЫХ МЕХАНИЧЕСКИХ СИСТЕМ В СИСТЕМАХ КОМПЬЮТЕРНОЙ МАТЕМАТИКИ

АБДУЛА ХАЛЕД ХУСЕЙН

Татарский государственный гуманитарно-педагогический университет
420021 Казань, ул. Межлаук, д. 1
e-mail: khaled_alyfee@yahoo.com

1. Обычно механические системы N частиц в произвольных криволинейных координатах $\{x^1, x^2, \dots, x^n\}$ описываются системой обыкновенных дифференциальных уравнений вида:

$$\frac{d^2 x_a^i}{dt^2} + \Gamma_{jk}^i(x_a^1, \dots, x_a^n) \frac{dx_a^j}{dt} \frac{dx_a^k}{dt} = \frac{1}{m_a} F_a^i \left(x_a^1, \dots, x_a^n, \frac{dx_a^1}{dt}, \dots, \frac{dx_a^n}{dt}, t \right); \quad i = \overline{1, n}; \quad a = \overline{1, N}, \quad (1)$$

где Γ_{jk}^i – символы Кристоффеля 2-го рода (в ортогональных криволинейных координатах – коэффициенты Ламе), F_a^i – вектор силы, действующий на a -ую частицу. Таким образом, механические системы являются частным случаем динамических систем, которые при условии явной независимости сил от времени становятся автономными динамическими системами. Таким образом, даже при линейном характере внешних сил в криволинейных координатах уравнения движения механической системы являются существенно нелинейными. Простейшими примерами нелинейных сил являются: кубический скалярный потенциал для одномерного движения, сила трения, квадратичная по скорости, сила Лоренца, сила самодействия зарядов и т.п. В ряде случаев может повыситься и порядок уравнений движения – так, например, при учете магнитотормозного излучения заряда в магнитном поле уравнения движения становятся дифференциальными уравнениями 3-го порядка (см., например, [1]). Кроме того, релятивистские

механические системы всегда являются существенно нелинейными при скоростях движения, сравнимых со скоростью света.

2. Как известно, к настоящему времени хорошо разработана лишь теория обыкновенных линейных дифференциальных уравнений. Поэтому исследование нелинейных многомерных динамических систем возможно лишь методами качественной теории дифференциальных уравнений либо численными методами. Однако качественные методы достаточно наглядна лишь на фазовой плоскости, т.е. для одномерных механических систем, имеющих 2 степени свободы. Использование качественных методов для двумерных и более высоких порядков динамических систем требует привлечения специального математического аппарата и не приводит к результатам, имеющим простую интерпретацию. Поэтому фактически единственным методом исследования движения таких систем являются методы численного моделирования.

3. В силу вышеуказанных обстоятельств все вузовские курсы теоретической механики, электромагнетизма и гидродинамики обычно ограничиваются рассмотрением линейных систем, а нелинейные рассматривают лишь в рамках теории возмущений, точнее говоря, первого ее приближения. В результате из процесса обучения физике выпадает огромное множество физически и практически важных процессов и явлений, что резко ограничивает возможности предмета. Выход из этого положения могут дать методы математического моделирования, реализованные в системах компьютерной математики. При этом возникает проблема создания интерактивных анимационных электронных учебных материалов как в виде демонстрационных материалов, так и учебных пособий для самостоятельного изучения.

4. Для решения этой проблемы необходимо создание библиотек многопараметрических программных процедур решения систем нелинейных дифференциальных уравнений, последующей их графической интерпретации и, наконец, систем тренажеров для реализации численных экспериментов. В представленной работе описывается созданная в СКМ Maple 8 библиотека процедур, позволяющих привести систему ОДУ второго порядка в произвольной записи к канонической форме нормальной системы ОДУ, провести численное интегрирование задачи Коши для полученной системы и получить ее как графические, так и анимационные модели.

5. Созданные программные процедуры позволяют осуществить графический вывод численных решений, полученных самыми разными численными методами. Исследованы вопросы точности полученных графических решений сопоставлением их с аналитическими решениями для ряда интегрируемых случаев. В качестве примера рассмотрим задачу Коши для системы двух нелинейных ОДУ первого порядка:

$$y' = \frac{y}{x}; \quad z' = -\frac{y}{z} \quad (2)$$

с начальными условиями:

$$y(1/2) = 1/2; \quad z(1/2) = \sqrt{3}/2. \quad (3)$$

Решение этой задачи находится точно аналитическими методами:

$$y = x; \quad z = \sqrt{1 - x^2} \quad (4)$$

– это верхняя полуокружность единичного радиуса. Графическое представление численного решения этой задачи методом *method* достигается процедурой

```
>DSolveGrafic([diff(y(x),x)=y(x)/x,diff(z(x),x)=-y(x)/z(x)],
[y(1/2)=1/2,z(1/2)=sqrt(3)/2],method,a,b,options);
```

где *a,b* – нижний и верхний пределы интегрирования, *options* – любые графические опции. На рис. 1-6 представлены результаты численного интегрирования, полученные различными численными методами, в сравнении с точным решением (4). По оси абсцисс всюду отложены значения независимой переменной *x*, по оси ординат – десятичный логарифм модуля разницы численного и точного решений, $\lg |z(x) - z_0(x)|$.

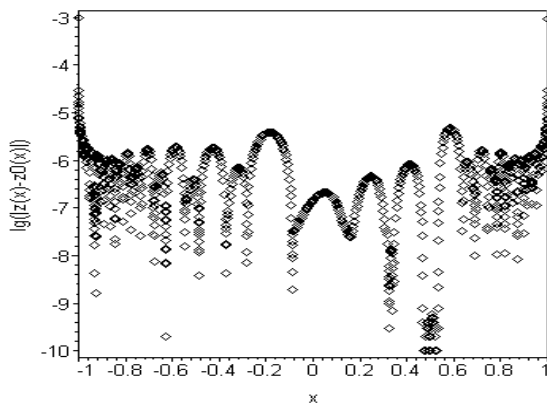


Рис. 1. Результаты для метода *rkf45* (Рунге-Кутта-Фелберга 4-5 порядков)

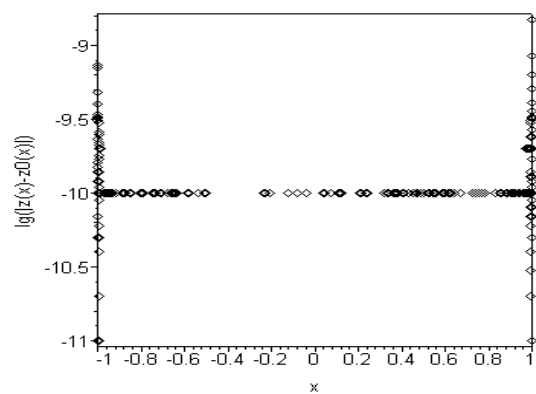


Рис. 2. Результаты для метода *rkf78* (Рунге-Кутта-Фелберга 7-8 порядков)

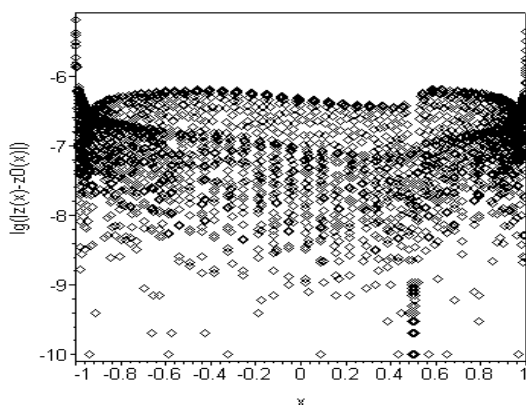


Рис. 3. Результаты для метода *stiff* (метода решений жестких систем)

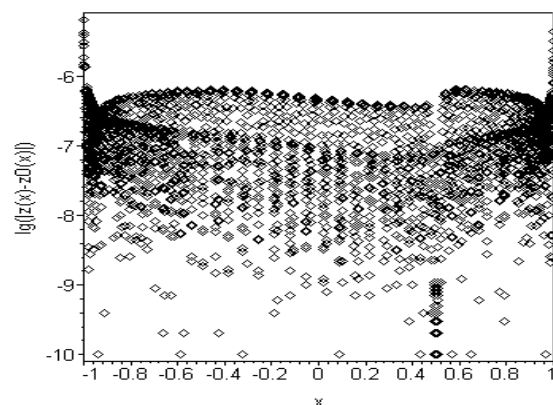


Рис. 4. Результаты для метода *rosenbrock* (Розенброка)

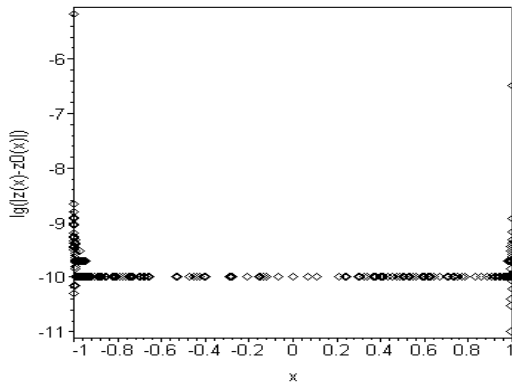


Рис. 5. Результаты для метода `taylor` (Тейлора)

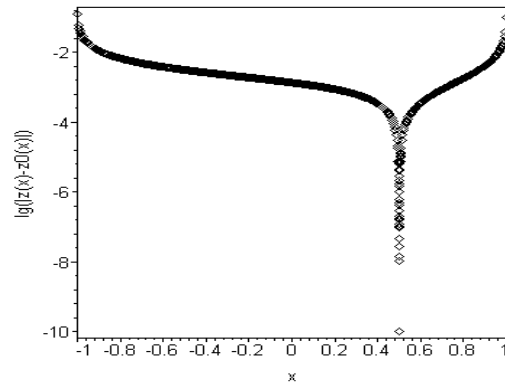


Рис. 6. Результаты для метода `classical` (классического)

Видно, что все методы дают примерно одинаковые результаты, причем их абсолютная погрешность всюду меньше $10^{(-6)}$, исключение составляет лишь классический метод, дающий на границах интегрирования погрешность порядка 10%. Следующий за этим методом метод `rkf45` дает на этих границах ошибку порядка $10^{(-3)}$. Наилучшие и одинаковые на интервале результаты дает метод рядов Тейлора и `rkf78` (точность на уровне $10^{(-10)}$) и затем – методы `stiff` и Розенброка (точность на уровне $10^{(-7)}$).

5. В работе проведено исследование скорости вычислений с помощью данных процедур. Результаты, полученные автором на своем компьютере AMD Athlon 64*2Dual Core Processor 4200+ 2.20 ГГц, 2,00Б ОЗУ, представлены на рис.7.

6. Таким образом, если выбирать из примененных методов самый точный и одновременно самый быстрый, то это, безусловно, будет метод `rkf78`.

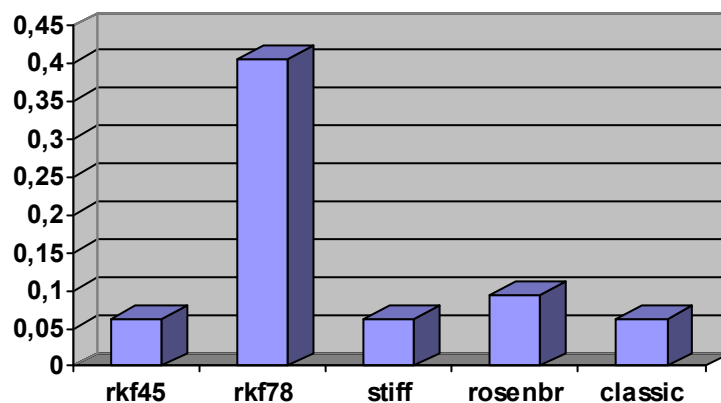


Рис. 7. Время в секундах, затраченное на вычисление в зависимости от численного метода. Время, затраченное на вычисление методом `taylor` не показано, так как оно на 2 порядка превышает время других методов (25,314 сек.)

Литература

1. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теория поля. М.: Наука, 1989.

СПОСОБ ОБНАРУЖЕНИЯ ТЕПЛОВЫХ ОБЪЕКТОВ

И.В. ЯКИМЕНКО, М.В. ЖЕНДАРЕВ, Д.А. ГУРЧЕНКОВ

Военная академии войсковой ПВО ВС РФ
им. Маршала Советского Союза А.М. Василевского

Теплопеленгаторы – это оптико-электронные системы (ОЭС), имеющие оптическую систему с широким полем зрения ($>20^\circ$), коротким фокусным расстоянием около 50 мм и матричным приёмником излучения (МПИ). Основная задача таких систем – обнаружение точечных тепловых объектов (ТТО), попавших в поле зрения оптической системы, на атмосферном фоне при максимальной дальности. Под ТТО понимается мало-размерный тепловой объект, изображение которого уместается в элементарном поле зрения (пиксель изображения) пеленгатора.

В настоящее время для теплопеленгаторов применяется амплитудный способ обнаружения ТТО на фоноцелевом изображении (ФЦИ). Данный способ основан на зрительном разделении яркости отметок ТТО и флуктуаций атмосферного фона. Получение ФЦИ на мониторе видеоконтрольного устройства (ВКУ) проводится в соответствии с видеосигналом, полученным с выхода МПИ. Каждому пикселю ФЦИ в соответствие ставят ограниченное число дискретных уровней яркости – квантов, пропорциональных энергетической яркости собственного излучения атмосферы и ТТО. Чем больше уровней квантования, тем выше качество изображения.

Практически человек различает не более 8 – 10 дискретных уровней яркости, поэтому для обнаружения ТТО на атмосферном фоне увеличение количества квантов при формировании ФЦИ не имеет смысла. На конечном этапе обнаружения оператор на мониторе ВКУ должен увидеть изображение, для которого характерно максимально контрастное представление отметок ТТО на скомпенсированном равномерном фоне. Для получения необходимого бинарного изображения достаточно двух уровней квантования.

Сущность разработанного авторами способа обнаружения ТТО на атмосферном фоне заключается в том, что предлагается использовать отличия пространственных спектров излучения ТТО и протяженного, более холодного, атмосферного фона. Согласно теореме Винера – Хинчина, пространственная спектральная плотность мощности преобразованием Фурье связана с взаимной корреляционной функцией, поэтому предлагается оценивать спектральную плотность мощности излучения на основе анализа нормированных коэффициентов взаимной корреляции (НКВК) для соседних строк (столбцов) цифрового массива ФЦИ. Математическое выражение, используемое для расчетов нормированных коэффициентов взаимной корреляции для соседних строк (столбцов) цифрового массива изображения, приведено в работе [1, с. 132]. Принято считать: если НКВК второй диагонали корреляционной матрицы стремится к единице, то корреляци-

онные связи сильны или устойчивы, а если меньше 0,5, то корреляционные связи слабы или отсутствуют [1].

В ходе исследования корреляционных связей фонового излучения облачной атмосферы установлено, что НКВК соседних строк, столбцов массива изображения, находящиеся во вторых диагоналях корреляционных матриц, принимают значения в интервале (0,65 – 0,99) [1]. При проведении предварительного математического моделирования по обнаружению ТТО на атмосферном фоне установлено, что присутствие ТТО в элементе массива изображения приведет к ослаблению корреляционных связей. При этом НКВК соседних строк, столбцов массива изображения, в которых находится изображение ТТО, находящиеся во вторых диагоналях корреляционных матриц, снижаются по сравнению со значениями для строк, столбцов, в которых его нет. НКВК соседних строк, столбцов массива изображения, находящиеся во вторых диагоналях корреляционных матриц, при наличии ТТО принимают значения в интервале (0,1 – 0,65). Снижение НКВК ниже порога обнаружения (0,5) в некоторых строках и столбцах массива можно считать признаком присутствия ТТО в элементах, находящихся на пересечении этих строк и столбцов.

Таким образом, зная номера строк и столбцов, в которых НКВК находится ниже выбранного порога обнаружения, можно определить пространственное положение отметки изображения ТТО на бинарном изображении. Элементам массива бинарного изображения, находящимся на пересечении строк и столбцов со сниженной величиной НКВК, присваивают единичные значения (отметки от ТТО), прочим элементам присваиваются нулевые значения.

Полученные на экране монитора бинарные изображения ТТО позволяют определять их угловые координаты, количественный состав и другие характеристики без предварительной подготовки оператора, что приводит к увеличению информационной способности и простоте эксплуатации тепlopеленгатора.

Анализ результатов математического моделирования подтвердил работоспособность предлагаемого способа. Вероятность обнаружения при отношении сигнал/шум, равном 2, составила около 0,8.

Литература

1. Алленов М.И. и др. Стохастическая структура излучения облачности. СПб.: Гидрометеиздат, 2000. 175 с.

СЕКЦИЯ 2

Параллельные вычисления и многоядерные процессоры

ОБЗОР СУЩЕСТВУЮЩИХ МЕТОДОВ ХРАНЕНИЯ И ОБРАБОТКИ РАЗРЕЖЕННЫХ ДАННЫХ

А.Ю. АГРОНИК

ООО «СайнГрейн», г. Москва

e-mail: agronik@sciengrain.ru

Классические реляционные системы управления базами данных (СУБД) имеют широкое распространение. Все чаще при решении современных задач обработки информации возникают проблемы формализации и отображения информационной области на реляционную модель данных. Это происходит в связи с постоянным увеличением количества обрабатываемой информации, увеличением сложности обрабатываемых объектов и их разнообразия. Усложняются производственные процессы и особенно процесс управления, который, в свою очередь, приобретает все большую зависимость от аналитической обработки данных. Простое наращивание производительности программного и аппаратного обеспечения эффективно только в том случае, когда увеличивается только количество информации, а не ее сложность.

В классических реляционных СУБД логический уровень хранения данных — это набор связанных между собой таблиц однородных данных [1], что упрощает и ускоряет их выборку в том случае, если набор типов данных ограничен или ограничен набор их классов эквивалентности. Реляционные СУБД обладают широким спектром достоинств.

Рассмотрим основные недостатки реляционных СУБД:

- атомарность данных. Несмотря на то, что это один из основных принципов реляционных СУБД, на текущий момент он становится их основным недостатком;
- негибкость структуры. Структура большинства баз данных остается неизменной во время работы и чаще всего рассчитана на строго определенные задачи обработки данных;
- затруднения в построении концептуальной модели для объектов с многочисленными связями «многие-ко-многим»;
- инструментарий работы с разреженными данными весьма ограничен.

В области обработки данных, помимо традиционных реляционных СУБД, существует также технология аналитической обработки данных в реальном времени (OLAP) и ее производные [2]. OLAP делает мгновенный снимок (копию) реляционной БД и структурирует её в пространственную модель для запросов. Заявленное время обработки запросов в OLAP

составляет около 0,1% от аналогичных запросов в реляционную БД. OLAP-структура, созданная из рабочих данных, называется OLAP-куб. Количество возможных агрегирований определяется количеством способов, которыми первоначальные данные могут быть иерархически отображены. OLAP-куб — многомерный разреженный куб (гиперкуб), имеющий низкую плотность заполнения. Использование традиционных средств для работы с ними затруднительно — низкая эффективность поиска информации и сложность получения значений при агрегации разреженных данных. Ввиду своей узкой специализации OLAP-технологии не подходят для решения общих задач обработки данных, а подходят лишь для получения аналитического среза.

Одним из примеров удачной реализации многомерных подходов к обработке данных может служить СУБД InterSystems Caché [3], в которой в полной мере сочетаются положительные качества как реляционных СУБД (скорость, надежность), так и OLAP (многомерность). Caché предоставляет три типа доступа к данным, обладающим своими недостатками и достоинствами: реляционный, объектный (отсутствие транзакционности), прямой (отсутствие контроля целостности и кэширования). Несмотря на весомый технологический перевес, Caché пока не завоевала популярность на рынке из-за частично устаревшего инструментария разработчика и жесткой маркетинговой политики.

Теоретические основы обработки разреженных данных присутствуют в ряде научных трудов, в том числе и отечественных специалистов. Однако реализация подобных подходов находится в стадии становления. Например, многомерная СУБД, использующая матричный подход к обработке разреженных данных и древовидный подход к хранению и доступу к ним, подробно рассмотрена в работах [4, 5]. Суть матричного метода заключается в представлении данных в виде векторов, а отношений — в виде матриц. При этом реляционные операторы реализуются через операторы над многомерными матрицами, основанные на тензорном исчислении. Данные и промежуточные структуры на физическом уровне хранятся в виде деревьев, состоящих из индексов в многомерной разреженной матрице.

Исследования многомерных методов хранения и обработки данных, решающих задачи быстрой аналитической обработки и хранения информации, не уступающих реляционным подходам в производительности и надежности, проводятся во многих научных кругах по всему миру. Реализация подобных технологий является очень актуальной и перспективной задачей.

Литература

1. Когаловский М.Р. Энциклопедия технологий баз данных. М.: Финансы и статистика, 2002.

2. OLAP Solutions: Building Multidimensional Information Systems. 2nd Edition. John Wiley & Sons, 1997.

3. InterSystems Caché <http://www.intersystems.com/>

4. Левин Н.А., Мунерман В.И., Сергеев В.П. Алгебра многомерных матриц как универсальное средство моделирования данных и её реализация в современных СУБД // Системы и средства информатики. М.: Наука, 2004. №14.

5. Левин Н.А., Мунерман В.И., Сергеев В.П. Применение многомерных матриц в запросах пользователей к базам данных // Системы и средства информатики: сборник научн. тр. М.: ИПИ РАН, 2005.

РАСПРОСТРАНЕНИЕ НЕОСЕСИММЕТРИЧНЫХ УПРУГИХ ВОЛН В МНОГОСЛОЙНЫХ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ОБОЛОЧКАХ¹

С.Н. БЕШЕНКОВ, И.С. БЕРЕЗНЯК

Смоленский гуманитарный университет, г. Смоленск

e-mail: bis@shu.ru

Известно [1, 2], что многие закономерности поведения упругих структур под действием подвижных и акустических нагрузок можно установить на основе анализа волновых процессов в рассматриваемой конструкции. Применительно к трёхслойным цилиндрическим оболочкам указанный анализ проведен в [2] с использованием динамической теории упругости для заполнителя и уравнений теории тонких оболочек для несущих слоев.

В данной работе для построения дисперсионного уравнения многослойной цилиндрической оболочки предлагается использовать матрицы перехода, связывающие перемещения и напряжения на одной границе каждого слоя с аналогичными величинами на другой границе. Это позволяет на основе единого алгоритма рассматривать конструкции с любым числом слоев с произвольными параметрами.

При гармонических колебаниях оболочки уравнения динамической теории упругости для произвольного её слоя сводятся к трём волновым уравнениям [1]:

$$\Delta\varphi_1 + k_l^2\varphi_1 = 0; \quad \Delta\varphi_j + k_t^2\varphi_j = 0; \quad (j = 2, 3) \quad (1)$$

$$\Delta = \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2},$$

где $k_l = \omega/c_l$, $k_t = \omega/c_t$; ω – частота колебаний; c_l , c_t – скорости распространения волн растяжения-сжатия и сдвига в материале слоя; r , θ , z – цилиндрические координаты, ось z которых совпадает с осью оболочки.

Потенциальные функции φ_j связаны с перемещениями u , v , w в

¹ Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ. Проект 08-01-12014-офи.

радиальном, окружном и осевом направлениях соотношениями

$$u = \frac{\partial \varphi_1}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \varphi_2}{\partial \theta} + \frac{1}{k_i} \frac{\partial^2 \varphi_3}{\partial z \partial r}; \quad v = \frac{\partial \varphi_1}{r \partial \theta} - \frac{\partial \varphi_2}{\partial r} + \frac{1}{k_i r} \frac{\partial^2 \varphi_3}{\partial \theta \partial z}; \quad w = \frac{\partial \varphi_3}{\partial z} + k_i \varphi_3 + \frac{1}{k_i} \frac{\partial^2 \varphi_3}{\partial z^2}. \quad (2)$$

Составляющие напряжения на площадке с нормалью r определяются через компоненты перемещения по закону Гука

$$\begin{aligned} \sigma_r &= \lambda \varepsilon + 2\mu \frac{\partial u}{\partial r}; & \tau_{r\theta} &= \mu \left(\frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial \theta} + \frac{\partial v}{\partial r} - \frac{v}{r} \right); \\ \tau_{rz} &= \mu \left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial r} \right); & \varepsilon &= \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{u}{r} + \frac{1}{r} \frac{\partial v}{\partial \theta} + \frac{\partial w}{\partial z}, \end{aligned} \quad (3)$$

где λ, μ – упругие постоянные материала слоя.

Решение уравнений (1), соответствующее распространяющейся вдоль оси оболочки неосесимметричной упругой волне, ищем в виде

$$\{\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3\} = \{f_1(r) \cos n\theta, f_2(r) \sin n\theta, if_3(r) \cos n\theta\} \exp ikz, \quad (4)$$

где $k = \omega/c$ – волновое число; c – фазовая скорость волны.

Подставляя (4) в (1), приходим к обыкновенным дифференциальным уравнениям, из которых находим

$$\begin{aligned} f_1(r) &= A_1 J_n \left(\sqrt{k_i^2 - k^2} r \right) + B_1 N_n \left(\sqrt{k_i^2 - k^2} r \right); \\ f_j(r) &= A_j J_n \left(\sqrt{k_i^2 - k^2} r \right) + B_j N_n \left(\sqrt{k_i^2 - k^2} r \right); \quad j = 2, 3. \end{aligned} \quad (5)$$

Здесь J_n, N_n – функции Бесселя 1-ого и 2-ого рода n -го порядка; A_1, \dots, B_3 – постоянные интегрирования. Выражения (5) позволяют найти с учетом (2) – (4) матрицу-столбец амплитудных (при $\cos n\theta \exp ikz$ и $\sin n\theta \exp ikz$) множителей перемещений и напряжений

$$\begin{bmatrix} U & V & iW & \bar{\sigma}_r & \bar{\tau}_{r\theta} & i\bar{\tau}_{rz} \end{bmatrix}^T = [a] \begin{bmatrix} A_1 & B_1 & A_2 & B_2 & A_3 & B_3 \end{bmatrix}^T, \quad (6)$$

где $[a]$ – матрица размером 6×6 , элементы которой являются функциями радиальной координаты r .

Полагая в (6) вначале $r = r_1$, а затем $r = r_2$, устанавливаем связь между значениями указанных амплитудных множителей на внутренней ($r = r_1$) и наружной ($r = r_2$) поверхностях рассматриваемого слоя

$$\begin{bmatrix} U^{(2)} & V^{(2)} & iW^{(2)} & \bar{\sigma}_r^{(2)} & \bar{\tau}_{r\theta}^{(2)} & i\bar{\tau}_{rz}^{(2)} \end{bmatrix}^T = [P] \begin{bmatrix} U^{(1)} & V^{(1)} & iW^{(1)} & \bar{\sigma}_r^{(1)} & \bar{\tau}_{r\theta}^{(1)} & i\bar{\tau}_{rz}^{(1)} \end{bmatrix}^T. \quad (7)$$

Здесь $[P] = [a]_{r=r_2} \cdot [a]_{r=r_1}^{-1}$ – матрица перехода через слой.

Применяя N раз (N – число слоев оболочки) рекуррентное соотношение (7) и учитывая, что внешние нагрузки на оболочку не действуют, приходим к однородной системе уравнений относительно функций $U(r), V(r)$ и $iW(r)$ на внутренней поверхности оболочки

$$A_{m1}U^{(0)} + A_{m2}V^{(0)} + A_{m3}(iW^{(0)}) = 0, \quad m = 4, 5, 6. \quad (8)$$

Здесь A_{41}, \dots, A_{66} – элементы матрицы перехода через систему слоев, которая получается перемножением матриц перехода через отдельные слои, начиная с наружного

$$[A] = [P]^{(N)} [P]^{(N-1)} \dots [P]^{(1)}. \quad (9)$$

Из условия существования нетривиальных решений системы (8) получаем искомое дисперсионное уравнение

$$\Delta(\omega, c) = 0, \quad (10)$$

где Δ – определитель системы (8).

На основе выполненных с использованием системы компьютерной математики MAPLE расчетов дисперсионных зависимостей ряда слоистых оболочек отмечено совпадение минимумов дисперсионных кривых для различных значений n числа волн в окружном направлении. Отсюда, в частности, следует вывод о совпадении первых резонансных скоростей движения по оболочке осесимметричной и неосесимметричной подвижных нагрузок.

Литература

1. Горшков А.Г. и др. Волны в сплошных средах: учеб. пособ. для вузов. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2004.
2. Горшков А.Г., Пожуев В.И. Стационарные задачи динамики многослойных конструкций. М.: Машиностроение, 1992.

КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ФИЗИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ НА РЕШЕТКАХ ИЗИНГА

И.О. БЛАКУНОВ, И.Б. БОЛОТИН, Д.К. ЕРШОВ, А.В. ХОТУЛЕВ

Смоленский государственный университет, г. Смоленск

1. Введение. Компьютерная тематика стала к настоящему времени неотъемлемой частью физических исследований. Можно говорить о новой области физики – компьютерной физике, новой генерации компьютерного приборостроения, направленного на решение проблем экспериментальной и теоретической физики.

Задачей, имеющей важное практическое и теоретическое значение и поддающейся компьютерному моделированию, является задача о перколяции. В настоящее время перколяционные процессы рассматриваются представителями различных научных дисциплин (математиками, физиками, химиками, программистами и другими), поскольку перколяция является удобной моделью для описания широкого класса явлений, называемых критическими (см. [2]). Кроме того, рассматриваемая задача важна для решения многих проблем современных нанотехнологий.

Для получения большинства результатов теории перколяции используются методы компьютерного моделирования. При этом приходится проводить сотни тысяч вычислительных экспериментов, требующих существенных затрат «компьютерного времени».

2. Постановка задачи. Пусть дана решетка размера $n \times n$ клеток. Клетки решетки произвольным образом раскрашены в два цвета – черный и белый. Один из основных вопросов, на которые отвечает теория перколяции, – при какой доле p_c закрашенных клеток возникает цепочка черных (белых) клеток, соединяющая верхнюю и нижнюю стороны решетки. Если устремить размер решетки n к бесконечности, то величина p_c называется *порогом перколяции*.

3. О решении задачи. Введем на плоскости систему координат таким образом, чтобы начало координат совпало с левым нижним углом решетки и длина единичного отрезка равнялась стороне клетки. Тогда правый верхний угол каждой клетки $A_{k,m}$ будет иметь координаты (k, m) ($k = 1, 2, \dots, n, m = 1, 2, \dots, n$). Кроме того, рассмотрим квадратную матрицу A размера $n \times n$. Каждой клетке $A_{k,m}$ поставим в соответствие элемент матрицы a_{km} , причем если клетка $A_{k,m}$ черная, то $a_{km} = 0$ и $a_{km} = 1$ – в противном случае.

Таким образом, решение поставленной задачи сводится к следующему. В матрице A размера $n \times n$, состоящей из единиц и нулей, требуется определить наименьшее количество единиц (нулей), при котором существует маршрут только из единиц (нулей), соединяющий верхнюю и нижнюю строки матрицы. При этом два элемента матрицы входят в маршрут, если они расположены в одной строке или в одном столбце.

Для решения рассматриваемой задачи используется алгоритм анализа матрицы, который является одной из разновидностей алгоритма Хошена-Копельмана (см. [1], с. 64). Главным достоинством данного алгоритма является отсутствие в нем рекурсивных процедур, т.е. он позволяет найти маршрут (или показать, что его нет) за один проход по матрице. Кроме того, алгоритм позволяет экономить машинную память и время.

4. Полученные результаты. Для плоской решетки размера $n \times n$ количество клеток $p(n)$ одного цвета, при котором существует маршрут, соединяющий верхнюю и нижнюю стороны решетки, определяется формулой

$$p(n) = a \cdot \arctg(\ln^b(1 + n)), \quad (1)$$

где a и b вполне определенные числа, при этом $p_c \approx 0,66$.

Замечание. Функция (1) была получена с помощью метода Монте-Карло и метода наименьших квадратов.

5. Коэффициент эффективности распараллеливания. Для решения поставленной задачи используется кластер параллельных вычислений,

работающий под управлением операционной системы Red Hat Linux 9.0, и использующий библиотеку PVM.

Архитектура вычислительного кластера обеспечивает линейную масштабируемость вычислений путем добавления дополнительных узлов для увеличения производительности вычислений, при этом не требуется вносить изменения в алгоритм, реализующий вычисления на отдельных узлах кластера.

Коэффициент эффективности распараллеливания, определяемый по формуле $K_e = T_1 / N \cdot T_N$, где N – количество узлов, T_1 , T_N – время решения на одном и N узлах соответственно, равен $K_e = 0,94$.

Литература

1. Тарасевич Ю.Ю. Перколяция: теория, приложения, алгоритмы: учеб. пос. М.: Едиториал УРСС, 2002.
2. Stauffer D., Aharony A. Introduction to Percolation Theory. London: Taylor&Francis, 1992.

НЕЧЕТКИЕ БАЙЕСОВЫ СЕТИ В ЗАДАЧАХ АНАЛИЗА РИСКОВ

В.В. БОРИСОВ

Филиал ГОУ ВПО МЭИ (ТУ), г. Смоленск

e-mail: vborisov@etna-ru.ru

Под риском принимаемого решения, как правило, понимается степень опасности для его успешного выполнения. При этом риск характеризуется следующими факторами: неблагоприятные события, влияющие на процесс принятия решения; вероятность (возможность) риска; тяжесть ущерба от неблагоприятных событий.

В зависимости от решаемой задачи могут быть использованы различные показатели риска. Так, например, риск может представлять собой частоту реализации негативного события. В качестве показателя риска может использоваться вероятность отклонения от ожидаемого результата. Показатель риска может учитывать сочетание вероятности негативного события и его последствий.

Однако наиболее часто риск принимаемого решения определяется как вероятность (возможность) возникновения одного события при наступлении другого события. Одним из наиболее востребованных методов анализа таким образом представленных рисков, базирующихся на использовании вероятностного подхода, является использование байесовых сетей.

Байесова сеть (БС) моделирует причинно-следственные отношения во множестве случайных переменных и представляет собой ориентированный ациклический граф, состоящий из множества переменных и направленных дуг между переменными; каждая переменная сети может принимать одно из

конечного множества взаимоисключающих значений; каждой переменной-потомку, обусловленной переменными-предками, приписывается таблица условных вероятностей.

Байесова сеть является наиболее компактным представлением проблемной области, так как при наличии дополнительной информации о зависимости или независимости переменных, удается факторизовать функцию полного совместного распределения вероятности на функции меньшего числа переменных. Именно благодаря этому свойству байесовы сети применимы для эффективного представления и решения задач со многими переменными.

Однако требования, предъявляемые к вероятностным деревьям решений, делают затруднительным использование байесовых сетей для анализа рисков принимаемых решений, который представляет собой во многом субъективный процесс, в ходе которого учитываются не только количественные, но и качественные переменные, плохо поддающиеся формализации. Кроме того, эти переменные часто являются существенно взаимозависимыми.

Это обуславливает целесообразность использования методов теории нечетких множеств и нечетких вычислений в байесовых сетях. Кроме того, представление как дискретных, так и непрерывных переменных на основе нечетких множеств позволяет реализовать аппроксимационное представление гибридных байесовых сетей и обеспечить, таким образом, эффективное решение задач нечеткого вывода по сети и ее обучения.

Нечеткая байесова сеть (НБС) определяется следующим образом:

$$FBN = (U, L, P) = (X, Y, L, P),$$

где U – множество переменных; L – множество направленных связей между переменными; P – вероятностное распределение переменных сети по их переменным-предкам из U ; X – множество дискретных переменных; Y – множество нечетких переменных, полученных из соответствующих непрерывных переменных сети, $U = X \cup Y$.

Возможны следующие основные способы введения нечеткости в НБС:

- дополнение байесовых правил функциями принадлежности соответствующих значений переменных;
- замена значений переменных байесовой сети на нечеткие множества, а операций над четкими значениями – на операции S- и T-норм над нечеткими множествами;
- замена значений переменных байесовой сети на нечеткие числа, а обычных операций – на расширенные (по принципу обобщения Л. Заде) операции над нечеткими числами.

Использование того или иного способа зависит от характера используемой информации и особенностей решаемых задач анализа риска.

Для построения нечеткой байесовой сети необходимо выполнить

следующие действия:

- сформулировать задачу в терминах вероятностей (возможностей) значений целевых переменных;
- определить переменные, влияющие на целевые переменные, и описать их возможные значения;
- задать, исходя из имеющейся информации, оценки значений переменных в зависимости от способа введения нечеткости в байесову сеть;
- описать отношения «причина–следствие» (как косвенные, так и прямые) в виде ориентированных дуг сети, разместив в ее вершинах переменные;
- для каждой вершины сети, имеющей входные дуги, указать оценки различных значений переменной этой вершины в зависимости от комбинации значений переменных-родителей.

СПОСОБЫ ПРИМЕНЕНИЯ ДИНАМИЧЕСКИХ СИТУАЦИОННЫХ СЕТЕЙ ПРИ ВЫРАБОТКЕ И СОПРОВОЖДЕНИИ СЦЕНАРИЯ УПРАВЛЕНИЯ

В.В. БОРИСОВ, М.М. ЗЕРНОВ

Филиал ГОУ ВПО МЭИ (ТУ), г. Смоленск

e-mail: zmmioml@yandex.ru

Особенности построения и функционирования различных типов ситуационных сетей оказывают существенное влияние на выбор эффективного способа их применения. Под эффективностью при этом понимаются как выполнение требований к сложности вычислений и быстродействию, так и возможности по прогнозированию развития обстановки.

По способу построения нечёткой ситуационной сети (НСС) можно выделить статические и динамические сети. Статическая сеть существует в виде графа до выяснения конкретных значений системных характеристик. Для динамической сети строится не универсальный граф на все возможные случаи, а его фрагмент, формируемый относительно текущего состояния управляемой системы на глубину, соответствующую времени прогнозирования. Динамическая сеть применяется, если множество обобщённых состояний управляемой системы сложно обозримо.

СППР при оперативном управлении решают задачи реального времени, что накладывает жёсткие требования по быстродействию основных процедур выработки решения. С учётом значительного роста числа узлов НСС при увеличении глубины прогноза зачастую нет возможности строить динамическую НСС на сколько-нибудь большую

глубину в реальном времени. Рассмотрим предлагаемые способы применения НСС.

Первый способ – предварительное построение НСС на глубину, соответствующую предполагаемой продолжительности сеанса управления. Сеть строится до начала сеанса управления, после чего определяется сценарий управления в виде подграфа сети. С началом сеанса управления производится периодическая съёмка состояния управляемой системы. Для текущего состояния управляемой системы определяется наиболее похожее состояние, предусмотренное сценарием управления. Если достаточно близкое состояние найдено, принимается управляющее решение, предусмотренное сценарием для данного состояния. Если поиск не удался или значительно превышено время, на которое рассчитан сценарий, то текущая обстановка не предусмотрена сценарием управления и следует строить новую сеть, исходя из текущего состояния системы. Глубина новой сети при этом не должна быть большой, поскольку возможности по длительному прогнозу в текущей обстановке оказались недостаточными.

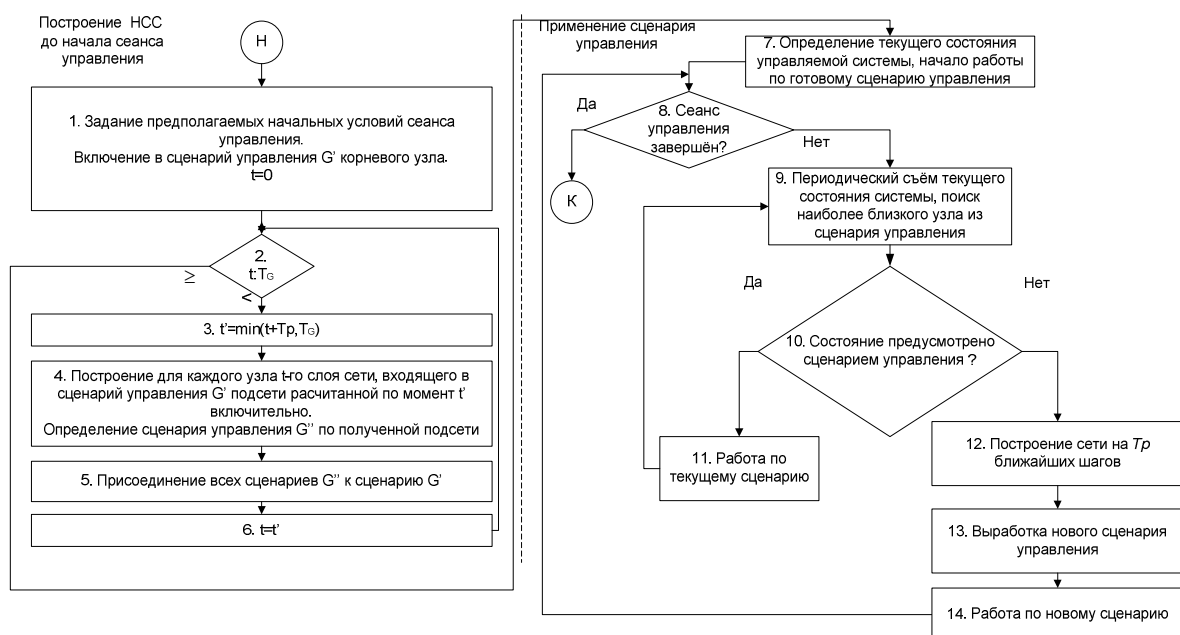


Рис. 1. Второй способ применения НСС («жадный» способ)

Второй способ также заключается в построении НСС до начала сеанса управления, но не сразу, а по частям (см. рисунок 1). Вначале НСС строится на небольшую глубину, затем на основе оценок узлов последнего построенного слоя сети определяется сценарий управления на рассматриваемый период времени. Далее, исходя из каждого состояния последнего построенного слоя сценария, формируются подсети, рассчитанные на очередные несколько временных дискрет, по каждой полученной подсети определяется сценарий управления, который присоединяется к предыдущему. Описанная процедура продолжается до тех пор, пока не будет рассчитан сценарий на всю предполагаемую

длительность сеанса управления. В результате происходит потеря информации, зато существенно уменьшаются вычислительные затраты («жадный» способ). Применение сформированного сценария управления происходит как и в первом случае. И первый, и второй варианты предъявляют повышенные требования к экспертной информации. Иначе происходит существенное накопление ошибки субъективности эксперта и при применении заготовленного сценария управления учащаются несовпадения заранее сформированного сценария с текущей ситуацией.

Третий способ заключается в отказе от предварительного построения сценария управления. С началом сеанса управления происходит периодическая съёмка текущего состояния системы, на основе которого строится сеть на определённое количество шагов. Применение построенного на её основе сценария не исключает возможности отхода от него в случае его неадекватности.

ПАРАЛЛЕЛЬНАЯ ПЕДАГОГИКА ПРИКЛАДНЫХ СИСТЕМ

А.С. ГРИНБЕРГ

Академия Управления при Президенте Республики Беларусь

О.Н. ЛАБКОВИЧ

Белорусский национальный технический Университет

1. Современные возможности использования Интернет-ресурсов обучения, специализированных средств, ориентированных на направления обучения и представления о возможностях менеджмента прикладных областей, направленных на компенсацию риска, расширение ситуационных методов управления, с помощью которых извлекаются скрытые знания ставит проблему менеджмента образовательных процессов обучаемым, обеспечивающего на каждом этапе освоения обучаемым минимума профессиональных знаний (ядра специалиста).

2. Применение такого подхода актуально в прикладных системах, профессиональные требования в которых требуют параллельного, синхронного извлечения и применения компьютерных технологий, логистики предметной области и менеджмента проектов ситуационного разрешения возникающих проблемных ситуаций, общая модель которых сводится к преобразованию «запаса ресурсов в поток» и обратного преобразования.

3. Такими свойствами обладает прикладная система таможенного менеджмента, управление состояниями трудоспособности людей, участвующих в процессах нормализации, система антикризисного управления, ориентированная на вектор ситуационных сбалансированных параметров, поведение человека в условиях потребления благ при изменяемом доходе и др.

4. Это требует постоянного развития базовых параллельных учебных курсов и обновления их связей с поддерживающими курсами, уровень освоения которых фиксирован. Например, применительно к прикладной системе таможенного менеджмента в качестве базовых (растущих по уровню знаний) курсов могут быть включены логистика, а в качестве поддерживающего – информационные технологии. Такие сопряженные курсы обновляют связи в процессе обучения и обеспечивают на каждом этапе необходимый минимум знаний, умений и навыков. Это позволяет исключить многотемность учебных курсов, освоение которых может быть осуществлено самостоятельно во взаимосвязи с базовыми учебными курсами.

5. При таком подходе возникают три уровня ответственности за подготовку обучаемых: базовый уровень, за который отвечает обучающий; поддерживающий уровень совместной ответственности обучающего и обучаемого и уровень освоения свободных учебных курсов, за который отвечает обучаемый. Контроль всех трех уровней ориентирован на готовность обучаемого к профессиональной деятельности на каждом годовом этапе обучения.

Литература

1. Гринберг А.С., Лабкович О.Н. Управление личностными информационными ресурсами менеджеров при обучении информатике в условиях реальной среды // Проблемы управления. Мн.: АУ при Президенте РБ, 2005. №4(17).

АВТОМАТИЗАЦИЯ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ ПРЕПОДАВАТЕЛЯ В ПЛАТФОРМЕ ЭЛЕКТРОННОГО ОБУЧЕНИЯ

Е.П. ЕМЕЛЬЧЕНКОВ¹, В.В. БОРИСОВ², В.В. ПОЛУЛЯХ², И.И. ЮРЧЕНКО²

¹Смоленский государственный университет, г. Смоленск

²Филиал ГОУ ВПО «МЭИ (ТУ)», г. Смоленск

В настоящее время существует несколько подходов к организации дистанционного образования (ДО). Множество средств, обеспечивающих функционирование модели ДО, называется системой дистанционного образования (СДО). На данный момент активно развиваются модели СДО, основанные на сетевых технологиях. К таким моделям относится Internet-образование (e-Learning). Ниже под платформой электронного обучения будем понимать программную составляющую СДО типа e-Learning.

Основной функцией платформы электронного обучения является организация процесса ДО. Применение компьютерных технологий в образовании позволяет обеспечить индивидуальный подход к каждому обучаемому и дать обучаемому доступ к интересующим его учебным программам в любое удобное время. Это дает возможность существенно повысить качество обучения в условиях, когда недоступны традиционные

методы обучения. Поэтому в качестве важного достоинства платформ электронного обучения можно выделить автоматизацию определенных функций преподавателя и учебного процесса с целью обеспечения индивидуального подхода к каждому обучаемому.

Эффективность организации процесса ДО тесно связана с выбором платформы электронного обучения. Организации по стандартизации в последние годы уделяют существенное внимание созданию спецификаций и принципов построения платформ электронного обучения. Документ IMS Abstract Framework [1] определяет основные компоненты платформ электронного обучения и общий механизм их взаимодействия. Консорциум IMS не разрабатывает стандарты, но определяет спецификации, которые в последующем могут быть уточнены так называемым профилем, который может являться стандартом.

В настоящее время в качестве стандарта для работы с учебным содержанием принят стандарт SCORM [2], который является профилем для некоторых спецификаций IMS (IMS Content Packaging, IMS Simple Sequencing). Проект e-Learning Framework (ELF) [3] определяет набор сервисов платформы электронного обучения. В рамках этого проекта ведется реализация этих сервисов. Проект Open Knowledge Initiative (OKI) [4] определяет архитектуру платформы электронного обучения и API сервисов. Структура платформы электронного обучения становится все более гибкой и модульной. Сервисно-ориентированная архитектура (Service-Oriented Architecture, SOA) хорошо зарекомендовала себя, ее используют при создании современных модульных internet-приложений.

Одной из основных задач развития платформ дистанционного обучения является организация совместимости их функциональных частей. Для платформы на базе SOA это означает совместимость на уровне сервисов. Спецификации IMS, стандарт SCORM, проект OKI определяют совместимость сервисов. Кроме совместимости на уровне сервисов, необходимо обеспечить совместимость на уровне данных на основе механизма метаданных. Этот механизм позволяет однозначно описать отдельные логические блоки учебного содержания (например, отдельная лекция или тест) и их свойства (например, тема лекции или сложность теста), что позволяет создавать хранилища учебных материалов, с которыми могут работать различные платформы электронного обучения. Кроме того, механизм метаданных позволяет автоматизировать процесс обучения. Описание механизма метаданных приведено в стандарте IEEE P1484.12.3.

Для платформ электронного обучения принят стандарт SCORM. Этот стандарт определяет способы работы с учебным содержанием и способы доставки учебного содержания пользователю. В то же время существует множество спецификаций, определяющих функции, расширяющие возможности платформ дистанционного обучения. Эти спецификации пока не входят в стандарты и лишь частично реализованы в некоторых

платформах.

Большинство существующих платформ ориентированы лишь на поддержку процесса ДО и практически не реализуют функции автоматизации процесса и функции преподавателя. Как правило, автоматизируются лишь «механические» функции преподавателя, такие, как контроль успеваемости обучаемого и выбора для него траектории обучения согласно заранее заданному преподавателем курсу обучения. Обеспечить полноценный индивидуальный подход к обучаемому, при котором для каждого обучаемого, в соответствии с его целями, знаниями и особенностями, автоматически создается индивидуальный курс обучения, в таких системах затруднительно в связи с большими материальными затратами на оплату услуг преподавателя. Здесь под курсом обучения понимается множество учебных материалов, необходимых для достижения учебных целей, и сценарии выдачи этих учебных материалов. При этом сценарии могут быть как пассивными, так и активными и интерактивными.

В качестве основы для создаваемой системы нами выбран подход ELF. Недостатком выбранного подхода является отсутствие сервисов, обеспечивающих автоматическое создание индивидуальных курсов обучения. Принято решение функции автоматического создания индивидуального курса вынести в отдельный сервис. Этот сервис получил название электронного учителя. Функции электронного учителя сводятся к предварительной оценке знаний и умений обучаемого, оценке его психологических и иных особенностей и построению для него индивидуального учебного курса.

Предварительная оценка знаний и умений обучаемого заключается в проведении теста или серии тестов, позволяющих выявить знания обучаемого, которые необходимы для начала обучения. При выявлении пробелов в знаниях обучаемого возможен либо отказ ему в обучении («вступительный экзамен»), либо построение индивидуального учебного курса с учетом необходимости ликвидировать выявленные пробелы. Оценка индивидуальных особенностей обучаемого (таких, как, например, предпочтительная форма подачи учебного материала) позволяет учесть их при составлении курса, тем самым повысив его качество и адаптированность под конкретного обучаемого. Построение индивидуального учебного курса должно происходить на основе имеющегося в распоряжении учебного материала, учитывать подготовленность и индивидуальные особенности обучаемого, цели обучения (определяемые самим обучаемым, преподавателем, учебным стандартом и т.п.). Индивидуальный учебный курс должен включать промежуточное и итоговое тестирование, предназначенное для оценки успешности прохождения курса и возможной его корректировки (например, повторения).

Курс составляется из проиндексированных метаданными элементов, находящихся в хранилищах учебных материалов. Входными данными

электронного учителя служат цели и свойства обучаемого, а также метаданные учебных материалов, находящихся в хранилище. Выходными данными электронного учителя является индивидуальный учебный курс, позволяющий достигнуть цели обучения за наименьшее время.

При разработке электронного учителя стоит проблема выбора модели обучаемого и обучающего курса. В качестве этих моделей нами выбраны графовые модели обучаемого, цели обучения, а также графовые модели учебного пособия и задачника, образующие модель курса [5].

Структура модели обучаемого представляется ациклической сетью, вершинами которой являются элементы знания, усваиваемые обучаемым, а дугами – логические связи между элементами знаний. Структура модели целей обучения представляется графом, вершинами которого являются элементы знания, необходимые для достижения цели обучения. Модель учебного пособия отображает элементы знания, входящие в учебное пособие, и их логическую связь. Модель задачника представляется в виде совокупности графовых моделей задач.

Функции электронного учителя реализуются посредством построения и использования модели обучаемого, модели цели обучения, модели учебного пособия и модели задачника с учетом алгоритмов, приведенных в работе [5].

Литература

1. IMS Global Learning Consortium. URL: <http://www.imsglobal.org>.
2. Advanced Distributed Learning (ADL), Sharable Content Object Reference Model (SCORM) 2004 2nd Edition Overview, 2004.
3. e-Learning Framework. URL: <http://www.cetis.ac.uk:8080/frameworks>.
4. Open Knowledge Initiative (OKI). URL: <http://web.mit.edu/oki>.
5. Емельченков Е. П. Математические модели в педагогических исследованиях // Методология и методика информатизации образования: концепции, программы, технологии: материалы Всероссийской научно-практической конференции. Смоленск: СГПУ, 2005. Вып. 1. С. 32-51.

ПРОЕКТИРОВАНИЕ ИНФОРМАЦИОННЫХ СИСТЕМ. АКСИОМАТИЧЕСКИЙ ПОДХОД

Е.П. ЕМЕЛЬЧЕНКОВ

Смоленский государственный университет, г. Смоленск,

Н.А. ЛЕВИН

ИПИ РАН, г. Москва

При создании информационной системы для некоторой предметной области на различных уровнях проектирования используются различные модели. Для согласования этих моделей желательно иметь их описания, выполненные в едином ключе. В качестве унифицированного подхода к

описанию информационных моделей мы предлагаем использовать аксиоматическое описание.

В [1, 2] была предложена методика проектирования так называемых функциональных моделей данных. Несущественное изменение этой методики позволяет проектировать модели данных со сложной структурой, в том числе и объектно-ориентированные модели.

При проектировании информационной системы, предназначенной для решения задач в некоторой предметной области, разработчик выделяет в ней объекты, представляющие интерес для пользователя этой системы. Каждый объект предметной области однозначно идентифицируется в информационной системе с помощью специальной функции Id (идентификатор объекта). По сути, значения функции Id служат уникальными именами объектов предметной области. Однако пользователям информационной системы эти имена, как правило, не сообщаются. Они предназначены лишь для представления объектов в информационной системе. Примером функции Id на некотором предприятии может служить код изделия.

В процессе проектирования информационной системы с каждым конкретным объектом x предметной области связывается определенный набор атрибутов (свойств) f_1, \dots, f_k – одноместных функций, характеризующих объект x . При этом для каждого атрибута f указываются его имя и тип значений.

Кроме имени f атрибута, в информационной системе для каждого конкретного объекта x предметной области хранится значение $f(x)$ этого атрибута. Таким образом, для каждого атрибута в информационной системе содержатся не менее двух записей: *запись описания (метаданные)* и *запись значения (данные)*. На описательном уровне знание значений атрибутов не требуется. Для концептуального описания предметной области требуются только метаданные.

Примерами атрибутов объектов являются такие характеристики, как: *Цвет, Вес, Дата_изготовления, Возраст, Пол, Фамилия, Внешний_вид, Голос*.

Описание упомянутых атрибутов в информационной системе может оформляться различными способами.

Пример 1. Описание атрибута Цвет:

$$Dom(Цвет) = \{красный, оранжевый, желтый, зеленый, голубой, синий, фиолетовый\}.$$

Определенный таким образом атрибут *Цвет* может принимать одно из семи перечисленных в фигурных скобках значений. Если для некоторого объекта значение атрибута *Цвет* есть «желтый», то в информационной системе этот факт может отражаться в виде кортежа

$$(Цвет, желтый),$$

первой компонентой которого служит имя атрибута, а второй – его значение, или в виде таблицы

<i>Цвет</i>
<i>желтый</i>

Пример 2. Описание атрибута *Вес*:

$Dom(Вес) = Real$.

Ограничения: $Вес \geq 0$.

В данном примере в качестве домена атрибута *Вес* выбран стандартный тип данных *Real* (встроенный или определяемый системой скалярный тип). Это означает, что над значениями атрибута *Вес* можно выполнять все операции, которые определены для типа *Real*, то есть операции $+$, $-$, \times , $:$ и предикаты $<$, \leq , $>$, \geq , $=$, \neq . Кроме того, для атрибута *Вес* указано ограничение – его значения не могут быть отрицательными.

Пример 3. Описание атрибута *Внешний вид*:

Имя атрибута	Тип атрибута
<i>Внешний вид</i>	<i>Фотография в формате JPEG</i>

Операции над значениями атрибута:

Контрастность (имя файла, t),

Яркость (имя файла, t),

Размер (имя файла, t),

где $t \in \{+, -\}$ – параметр, позволяющий увеличить (+) или уменьшить (–) соответственно *контрастность*, *яркость* или *размер* фотографии с именем *имя файла*.

Значениями атрибута *Внешний вид* являются файлы с расширением *jpg*, в которых хранятся фотографии объектов из предметной области.

Указывая формат (*jpg*) графического файла, в котором хранится атрибут *Внешний вид*, разработчик информационной системы отмечает, что значения данного атрибута могут быть обработаны, но не средствами информационной системы, а с помощью соответствующего графического редактора, вообще говоря, внешнего по отношению к информационной системе. Для значений атрибута *Внешний вид* в информационной системе обеспечиваются лишь указанные в описании атрибута операции *Контрастность*, *Яркость*, *Размер*.

Таким образом, для информационной системы атрибут *Внешний вид* является скалярным типом данных с набором (из трех определенных разработчиком) скалярных операций.

Пример 4. Описание атрибута *Голос*.

Имя атрибута	Тип атрибута
<i>Голос</i>	<i>Файл с записью голоса</i>

Операции над значениями атрибута:

Громче (имя файла),

Тише (имя файла),

позволяющие регулировать громкость звучания файла с именем *имя файла*. В данном примере разработчик не определяет, в каком формате должны храниться значения атрибута *Голос*. Единственным требованием к этому типу данных является наличие двух унарных скалярных алгебраических операций *Громче: Голос* → *Голос* и *Тише: Голос* → *Голос*.

Таким образом, определяемый в примере тип *Голос* представляет собой алгебраическую систему с двумя унарными операциями

$$V = \langle \text{Голос}; \text{Громче}, \text{Тише} \rangle.$$

При необходимости разработчик мог бы, например, дополнить систему двухместным предикатом *Похожие (имя файла, имя файла)*, принимающим значение *true*, если в указанных в качестве операндов файлах хранятся похожие голоса.

Приведенные примеры показывают, что каждое значение атрибута объекта принадлежит некоторому носителю определенной алгебраической системы, удовлетворяющей заданным требованиям (ограничениям, аксиомам). Другими словами, каждый атрибут (тип) ассоциируется с определенной аксиоматической теорией.

Кроме одноместных функций при проектировании информационной системы, разработчик определяет многоместные функции, сопоставляющие нескольким значениям атрибутов объектов предметной области определенные значения фиксированного типа. При описании таких функций в информационной системе указываются имя функции, имена аргументов функции и их типы, тип значений функции.

Пример 5. Описание трехместной функции данных *Жильцы*:

Жильцы: Улица, Дом, Квартира → *Список жильцов*.

В этом описании предполагается, что типы данных *Улица*, *Дом*, *Квартира*, *Список жильцов* определены как $char(25)^1$, $byte^2$, $byte$ и $set\ of\ char(20)^3$ соответственно. В отличие от остальных атрибутов значением атрибута *Список жильцов* является сложный тип данных – множество.

Конкретные значения функции *Жильцы* в информационной системе могут храниться как запись (кортеж)

((*Улица, Варяжская*), (*Дом, 62*), (*Квартира, 15*),
(*Список жильцов, {Иванов И.И., Иванов В.И., Сидорова Т.А.}*)))

или в виде таблицы

Улица	Дом	Квартира	Список_жильцов
<i>Варяжская</i>	62	15	{ <i>Иванов И.И., Иванов В.И., Сидорова Т.А.</i> }

При проектировании информационной системы допускается использовать различные конструкторы сложных типов, такие, как

¹ двадцатипятисимвольные строки

² целые числа

³ множество двадцатисимвольных строк

конструктор кортежей (*Tuple*), конструктор множеств (*Set*), конструктор списков (*List*), конструктор массивов (*Array*). Множества необходимы потому, что они обеспечивают естественный способ представления наборов объектов предметной области. Списки и массивы важны потому, что они сохраняют порядок, который имеет место в предметной области, а также потому, что они присутствуют во многих научных приложениях в виде матриц или временных рядов.

Как и в случае одноместных функций данных, многоместные функции данных ассоциируются с многоосновными алгебраическими системами, удовлетворяющими некоторым перечисленным в описании функций условиям, или, другими словами, с аксиоматическими теориями. При этом носители таких аксиоматических теорий могут быть весьма сложно устроены.

Получаемые в результате такого проектирования конструкции называются *функциональными комплексами данных* (сокращенно ФКД).

В ФКД конструкторы типов ортогональны, т.е. применимы к любым типам данных.

Конструкторы реляционной модели не являются ортогональными, потому что конструкция множества может быть применена только к кортежам, а конструкция кортежа – только к атомарным значениям. Частичным решением проблемы ортогональности может быть использование реляционных моделей в не первой нормальной форме (*non-first normal form* или *NFNF*), в которых конструкцией верхнего уровня всегда должно быть отношение [3]. На примере *NFNF*-таблицы (рис. 1) видно, что в роли элементов кортежей (полей таблицы) могут выступать кортежи и таблицы.

КАФЕДРЫ			
НАЗВАНИЕ КАФЕДРЫ	ЗАВ. КАФЕДРОЙ		СОТРУДНИКИ
кафедра биологии	ФАМИЛИЯ	ИМЯ	№ ФИО ДОЛЖНОСТЬ
			1 Иванов И.И. ассистент
	Жуков	Иван	2 Сидоров С.С. доцент
			3 Петров П.П. доцент
кафедра химии	ФАМИЛИЯ	ИМЯ	№ ФИО ДОЛЖНОСТЬ
			1 Петров В.В. ассистент
	Орлова	Дина	2 ассистент
			3 доцент
			4 профессор

Рис. 1. Модель данных в не первой нормальной форме

В современном понимании модель данных – это не результат, а инструмент моделирования, то есть совокупность правил структурирования данных, допустимых операций над ними и видов ограничений целостности, которым они должны удовлетворять [4]. Функциональный комплекс данных есть модель данных именно в таком смысле.

С другой стороны, ФКД является математической моделью понятия «модель данных». ФКД может быть представлен в виде многоосновной алгебраической структуры $\langle D_1, D_2, \dots, D_n; R; A \rangle$, где D_1, D_2, \dots, D_n – заданные множества (*основы*); R – конечный набор функций данных, определенных на множествах D_1, D_2, \dots, D_n (*типовая характеристика структуры*); A – ограничительные условия, накладываемые на множества D_1, D_2, \dots, D_n и функции данных из R (*аксиомы структуры*).

Таким образом, при проектировании информационной системы для некоторой предметной области на концептуальном уровне возникает функциональный комплекс данных (ФКД), представляющий собой аксиоматическую теорию [4]. На основе ФКД может быть построен формальный язык манипулирования данными [5]. ФКД служит основой для дальнейшей формализации обработки данных в рамках современных технологий программирования.

Литература

1. Емельченков Е.П., Малеин Ю.С. О функциональном подходе в теории баз данных // СГПУ. Смоленск, 1984. 29 с. Деп. в ВИНТИ № 6046-84.
2. Емельченков Е.П., Крюков П.П., Малеин Ю.С. О математическом аппарате информационно логического обеспечения САПР ТП // Автоматика и телемеханика. М.: АН СССР, 1990. № 4. С. 177-183.
3. Yemelchenkov Ye. P., Tsalenko M. Sh. Functional dependencies in hierarchical Structures of Data. Lect. notes in Compute Science. Berlin, 1991. V. 495. P. 258-275.
4. Когаловский М.Р. Перспективные технологии информационных систем. М.: ДМК Пресс, 2003. 288 с.
5. Емельченков Е.П., Левин Н.А. О моделировании сложных предметных областей // Проблемы и методы информатики. II Научная сессия ИПИ РАН: тезисы докладов / под ред. И.А. Соколова. М.: ИПИ РАН, 2005. С. 89-91.

КОМПЛЕКСНАЯ МЕТОДИКА СОЗДАНИЯ И ИСПОЛЬЗОВАНИЯ ПРОГРАММНЫХ СРЕДСТВ ПОДДЕРЖКИ ПРИНЯТИЯ РЕШЕНИЙ НА ОСНОВЕ НЕЧЁТКИХ СИТУАЦИОННЫХ СЕТЕЙ

М.М. ЗЕРНОВ

Филиал ГОУ ВПО МЭИ (ТУ), г. Смоленск
e-mail: zmmioml@yandex.ru

Аппарат нечётких ситуационных сетей (НСС), а также общие принципы их построения и использования предоставляют широкие возможности для поддержки принятия решений при планировании и оперативном управлении организационно-техническими системами различной сложности [1].

Под НСС в широком смысле будем понимать некоторую структуру, описывающую возможную совокупность состояний системы управления, представленную узлами сети, и путей перехода между ними, соответствующих управляющим решениям. Под состоянием системы будем понимать набор нечётких значений характеристик управляемой системы, достаточный для анализа. Можно выделить большое число типов ситуационных сетей, классифицируемых по способу организации различных сторон их построения и функционирования. При этом логика процессов создания и использования программных средств на основе НСС сходна для различных типов сетей.

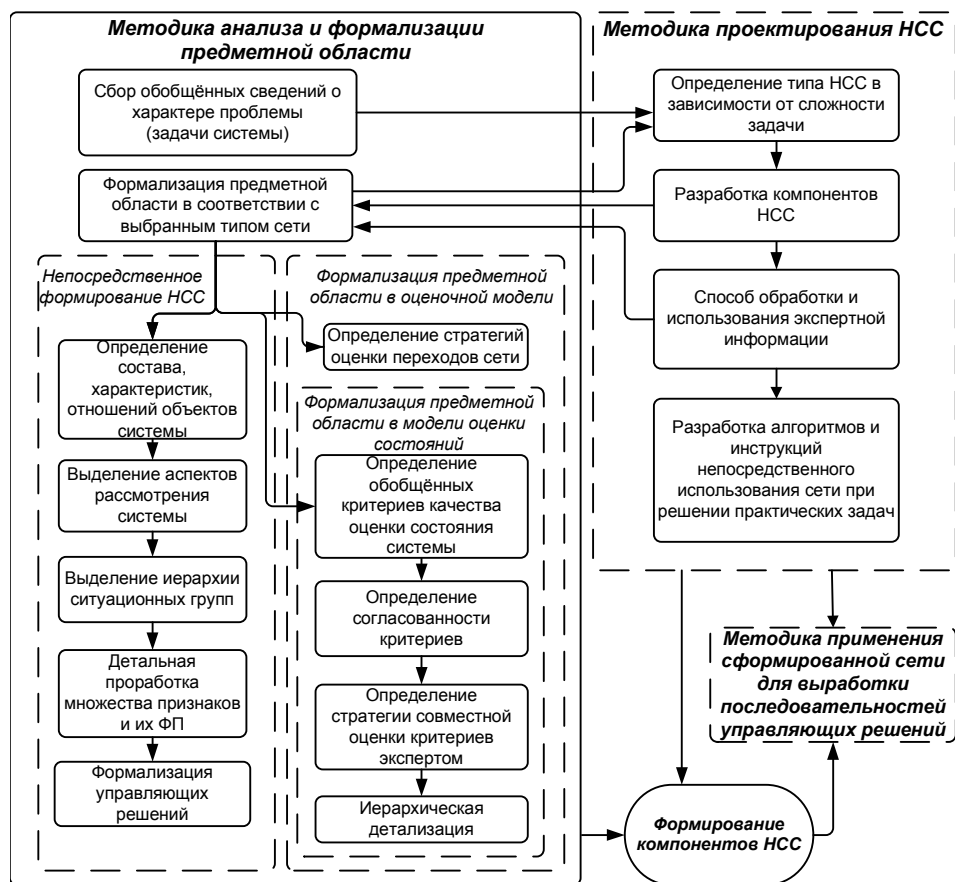


Рис. 1. Методики анализа и формализации предметной области, проектирования НСС

Предлагается комплексная методика создания и использования программных средств ППР на основе НСС, позволяющая проектировать и применять на практике НСС, соответствующие требованиям предметной области. Комплексная методика включает в себя три взаимосвязанные методики: анализа и формализации предметной области; проектирования НСС и применения сформированной сети для выработки последовательностей управляющих решений.

Первая методика включает два основных этапа: сбор обобщённых сведений о характере предметной области и детальный анализ и формализация предметной области. Формализация проводится, во-первых,

с целью получения базы знаний в виде набора эталонных ситуаций, во-вторых – с целью формирования модели оценки управляющих решений.

Вторая методика описывает процесс проектирования модели сети, способов организации её компонентов, разработки алгоритмов их функционирования и использования. На основе обобщённых сведений о характере проблемы – характеристик предметной области и предполагаемого характера вырабатываемых решений – определяется тип НСС. По результатам выбора типа сети на основе требований разрабатываются компоненты НСС, обеспечивающие ее построение, адаптацию и применение [2]. Структура первой и второй методик представлена на рисунке 1. Результатом применения первых двух методик является действующая НСС, включающая ряд спроектированных и семантически интерпретированных компонентов.

Процесс подготовки и применения сценария управления начинается с определения актуальной входной информации, что позволяет определить «точку входа» для уже сформированной (статически) сети или построить сеть динамически. Затем формируется сценарий управления – наилучшая с точки зрения оценочной модели совокупность управляющих решений. В дальнейшем происходит итерационный процесс применения запланированного решения: периодически состояние управляемой системы соотносится с запланированным решением; если данное состояние предусмотрено, то продолжается применение заготовленного сценария; если нет, то проводится экстренный анализ ситуации, просчёт возможных последствий, корректировка сценария.

Литература

1. Борисов В.В., Зернов М.М. Вывод на основе нечёткой ситуационной сети // Труды XI национальной конференции по искусственному интеллекту с международным участием (КИИ-2008). Дубна, 2008. Т.1. С. 320–327.

2. Борисов В.В., Зернов М.М. Компоненты нечётких ситуационных сетей // Системы компьютерной математики и их приложения: материалы межд. конф. Смоленск, 2008. С. 10–12.

ИССЛЕДОВАНИЕ ПАРАЛЛЕЛЬНЫХ ПРОЦЕССОВ ВЫЧИСЛЕНИЙ СРЕДСТВАМИ ИМИТАЦИОННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

В.Д. ИГНАТОВ

Смоленский гуманитарный университет, г. Смоленск

Классическое процессно-ориентированное или дискретно-событийное имитационное моделирование имеет более чем 40-летнюю историю

развитую историю, методологию, большое количество систем моделирования и приложений [1].

Общепринято считать актуальными две тенденции в распараллеливании процессов вычислений: рост потребности в вычислительных ресурсах для исполнения имитационных моделей большого масштаба и рост предложения вычислительных ресурсов за счет использования многопроцессорных систем.

В настоящее время наиболее доступным и современным средством имитационного моделирования является система GPSS World, студенческая версия которой свободно распространяется в сети Internet [2].

Известно, что имитационная модель состоит из множества модельных процессов, моделирующих некие функции или элементы декомпозиции, аналогичные тем, что происходят в моделируемом объекте. Исполнение каждого модельного процесса сводится к последовательному выполнению «активных фаз» (событий) процесса, имитирующих значимые, с точки зрения разработчика, модели. Каждое событие связано с некоторым значением условного модельного времени, имитирующего с некоторым масштабом реальное (физическое) время, в котором существует моделируемая система. Моменты всех событий модельных процессов составляют множество точек на оси модельного времени. Для организации правильного порядка выполнения событий, в том числе при синхронизации в квазипараллельных процессах в имитационных средствах моделирования, применяется специальный механизм времени управляющей программы моделирования (УПМ).

Исследованию в области применения имитационного моделирования, например, при решении задач эффективного использования квазипараллельных процессов в вычислительных системах, уделяется большое внимание [3 - 5]. Для демонстрации возможностей студенческой версии пакета GPSS World рассмотрим имитационную модель системы с параллельными процессами вычислений с целью оценки эффективности ее работоспособности и коэффициента ускорения.

Исходный текст модели в GPSS World.

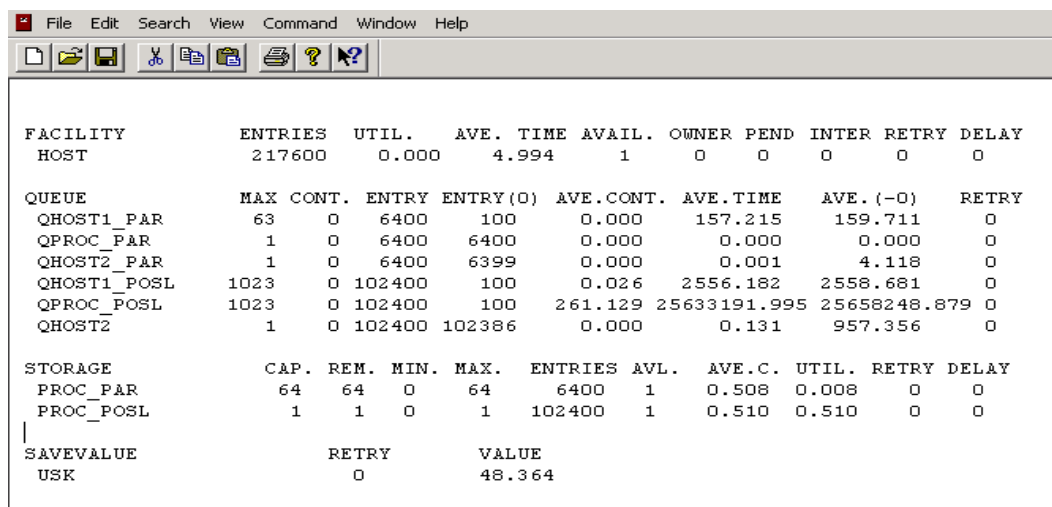
```
fnproc_par function rn2,c2; время обработки в "параллельной" модели
0,0/1,100001
fnproc_posl function rn3,c2; время обработки в "последовательной"
модели
0,0/1,100001
us variable p4/p3; расчет коэффициента ускорения
proc_par storage 64; число процессоров в "параллельной" модели N=64
proc_posl storage 1; число процессоров в "последовательной" модели
N=1
generate 1e8,100; транзакт-задача (1024 узла)
split 63; N=63+1 - количество групп
assign 1,16; z=16 - количество узлов в группе
queue qhost1_par; очередь на host-процессоре
seize host
```



```

depart qhost1_par
advance 5,3; обработка на host-процессоре
release host
queue qproc_par
enter proc_par; обработка процессором
depart qproc_par
proc2 advance fn$fnproc_par; цикл для обработки группы
loop 1,proc2; число итераций определено в 1-м параметре транзакта
leave proc_par
queue qhost2_par; заключительная обработка на host-процессоре
seize host
depart qhost2_par
advance 5,3
release host
assemble 64; объединение транзактов, относящихся к одной задаче
assign 3,m1; фиксация времени прохождения транзакта по модели
mark 2
split 1023;1024 узла (одна задача)
queue qhost1_posl
seize host
depart qhost1_posl
advance 5,3
release host
queue qproc_posl
enter proc_posl; обработка процессором
depart qproc_posl
advance fn$fnproc_posl
leave proc_posl
queue qhost2
seize host
depart qhost2
advance 5,3
release host
assemble 1024
assign 4,mp2; фиксация времени прохождения транзакта по модели
savevalueUsk,V$us
terminate 1

```



FACILITY	ENTRIES	UTIL.	AVE. TIME	AVAIL.	OWNER	PEND	INTER	RETRY	DELAY	
HOST	217600	0.000	4.994	1	0	0	0	0	0	
QUEUE	MAX	CONT.	ENTRY	ENTRY(0)	AVE.CONT.	AVE.TIME	AVE.(-0)	RETRY		
QHOST1_PAR	63	0	6400	100	0.000	157.215	159.711	0		
QPROC_PAR	1	0	6400	6400	0.000	0.000	0.000	0		
QHOST2_PAR	1	0	6400	6399	0.000	0.001	4.118	0		
QHOST1_POSL	1023	0	102400	100	0.026	2556.182	2558.681	0		
QPROC_POSL	1023	0	102400	100	261.129	25633191.995	25658248.879	0		
QHOST2	1	0	102400	102386	0.000	0.131	957.356	0		
STORAGE	CAP.	REM.	MIN.	MAX.	ENTRIES	AVL.	AVE.C.	UTIL.	RETRY	DELAY
PROC_PAR	64	64	0	64	6400	1	0.508	0.008	0	0
PROC_POSL	1	1	0	1	102400	1	0.510	0.510	0	0
SAVEVALUE	RETRY	VALUE								
USK	0	48.364								

Фрагмент отчета имитационного моделирования в GPSS World

Представленные результаты моделирования, полученные, подчеркиваем, на студенческой версии пакета GPSS World, свидетельствуют о больших возможностях даже в таком случае. В данном варианте прогон модели был ограничен только для 100 транзактов. Основными параметрами в модели были следующие:

(0-10000) – диапазон времени обработки в процессорах (мкс);

64 – количество групп (процессоров N) и 16 – количество узлов в группе (Z);

(2-8) – диапазон времени обработки на host-процессоре (мкс);

В качестве основных конструкций в модели при реализации многоканальных устройств с параллельными процессами обслуживания применялись блоки Enter и Leave из устройства Storage, а также блоки, относящиеся к «семейству» – Split и Assemble. Как видно из отчета моделирования, процессы с параллельными вычислениями действительно происходят намного быстрее и эффективнее, чем с последовательными вычислениями. Коэффициент ускорения составляет 48.364, который вычисляется по выражению ($us\ variable\ p4/p3$), где $p4$ – время решения задачи на одном процессоре, а $p3$ – время решения той же задачи на N процессорах.

В работе была выполнена и проанализирована возможность применения студенческой версии пакета GPSS World при моделировании сложных объектов, имеющих структуры с параллельными вычислительными процессами. Результаты моделирования свидетельствуют о приемлемых возможностях при исследовании квазипараллельных процессов в относительно сложных структурах реальных вычислительных объектов.

Литература

1. Лоу А.М., Кельтон А.Д. Имитационное моделирование. СПб, 2004.
2. GPSS World. URL: <http://www.gpss.ru>.
3. Игнатов В.Д. Аналитические подходы в имитационном моделировании // Университетский вестник: научный журнал. Смоленск, 2005. №2(9). С. 33-38.
4. Дунаев А.В., Ларченко А.В., Бухановский А.В. Моделирование параллельных вычислительных процессов в среде Грид на примере Intel Grid Programming Environment // Параллельные вычислительные технологии (ПаВТ 2008): труды междунар. научн. конф. Челябинск: Изд. ЮурГУ, 2008. – С. 383-389.
5. Карпенко А.П., Федорук В.Г., Федорук Е.В. Исследование эффективности некоторых методов балансировки загрузки распределенной ЭВМ с помощью имитационного моделирования // Наука и образование: электронное научное издание. Инженерное образование. URL: www.technomag.edu.ru (№ Гос. регистрации 0420900025, Эл № ФС 77 – 30569), июнь 2008.

РАЗРАБОТКА МОДЕЛИ ПРЕДСТАВЛЕНИЯ ДАННЫХ ДЛЯ УНИФИКАЦИИ ДОСТУПА К РАЗЛИЧНЫМ ИСТОЧНИКАМ ИНФОРМАЦИИ

Д.А. КАФЛИК

ООО «СайнГрейн», г. Москва

Последнее десятилетие развития информатики сопровождается значительным ростом объемов обрабатываемой и хранимой информации. В различных сферах деятельности непрерывно накапливаются и обрабатываются значительные объемы информации. Информация хранится в различных форматах, на различных платформах, обрабатывается различным программным обеспечением, написанным на разных языках программирования. Всё это чрезвычайно затрудняет интеграционные и аналитические процессы. Возникает необходимость унификации доступа к данным с последующим абстрагированием от конкретного формата хранения данных, платформы и языка клиентского приложения.

При попытке унифицировать интерфейс доступа к данным возникает необходимость выработать некоторую базовую концепцию – модель представления данных и разработать способы доступа к полученной модели представления. Сама модель имеет сетевой вид представления данных, отношения в ней задаются не только между данными, но и между структурами, типами и объектами системы. Определим основные понятия предлагаемой модели.

Узел – базовый элемент системы представления. Узел может быть системным и пользовательским. Системные узлы создаются и управляются непосредственно ядром системы, пользовательские узлы появляются вследствие действий пользователя.

Атрибут – свойство узла, характеризующее именем, типом и значением. Атрибут может быть собственным и дополняющим. Собственный атрибут хранится и получается непосредственно из источника данных. Дополняющие атрибуты узел приобретает в процессе работы интерфейса с источником информации. Любой узел содержит набор системных атрибутов, в их числе уникальные идентификаторы различного уровня, системный атрибут *SubNodes*, показывающий потомков в иерархии, атрибут *DataSource*, определяющий связь с узлом, отождествленным с источником данных, посредством которого получен данный узел, и другие атрибуты. Рассмотрим подробнее некоторые типы атрибутов.

Ссылка – атрибут с заданным именем, значение которого берется из другого атрибута данного узла.

Связь – тип атрибута, позволяющий указать на связь одного узла с другим(и). Связь бывает двух типов: мягкая и жесткая.

Мягкая (слабая) связь – связь, при которой в случае потери, например, при удалении узла, к которому ведет данная связь, соответствующий атрибут связи будет содержать данное значение связи с пометкой *offline*

отключенного узла.

Жесткая (сильная) связь – связь, которая в случае потери узла, к которому она ведет, теряет значение соответствующего атрибута связи с данным узлом.

Корневая система – набор системных (предустановленных) узлов верхнего уровня, таких как *DataSource*, *Cache*, *Users* и др. Данные системные узлы содержатся в качестве связей у атрибута *SubNodes* корневого узла *Root* и отвечают за различные внутренние процессы системы.

Основные понятия:

Структура узла – определенный набор атрибутов данного узла. Говоря «задана структура узла», подразумевается появление у данного узла определенного набора атрибутов.

Подузел – узел в связке двух узлов, являющийся более отдаленным относительно корневого узла *Root*. Учитывая отсутствие строгой подчиненности в данной модели, два узла могут одновременно являться подузлами друг друга в случае, если они оба имеют атрибут связи, приводящий к образованию кольца.

Источник данных – зарегистрированный в системе тип хранилища информации. Он характеризуется уникальным именем, идентификатором, программным интерфейсом доступа к данному хранилищу, политикой кэширования, политикой доступа и другими свойствами [1]. Все источники данных регистрируются в системе путем добавления нового узла в узел *DataSource*.

Система предполагает наличие нескольких способов доступа к данным, а также систему контроля доступа к данным. Базовым способом доступа к данным является встроенный язык запросов, схожий с языком Xpath [2], который предназначен для организации доступа к узлам и позволяет использовать свойства их атрибутов для поиска. Принимается во внимание отношение между узлами, а также наличие атрибутов или их отсутствие. В простейшем случае запрос на выборку конкретного узла может задаваться с помощью указания полного пути к данному узлу от корня, например, */Root/Users/KAFLAN*, или посредством поиска узла от корня по его уникальному идентификатору, например, *//[@ID=2]*.

Таким образом, даны основные понятия, необходимые для описания модели и ее формализации. Полученная модель похожа на сетевую. Она предоставляет возможность обработки неоднородных данных и выделения иерархической составляющей. Указанные свойства позволяют отображать данные произвольной сложности, а также упростить и ускорить обработку данных, имеющих иерархическое представление.

Литература

1. Гарольд Э., Минс С. XML. Справочник. М.: Символ-Плюс, 2002.
2. Станкевич В. Технологии доступа к данным от Microsoft. М.: Компьютерные Вести, 2007. №11.

УНИВЕРСАЛЬНЫЕ АЛГЕБРАИЧЕСКИЕ МАШИНЫ И СЕМАНТИКА СИСТЕМ ОБРАБОТКИ ДАННЫХ

Н.А. ЛЕВИН, В.И. МУНЕРМАН

Институт проблем информатики РАН,
Смоленский государственный университет

Среди множества произвольных абстрактных типов данных (АТД) выделяется и рассматривается один специфический тип, называемый в дальнейшем *универсальной алгебраической машиной* [1, 2]. Эти АТД представляют собой двухосновные алгебраические системы вида $E = \langle S, T; \Omega; \Pi \rangle$. Основа S называется *структурой*, а основа T – *типом*. Структура представляет собой некоторую конструкцию, составленную из элементов *типа*. Типичные примеры такого рода структур – векторы матрицы, графы. Выбор *типа* определяется особенностями решаемой задачи.

Алгебра файлов строится на основе теоретико-множественной модели обработки файлов и основана на понятии *записи* – структурного типа данных, объединяющего под одним именем разнотипные переменные.

Пусть $A = \{A_1, \dots, A_p\}$ – некоторая конечная система конечных множеств, а $N = \{N_1, \dots, N_p\}$ – конечное множество элементов, называемых *именами* множеств A_1, \dots, A_p . *Поле записи* называется пара $F = \langle N_i, A_i \rangle$ ($i=1, \dots, p$). N_i – имя, а A_i – множество значений поля. Кортёж $R = \{F_1, \dots, F_p\}$ называется *записью* типа R . Кортёж вида $R^* = \{ \langle N_1, A_1^* \rangle, \dots, \langle N_p, A_p^* \rangle \}$ ($A_i^* \in A_i, i=1, \dots, p$) называется *экземпляром записи* типа R .

Множество X экземпляров записей типа R называется *множеством записей* типа R или *множеством однотипных записей*.

Пусть $K = \{K_1, \dots, K_m\}, (m < p)$ – множество полей записи R , такое, что $K_1 = F_{\alpha_1}, \dots, K_m = F_{\alpha_m}$, причем все $A_{\alpha_i} (i=1, \dots, m)$ – типы, на которых заданы отношения порядка. Конечное множество $K = \{K_1, \dots, K_m\}$ называется *множеством ключей*, а его элементы *ключами*. Кортёж $K^* = \{K_1^*, \dots, K_m^*\}$, для элементов которого выполняется правило $K_i^* \in A_{\alpha_i} (i=1, \dots, m)$, называется *экземпляром множества ключей* (K_i^* называется *экземпляром ключа*). Две однотипные записи называются *эквивалентными*, если они содержат одинаковые экземпляры множества ключей.

Задание множества ключей K разбивает множество однотипных записей X (индуцирует разбиение X) на группы (классы), содержащие записи с одинаковыми значениями ключей – *эквивалентные записи*. Эти классы называются *классами эквивалентности*. Совокупность всех классов эквивалентности по отношению заданному множеству ключей образует *фактор-множество* множества однотипных записей X .

В дальнейшем такое фактор-множество будет обозначаться X_K ,

составляющие его классы эквивалентности – X_{K^*} , или $X_{K_{(1)}^*}, X_{K_{(2)}^*} \dots$.

Файлом X_K называется фактор-множество множества однотипных записей X по отношению эквивалентности, порожденному множеством K .

Если каждый класс эквивалентности файла X_K содержит единственную запись, то файл X_K называется строго упорядоченным, если же в каждом классе эквивалентности может быть более одной записи – нестрого упорядоченным. В терминах этой модели легко задать теоретико-множественные описания операций над файлами.

Сортировка. Ее выполнение приводит к построению из исходного множества однотипных записей X файла X_K (фактор-множества X по заданному множеству ключей K).

Выборка. Пусть даны файл X_K и $\pi(K)$ предикат, определенный на множестве ключей K . Операция выборки приводит к созданию файла X_K^π , удовлетворяющего следующим условиям:

$X_K^\pi \subseteq X_K$, то есть файл X_K^π есть подмножество файла X_K ;

$\forall K^* (X_{K^*} \in X_K^\pi \wedge \pi(K^*))$, то есть класс эквивалентности X_{K^*}

присутствует в файле X_K^π тогда и только тогда, когда все значения ключей в экземпляре множества ключей K^* превращают предикат $\pi(K)$ в истинное высказывание.

Сжатие. Пусть даны файлы X_K , нестрого упорядоченный по множеству ключей K , и Y_K , нестрого упорядоченный по множеству ключей K . Классы эквивалентности этих файлов связаны соотношением $Y_{K^*} = f(X_{K^*})$.

Слияние строго упорядоченных файлов. Пусть даны два файла X_K и Y_K , строго упорядоченные по одному и тому же множеству ключей K . В результате слияния этих строго упорядоченных файлов образуется файл Z_K , классы эквивалентности задаются соотношением $Z_{K^*} = f(X_{K^*}, Y_{K^*})$. Функция $f(X_{K^*}, Y_{K^*})$, определенная на классах эквивалентности исходных файлов, задает характер операции.

Слияние нестрого упорядоченных файлов. Пусть X_K и Y_L – файлы, упорядоченные (возможно строго) по множествам ключей K и L , причем выполняется условие $K \cap L \neq \emptyset$, и пусть M – множество ключей, связанное с множествами K и L соотношениями:

1. $M \subseteq K \cup L$,
2. $M \cap K \neq \emptyset$ и $M \cap L \neq \emptyset$.

Тогда, по крайней мере, один файл (X_M или Y_M) нестрого упорядочен по множеству ключей M . Если $K \not\subseteq L$ и $L \not\subseteq K$, то оба файла нестрого упорядочены по множеству ключей M . Слияние файлов производится по множеству ключей M . Пусть M^* – фиксированный экземпляр множества ключей M , а K^* и L^* – такие экземпляры множеств ключей K и L , что

значения одноименных ключей в M^* , K^* и L^* совпадают. Тогда можно задать вычисление класса эквивалентности файла Z_M по правилу:

$$Z_{M^*} = \begin{cases} \Theta_{M^*}, & \text{если } X_{K^*} = \Theta_{K^*}, \text{ или } Y_{L^*} = \Theta_{L^*}, \\ f(X_{K^*}, Y_{L^*}), & \text{в противном случае.} \end{cases}$$

Функция $f(X_{K^*}, Y_{L^*})$ определена на классах эквивалентности X_{K^*} и Y_{L^*} , а ее значение – класс эквивалентности Z_M , состоящий из элементов, каждый из которых вычисляется из пары элементов, принадлежащей декартову произведению $X_{K^*} \times Y_{L^*}$.

Алгебра многомерных матриц подробно рассмотрена в [2]. p -мерная матрица – это совокупность элементов $a_{i_1 \dots i_p}$, где индексы i_1, \dots, i_p принимают значения от 1 до n_α ($\alpha = 1, \dots, p$) соответственно. Сигнатура алгебры многомерных матриц $\Omega_M = \langle \text{транспонирование, сечение, свертка, сложение, } (\lambda, \mu)\text{-свернутое произведение} \rangle$.

Гомоморфизм алгебры файлов и алгебры логических многомерных матриц алгебр (элементы которых взяты алгебры логики) очевиден.

Для доказательства изоморфизма используется механизм универсальных алгебраических машин. Если задать алгебру записей как универсальную алгебраическую машину с аддитивной и мультипликативной операциями, то можно построить алгебру многомерных матриц, в которой типом элементов будет алгебра записей. Но алгебра записей задает семантику объектов предметной области, а алгебра многомерных матриц (или файлов) – семантику отношений между этими объектами. Таким образом, предложенный подход позволяет связать семантику предметной области с семантикой языковых конструкций в системах обработки данных.

Литература

1. Мунерман В.И. Абстрактные алгебраические машины как технология программирования // Системы компьютерной математики и их приложения: материалы международной конференции. Смоленск: Изд-во СмолГУ, 2007. Вып. 8. С. 106-109.

2. Емельченков Е.П., Левин Н.А., Мунерман В.И. Математические модели для проектирования информационных систем // Системы и средства информатики. Специальный выпуск. Математические модели в информационных технологиях. М.: Наука, 2005. С. 210-225.

ИЗОМОРФИЗМ МОДЕЛЕЙ ОБРАБОТКИ ДАННЫХ

В.И. МУНЕРМАН

Смоленский государственный университет, г. Смоленск

Каждая из теорий, в которых формализуется обработка данных (реляционная, F -алгебра, теоретико-множественная, многомерно-матричная),

может рассматриваться как формальная (аксиоматическая) теория \mathbf{T} и считаться определенной [1], если выполнены следующие условия:

1. Задано некоторое счетное множество символов – символов теории \mathbf{T} . Конечные последовательности символов теории \mathbf{T}^* называются выражениями теории \mathbf{T} .
2. Имеется подмножество выражений теории \mathbf{T} , называемых формулами теории \mathbf{T} . (Обычно имеется эффективная процедура, позволяющая по данному выражению определить, является ли оно формулой.)
3. Выделено некоторое множество формул, называемых аксиомами теории \mathbf{T} .
4. Имеется конечное множество R_1, \dots, R_n отношений между формулами, называемых правилами вывода. Для каждого R_i существует целое положительное j , такое, что для каждого множества, состоящего из j формул, и для каждой формулы \mathbf{A} эффективно решается вопрос о том, находятся ли данные j формул в отношении R_i с формулой \mathbf{A} . Тогда \mathbf{A} называется непосредственным следствием данных j формул по правилу R_i .

Формула \mathbf{A} теории \mathbf{T} называется теоремой теории \mathbf{T} , если существует вывод в \mathbf{T} , в котором последней формулой является \mathbf{A} .

Такие теории могут также быть формализованы и в смысле [2]. Аксиомы, определенные в п. 3, называются явными. Кроме того, определяются термы (объекты) и константы (буквы, встречающиеся в явных аксиомах). В этом смысле высказывания

- Отношение R есть подмножество декартова произведения атрибутов A_1, \dots, A_n ;
 - Запись R состоит из полей F_1, \dots, F_n
- рассматриваются как явные аксиомы. А высказывания
- Отношение R получается применением операции *join* к отношениям R_1 и R_2 ;
 - Файл X_K есть результат операции *слияния строго упорядоченных файлов* Y_K и Z_K .

рассматриваются как теоремы в этих теориях.

Нетрудно доказать [3], что теории реляционная алгебра, F -алгебра, теоретико-множественная модель обработки файлов гомоморфны алгебре логических многомерных матриц.

Тогда справедливо следующее утверждение.

Утверждение 1. Любой формуле-теореме в одной теории соответствует формула в остальных перечисленных теориях.

Это утверждение непосредственно следует из следующей теоремы.

Пусть \mathbf{T} – теория, $\mathbf{A}_1, \dots, \mathbf{A}_n$ – ее явные аксиомы, a_1, \dots, a_h – ее константы, T_1, \dots, T_h – ее термы. Если $(T_1|a_1) \dots (T_h|a_h) \mathbf{A}_i$, $(i=1, \dots, n)$ являются теоремами теории \mathbf{T}' , и знаки теории \mathbf{T} являются знаками теории \mathbf{T}' , и схемы теории \mathbf{T} являются схемами теории \mathbf{T}' , то если \mathbf{A} – теорема теории \mathbf{T} , то $(T_1|a_1) \dots (T_h|a_h) \mathbf{A}$ есть теорема теории \mathbf{T}' . $(T_1|a_1) \dots (T_h|a_h) \mathbf{A}$ –

подстановки термов T_1, \dots, T_h вместо констант a_1, \dots, a_h в формулах A_i , ($i=1, \dots, n$) и A [2].

Для задания строк отношений, записей файлов и элементов многомерных матриц использовать конструкции, названные в [4, 5] универсальными (абстрактными) алгебраическими машинами. Эти конструкции являются двухосновными универсальными алгебраическими системами и могут служить техническим средством для построения моделей аксиоматических теорий, о которых говорилось ранее. Очевидно, что эти модели изоморфны, и тогда *утверждение 1* справедливо и для них.

Таким образом, можно утверждать, что все известные алгебраические модели обработки данных изоморфны.

Литература

1. Мендельсон Э. Введение в математическую логику. М.: Наука, 1971.
2. Бурбаки Н. Теория множеств. М.: Мир, 1965.
3. Гендель Е.Г., Мунерман В.И. Применение алгебраических моделей для синтеза процессов обработки файлов – Управляющие системы и машины, Киев: Наукова думка, 1984. № 4. С. 69-72.
4. Мунерман В.И. Абстрактные алгебраические машины как технология программирования // Системы компьютерной математики и их приложения: материалы международной конференции. Смоленск: Изд-во СмолГУ, 2007. Вып. 8. С. 106-109.
5. Емельченков Е.П., Левин Н.А., Мунерман В.И. Математические модели для проектирования информационных систем // Системы и средства информатики. Специальный выпуск. Математические модели в информационных технологиях. М.: Наука, 2006. С.210-225.
6. Канторович Л. В. Перспективы развития и использования электронных счетных машин // Математика, ее содержание, методы и значение. М.: Издательство АН СССР, 1956. Т. 1. С. 382–390.
7. Емельченков Е. П., Мунерман В. И. Алгебраический подход к объектно-ориентированным базам данных // Математическая морфология. Электронный математический и медико-биологический журнал. 2006. Т. 5. Вып. 4. URL: <http://www.smolensk.ru/user/sgma/MMORPH/N-12-html/borisov/munerman/munerman.htm>.

РЕАЛИЗАЦИЯ АЛГЕБРЫ МАТРИЦ НА СИСТЕМАХ С МНОГОЯДЕРНЫМИ ПРОЦЕССОРАМИ

В.И. МУНЕРМАН, Д.А. ПОПОВ

Смоленский государственный университет, г. Смоленск

Настоящая работа отражает результаты начального этапа исследований в области параллельной реализации алгебры многомерных матриц на многоядерных процессорах.

В общем виде p -мерная матрица задается как совокупность элементов $a_{i_1 \dots i_p}$, где индексы i_1, \dots, i_p принимают значения от 1 до n_α ($\alpha = 1, \dots, p$) соответственно.

Таким образом, p -мерная матрица содержит $n_1 \times \dots \times n_p$ элементов. Многомерная матрица обозначается $A = \left\| a_{i_1 \dots i_p} \right\|$. Для многомерных матриц определяются операции сложения и умножения [1].

Алгебра многомерных матриц является моделью объектов различных предметных областей. Операции над матрицами из данной алгебры естественным образом поддаются распараллеливанию [1].

На сегодняшний день существуют различные средства для распараллеливания алгоритмов, связанных с обработкой матриц. К ним относятся: API-интерфейс передачи сообщений MPI, API-интерфейс OpenMP, библиотека автоматического распараллеливания кода Parallel FX и другие.

Интерфейс MPI. Программа MPI – это набор независимых процессов, которые взаимодействуют между собой посредством отправки и получения сообщений. Интерфейс был разработан для поддержки широкого спектра аппаратных средств и программных архитектур с точной модульной структурой [2].

Интерфейс OpenMP. OpenMP [omp] – это API-интерфейс, который является отраслевым стандартом для создания параллельных приложений для компьютеров с совместным использованием памяти. Главная задача OpenMP – облегчить написание программ, ориентированных на циклы [2].

Библиотека Parallel FX разработана в рамках технологии .Net Framework (язык C#). Parallel FX позволяет автоматически распараллеливать код на множество имеющихся процессоров. Это чем-то похоже на распараллеливание запросов, которое делает СУБД, но здесь распараллеливание наблюдается в коде и совершается над созданными программистом объектами [3].

Операции над многомерными матрицами можно свести к операциям над плоскими сечениями этих матриц. Поэтому для оценки эффективности средств распараллеливания операций над многомерными матрицами была разработана библиотека, реализующая алгебру плоских матриц. Данная библиотека реализована на языке программирования C++ с использованием интерфейса OpenMP.

Использование интерфейса OpenMP в качестве средства для распараллеливания алгоритма умножения плоских матриц на практике дала возможность сократить время выполнения алгоритма почти в 2 раза. На рисунке 1 показано изменение времени выполнения алгоритма при использовании интерфейса OpenMP. Исследования проводились многократно на квадратных матрицах с размерностями от 1000×1000 до 3000×3000 .

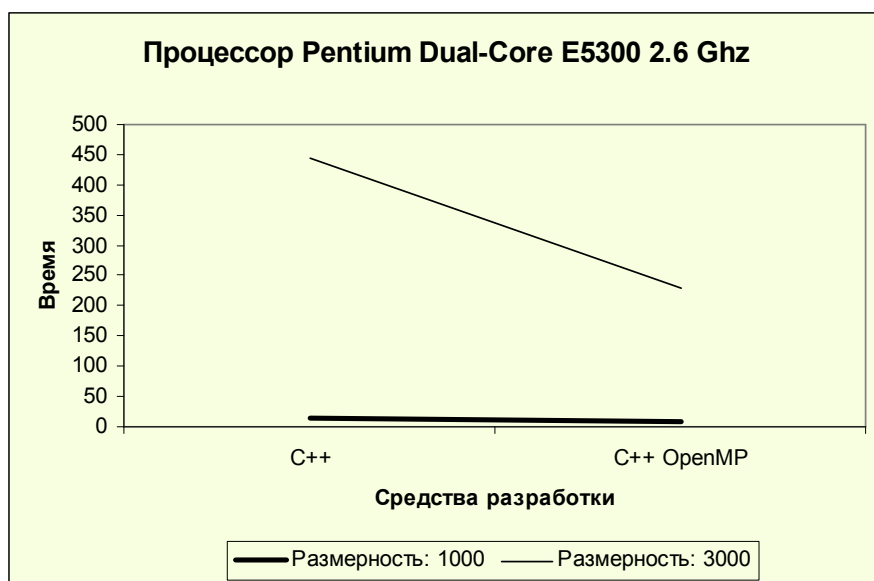


Рис.1. Результаты применения интерфейса OpenMP к распараллеливанию операции умножения плоских матриц

Очевидно, что с увеличением размерности матрицы возрастает эффективность распараллеливания. Результаты данного исследования дают основание полагать, что интерфейс OpenMP, как расширение языка C++, может быть использован для эффективного распараллеливания операций над многомерными матрицами, что повлечет за собой массовое использование алгебры многомерных матриц в качестве модели для обработки различного рода данных.

Литература

1. Гендель Е.Г., Мунерман В.И. Применение алгебраических моделей для синтеза процессов обработки файлов // УсиМ, 1984. № 4. С. 69-72.
2. URL: <http://software.intel.com/ru-ru/articles/writing-parallel-programs-a-multi-language-tutorial-introduction/>.
3. URL: <http://www.microsoft.com/>.

СПЕЦИАЛИЗИРОВАННАЯ ИНФОРМАЦИОННО-ПОИСКОВАЯ СИСТЕМА КАК СРЕДСТВО ИНФОРМАТИЗАЦИИ ОБРАЗОВАНИЯ В ВЫСШЕЙ ШКОЛЕ

**А.О. ПРОВОТОРОВА, Т.И. ГАЙДАЕНКО, В.П. СЕРГЕЕВ,
А.Е. ШИРАЙ, С.М. ОЗДЕМИР**
ООО «СайнГрейн», г. Москва,
e-mail: info@sciengrain.ru

ООО «СайнГрейн» осуществляет исследования в области информатизации образования. Применение новых информационных технологий в образовании позволит поднять на качественно новый уровень процесс обучения и повышения квалификации за счет использования новой

системы тестирования и оценки знаний. Применение специализированной информационно-поисковой системы позволит в рамках единой системы увеличить объем учебной информации, доступной каждому студенту по конкретной дисциплине, облегчит сбор, обработку и анализ методических материалов, даст преподавателям удобный инструмент для подготовки лекций и семинаров, контроля знаний и передачи необходимой информации студентам.

Специализированная информационно-поисковая система (СИПС) разрабатывается совместно со Смоленским государственным университетом и использует созданную в университете новую технологию образования. Опыт разработки параллельных высокопроизводительных систем, имеющийся в ООО «СайнГрейн», опыт создания эффективных методик преподавания и огромный объем накопленной учебно-методической и научной информации, имеющийся в Смоленском государственном университете, позволят создать принципиально новую СИПС как средство информатизации образования в высшей школе. В настоящее время коллектив ООО «СайнГрейн» работает совместно со Смоленским государственным университетом над проблемами построения и реализации систем параллельной обработки информации. Результаты совместных научных исследований опубликованы [1, 2, 3].

В данной статье рассматриваются методы и подходы, разработанные в ООО «СайнГрейн» для решения задач повышения эффективности и надежности систем обработки информации.

В зависимости от назначения и применения используются различные системы управления базами данных (СУБД) и информационно-поисковые системы (ИПС). Как показывает практика [4], только специализированные системы могут наиболее оптимальным и эффективным способом удовлетворить всем требованиям, предъявляемым объектом автоматизации, не теряя при этом всех преимуществ универсальных систем.

СИПС использует преимущества принципов организации потоковых вычислений совместно с новыми методами представления данных. Предусматривается разработка конфигурации параллельной вычислительной системы, на которой работает новая ИПС. Значительное увеличение производительности машины сервера базы данных ожидается получить за счет применения новых принципов организации вычислительного процесса [3] и использования новой векторно-матричной модели представления данных [5]. В ООО «СайнГрейн» исследованы существующие методы и подходы к организации параллельных вычислений на имеющихся многопроцессорных вычислительных системах и разработаны принципиально новые методы, которые позволили увеличить скорость обработки запросов к базе данных в 40 – 60 раз на той же конфигурации, а объем служебной информации значительно уменьшился из-за отсутствия индексных файлов. Разработчики СИПС

делают попытку решить такую важную задачу, как унификация доступа к различным источникам информации. Особое внимание уделяется новым методам хранения и обработки разреженных данных.

Организация доступа, сокращение семантического разрыва и новые потоковые методы параллельного программирования позволят существенно сократить время поиска необходимой информации в СИПС. Новая векторно-матричная модель данных упрощает и стандартизирует механизм описания данных и расширяет возможности работы с данными, сочетая в себе стандартные операции над данными, реализованные в современных СУБД и ИПС, а также OLAP технологии анализа данных без необходимости использования дополнительных программных средств.

Комплекс методов работы с данными при организации всех уровней ИПС позволит, в том числе, существенно сократить накладные расходы на организацию и изменение баз данных и повысить скорость поиска информации.

В настоящее время развитие моделей представления данных ведется в нескольких направлениях. Основная тенденция развития – использование нескольких моделей данных, поддерживаемых одной СУБД или ИПС, например реляционные и многомерные. Многомерные базы данных имеют различные структуры в зависимости от контекста и объединяют данные из различных источников. Создание СУБД и ИПС для многомерных баз данных, которые могли бы позволить пользователю на каждом уровне организации базы данных определять таблицы и форматы данных наиболее удобным для него способом, используя при этом единый язык запросов и постоянную инфраструктуру базы данных, – это актуальная проблема, которая пока не решена ни в одной из используемых в настоящее время систем (Pick operating system, Vectornova/Vectorstar, Panda Project Parallel Processing Datacubes, OpenQM, RealityX, IBM U2, OLAP версии, такие как MDX, Microsoft Analysis Services).

Одновременно с ростом объемов дисков и памяти растет и скорость процессоров. Однако многопроцессорные и многомашинные системы, обрабатывающие базы данных, сталкиваются с проблемами ограниченной пропускной способности при вводе-выводе, усложняются алгоритмы выборки при работе с большими сложно структурированными базами данных, уменьшается общая производительность системы из-за необходимости синхронизации большого количества взаимосвязанных процессов при параллельной обработке данных.

Семантический разрыв также является одной из основных проблем. Затраты на поддержание дополнительного системного и прикладного программного обеспечения и данных, необходимых для достижения быстрого доступа к информации, соизмеримы с выигрышем от увеличения скорости выборки, который должен быть получен благодаря этим дополнительным средствам. В результате общая производительность

практически не возрастает. Дополнительные данные и программы для организации ссылок (например, в OLAP технологиях) представляют собой ресурсы, которые растут по мере увеличения объема баз данных.

Разрабатываемая специализированная ИПС должна решить многие из перечисленных выше проблем. Специализированная информационно-поисковая система по предварительным оценкам будет являться эффективным, удобным и надежным средством информатизации образования в высшей школе.

Литература

1. Провоторова А.О., Оздемир С.М. Варианты представления реляционных баз данных и их обработка в параллельной системе баз данных на вычислительной системе новой нетрадиционной архитектуры «ВСАРР» // Системы компьютерной математики и их приложения: матер. междунар. конф. Смоленск: СмолГУ, 2007. Вып. 8. С. 109 – 111.

2. Гайдаенко Т.И. Операции над множествами в потоковом мультипроцессорном вычислителе системы ВСАРР // Системы компьютерной математики и их приложения: матер. междунар. конф. Смоленск: СмолГУ, 2007. Вып. 8. С. 88 – 90.

3. Ширай А.Е. Принципы организации доступа к данным в вычислительной системе с автоматическим распределением ресурсов // Системы компьютерной математики и их приложения: матер. междунар. конф. Смоленск: СмолГУ, 2006.

4. Научные поисковые системы. – URL: <http://scintific.narod.ru/>

5. Сергеев В.П. Представление многомерных матриц в иерархических структурах для повышения эффективности хранения и процессов обработки данных // Системы и средства информатики. Стохастические технологии и системы. М.: ИПИ РАН, 2005. Специальный выпуск. С. 297 – 317.

ОБЗОР СУЩЕСТВУЮЩИХ МЕТОДОВ И ПОДХОДОВ К ОРГАНИЗАЦИИ ПАРАЛЛЕЛЬНЫХ ВЫЧИСЛЕНИЙ В БАЗАХ ДААННЫХ НА ТРАДИЦИОННЫХ МНОГОПРОЦЕССОРНЫХ СИСТЕМАХ

М.А. ШИРАЙ

ООО «СайнГрейн», г. Москва
e-mail: michael.sheerai@gmail.com

В настоящее время существует множество подходов к распараллеливанию вычислений (библиотеки, вычислительные среды), но в связи с расширением круга решаемых с их помощью задач возникают проблемы оптимального распределения вычислений. В данном докладе рассматриваются некоторые из методов и подходов к организации параллельных вычислений на традиционных многопроцессорных системах.

Накладные расходы на передачу информации тем выше, чем меньше размер пакета данных. В то же время уменьшение размера пакета данных позволяет повысить параллелизм вычислений [1]. Следовательно, при решении задачи параллельной обработки данных на конкретной вычислительной системе решается следующая подзадача: определяются оптимальный размер пакета и оптимальное разбиение на параллельные ветви.

Развитие современных систем управления базами данных (СУБД) акцентирует внимание на улучшении средств автоматического распараллеливания задач. С увеличением количества информационных взаимосвязей возрастают именно вычислительные затраты на обработку данных. При этом чаще всего осуществляются несложные векторные операции, которые могут выполняться графическим мультипроцессором (GPU), обрабатывающим такие операции с высокой степенью параллелизма. Для процессора GPU, имеющего доступ в общую с центральным процессором (CPU) кэш-память (как это планируется сделать в вычислительной системе Fusion), расходы на пересылку данных могут быть невелики, что дает выигрыш в производительности системы [2].

Рассмотрим систему программирования OpenMP, которая в последнее время становится все более популярной. В состав OpenMP входят спецификации набора директив компилятору, спецификации функций и спецификации переменных среды. Для распараллеливания обработки данных программист добавляет OpenMP-директивы в текст своей последовательной программы. В результате этого программа разбивается на последовательные и параллельные области [3].

Аналогичная технология существует также в Microsoft.NET — Task Parallel Library (TPL) [4].

Технологии, подобные OpenMP, позволяют распараллеливать выполнение отдельных реляционных операторов СУБД. Однако если между данными имеется сильная зависимость, то многие участки кода будут выполняться последовательно либо требовать синхронизации. Это не позволит выполнять цепочки из операторов параллельно.

Если СУБД имеет также распределенный характер (необходимо для хранения больших объемов данных), то можно использовать технологии распределенных параллельных вычислений, например Message Passing Interface (MPI) [5].

MPI – это библиотека функций, обеспечивающая взаимодействие параллельных процессов с помощью механизма передачи сообщений. Библиотека включает в себя множество функций передачи сообщений типа точка-точка, а также развитый набор функций для выполнения коллективных операций и управления процессами параллельного приложения.

Многие проблемы, связанные с синхронизацией и организацией

параллельных вычислений, успешно решены с помощью методов параллельных вычислений управляемых данными, например метод, рассмотренный в [1]. В этом методе процесс распараллеливания базируется на событийно-ориентированном подходе. Распределение вычислений производится с помощью глобальных функций, позволяющих распределять пакеты с данными между ресурсами вычислительной системы по принципу, похожему на принцип потока данных в высокопроизводительных вычислительных архитектурах [6]. Описанный подход обладает некоторыми недостатками, например, не всегда можно точно определить момент завершения задачи, а также построение схемы взаимосвязей ложится на программиста. Однако достоинства данного подхода преобладают: отсутствует необходимость синхронизации; имеется возможность одновременного выполнения цепочек операторов различного уровня; имеется возможность задавать поток исходных данных и получать часть результирующих данных во время выполнения программы.

Предоставленный в докладе обзор технологий параллельного программирования позволяет сделать вывод, что альтернативные системы распараллеливания вычислений являются перспективными. Перечисленные выше преимущества позволяют эффективно использовать данный подход для разработки СУБД для традиционных многопроцессорных систем.

Литература

1. Ширай А.Е. Принципы реализации модели вычислений ВСАРР на традиционных параллельных системах // Материалы Международной научно-технической конференции «Многопроцессорные вычислительные и управляющие системы» в составе мультikonференции «Проблемы информационно-компьютерных технологий и мехатроники». Таганрог: Изд-во ТТИ ЮФУ, 2007. Т.1, С. 81 – 87.
2. AMD Fusion. URL: <http://www.amd.com/us/fusion/Pages/index.aspx>.
3. OpenMP. URL: <http://openmp.org>.
4. Parallel FX Library. URL: http://en.wikipedia.org/wiki/Parallel_FX_Library.
5. MPI: The Message Passing Interface. URL: http://parallel.ru/tech/tech_dev/mpi.html.
6. Dataflow architecture. URL: <http://csd.ijs.si/courses/dataflow/index.htm>.

СЕКЦИЯ 3

Математика и её приложения

О НАГРУЖЕННОЙ КРАЕВОЙ ЗАДАЧЕ СОПРЯЖЕНИЯ ОБОБЩЕННЫХ АНАЛИТИЧЕСКИХ ФУНКЦИЙ С ДОПОЛНИТЕЛЬНЫМИ ЗАДАНИЯМИ ГРАНИЧНЫХ МОМЕНТОВ

Р. АКБАРОВ

Кулябский государственный университет, г. Куляб
e-mail: Akbarov39@mail.ru

Пусть L состоит из простых непересекающихся гладких замкнутых кривых Жордана, L_0, L_1, \dots, L_n , из которых L_0 содержит внутри себя все остальные. Область, заключенную внутри L_0 и вне L_1, \dots, L_n будем обозначать через D^+ , а её дополнение до полной плоскости – через $D^- = \hat{C} \setminus D^+$.

Рассмотрим следующую краевую задачу. В классе обобщенных аналитических функции (о.а.ф.) найти кусочно-регулярное решение $W(z)$ (т.е. регулярное как в D^+ , так и в D^-) уравнения

$$\frac{\partial W(z)}{\partial \bar{z}} = A(z)\overline{W(z)} \quad (1)$$

по краевому условию

$$W^+(t) = G(t)W^-(t) + g(t) + \sum_{k=1}^n \alpha_k \theta_k(t), \quad W(\infty) = 0, \quad (2)$$

с дополнительными заданиями граничных моментов

$$\int_L h_j(t)W^+(t) dt = p_j, \quad j = 1, 2, \dots, m_1, \quad (3)$$

$$\int_L h_j(t)W^-(t) dt = p_j, \quad j = m_1 + 1, m_1 + 2, \dots, m_1 + m_2 \quad (m_1 + m_2 = m), \quad (4)$$

где $G(t)$ и $g(t)$ – заданные и непрерывные по Гельдеру функции, причем $G(t) \neq 0$. Кроме того, здесь приняты следующие обозначения: $\chi = \text{Ind}_L G(t)$ – индекс функции $G(t)$; $\theta_k(t)$ ($k = 1, 2, \dots, n$) – заданные линейно независимые комплексные о.а.ф., α_k – обобщенные комплексные постоянные, остающиеся произвольными либо подлежащими определению наряду с о.а.ф. $W^+(t)$ и $W^-(t)$; $h_j(t)$ – заданные о.а. комплексные функции; p_j – заданные комплексные постоянные.

Теорема 1. *Нагруженная неоднородная задача сопряжения о. а. ф. (1)–(2) с первым из дополнительных условий типа моментов (3) в случае $\chi > 0$ сводится к линейной алгебраической системе (л. а. с.)*

$$\sum_{k=0}^{2\chi-1} \alpha_{jk}^+ A_k + \sum_{k=1}^n \beta_{jk}^+ \alpha_k = d_j^+, \quad j = 1, 2, \dots, m_1, \quad (5)$$

состоящей из m_1 комплексных уравнений с $2\chi + n$ неизвестными комплексными обобщенными постоянными $A_0, A_1, \dots, A_{2\chi-1}$ и $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n$, где $\alpha_{jk}^+, \beta_{jk}^+$ – вполне определенные функции. При этом:

1) если $m_1 < 2\chi + n$, то задача (1)–(3) безусловно разрешима, её общее решение, задаваемое формулой

$$W^\pm(z) = \left[V_{p_{\chi-1}}(z) + W_g(z) + W_\alpha(z) \right] X^\pm(z),$$

$$W_g(z) = \frac{1}{2\pi i} \int_L \omega_1(z, \tau) \frac{g(\tau)}{X^+(\tau)} d\tau - \frac{1}{2\pi i} \int_L \omega_2(z, \tau) \left(\frac{g(\tau)}{X^+(\tau)} \right) \overline{d\tau}, \quad (6)$$

$$W_\alpha(z) = \sum_{k=1}^n \alpha_k \left\{ \frac{1}{2\pi i} \int_L \omega_1(z, \tau) \frac{\theta_k(\tau)}{X^+(\tau)} d\tau - \frac{1}{2\pi i} \int_L \omega_2(z, \tau) \left(\frac{\theta_k(\tau)}{X^+(\tau)} \right) \overline{d\tau} \right\},$$

содержит $2\chi + n - m_1$ произвольных обобщенных комплексных постоянных;

2) если $m_1 = 2\chi + n$ и определитель системы (5) отличен от нуля, то задача (1)–(3) имеет и притом единственное решение;

3) если $m_1 > 2\chi + n$, то для разрешимости задачи (1)–(3) необходимо и достаточно, чтобы ранг расширенной матрицы системы (5) (обозначаемый через r) был равен рангу основной матрицы системы (5); тогда общее решение задачи содержит $2\chi + n - r$ произвольных обобщенных постоянных.

Теорема 2. *Нагруженная неоднородная задача сопряжения о. а. ф. (1)–(2) с первым из дополнительных условий типа моментов (3) в случае $\chi < 0$ сводится к л. а. с.*

$$\sum_{k=1}^n \beta_{jk}^+ \alpha_k = d_j^+, \quad j = 1, 2, \dots, m_1, \quad (7)$$

$$\sum_{k=1}^n \beta_{\gamma k}^+ \alpha_k = d_\gamma^+, \quad \gamma = 0, 1, \dots, |\chi| - 1, \quad (8)$$

состоящей из $m_1 + |\chi|$ комплексных уравнений с n неизвестными комплексными обобщенными постоянными $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n$. При этом:

1) если $m_1 + |\chi| < n$, то задача (1)–(3) разрешима и её общее решение,

задаваемое формулой (6), где $V_{p_{\chi-1}}(z) \equiv 0$, содержит $n - m_1 - |\chi|$ произвольных комплексных обобщенных постоянных;

2) если $m_1 + |\chi| = n$ и определитель системы (7)–(8) отличен от нуля, то задача (1)–(3) имеет и притом единственное решение;

3) если $m_1 + |\chi| > n$, то для разрешимости задачи (1)–(3) необходимо и достаточно, чтобы ранг расширенной матрицы системы (7)–(8), (обозначаемый через r) был равен рангу основной матрицы системы (7)–(8); тогда общее решение задачи содержит $n - r$ произвольных комплексных обобщенных постоянных.

Литература

1. Михайлов Л.Г. ДАН СССР. 1981. Т. 256. №2.
2. Михайлов Л.Г. ДАН Тадж. ССР. 1980. Т. XIII. №7.
3. Акбаров Р. Краевые задачи теории аналитических функции с заданными главными частями и им соответствующие особые интегральные уравнения. Душанбе, 2006. 245 с.
4. Гахов Ф.Д. Краевые задачи. М.: Наука, 1977.

ОБ ОДНОЙ ТРЁХЭЛЕМЕНТНОЙ КРАЕВОЙ ЗАДАЧЕ ТИПА КАРЛЕМАНА В КЛАССАХ МЕТААНАЛИТИЧЕСКИХ ФУНКЦИЙ В КРУГЕ

В.В. АЛЕКСЕЕНКОВ

Смоленский государственный университет, г. Смоленск

Пусть $T^+ = \{z: |z| < 1\}$, $L = \{z: |z| = 1\}$. Напомним (см., например, [1, с. 139]), что функция $F^+(z) = U(x, y) + iV(x, y)$ комплексного переменного $z = x + iy$ называется *метааналитической в круге T^+* , если она имеет в этом круге непрерывные частные производные (по x и y) до второго порядка включительно и удовлетворяет там дифференциальному уравнению

$$\frac{\partial^2 F^+(z)}{\partial \bar{z}^2} + a_1 \frac{\partial F^+(z)}{\partial \bar{z}} + a_0 F^+(z) = 0, \quad (1)$$

где $\partial/\partial \bar{z} = (\partial/\partial x + \partial/\partial y)/2$ – дифференциальный оператор Коши-Римана, а a_0, a_1 – некоторые комплексные постоянные. В частности, если $a_0 = a_1 = 0$, то решения уравнения (1) обычно называют *бианалитическими функциями в круге T^+* .

Обозначим через λ_0 и λ_1 корни характеристического уравнения

$$\lambda^2 + a_1 \lambda + a_0 = 0. \quad (2)$$

Известно (см., например, [1], с. 139), что общее решение уравнения (1) в круге T^+ можно задать в виде:

$$F^+(z) = [\varphi_0^+(z) + \bar{z}\varphi_1^+(z)] \exp\{\lambda \cdot \bar{z}\}, \text{ если } \lambda_0 = \lambda_1 = \lambda; \quad (3)$$

или

$$F^+(z) = \varphi_0^+(z) \exp\{\lambda_0 \cdot \bar{z}\} + \varphi_1^+(z) \exp\{\lambda_1 \cdot \bar{z}\}, \text{ если } \lambda_0 \neq \lambda_1,$$

где $\varphi_0^+(z)$, $\varphi_1^+(z)$ – произвольные аналитические (голоморфные) в T^+ функции.

Будем говорить, что метааналитическая функция $F^+(z)$ принадлежит классу $M_2(T^+) \cap H^{(1)}(L)$, если ее аналитические компоненты $\varphi_0^+(z)$, $\varphi_1^+(z)$ непрерывно продолжаются на границу L вместе со своими производными $\frac{d\varphi_0^+(z)}{dz}$, $\frac{d\varphi_1^+(z)}{dz}$, причем так, что граничные значения функций $\varphi_0^+(z)$, $\varphi_1^+(z)$ и указанных их производных удовлетворяют на L условию Гёльдера.

В настоящем сообщении рассматривается следующая краевая задача.

Требуется найти все метааналитические в круге T^+ функции $F^+(z)$ класса $M_2(T^+) \cap H^{(1)}(L)$, удовлетворяющие на L граничным условиям:

$$F^+[\alpha(t)] = G_{11}(t)F^+(t) + G_{12}(t)\overline{F^+(t)} + g_1(t), \quad (4)$$

$$\frac{\partial F^+[\alpha(t)]}{\partial n_+} = G_{21}(t)\frac{\partial F^+(t)}{\partial n_+} + G_{22}(t)\frac{\partial \overline{F^+(t)}}{\partial n_+} - g_2(t), \quad (5)$$

где $\partial/\partial n_+$ – производная по внутренней нормали к L , $G_{kj}(t)$, $g_k(t)$ ($k=1, 2$; $j=1, 2$) – заданные на L функции класса $H(L)$ (Гёльдера), причем $G_{k1}(t) \neq 0$ на L ; $\alpha(t)$ – прямой или обратный сдвиг контура L , удовлетворяющий условию Карлемана $\alpha[\alpha(t)] = t$, и такой, что $\alpha'(t) \neq 0$, $\alpha'(t) \in H(L)$. В равенстве (5) множитель (-1) при $g_2(t)$ введен для удобства в дальнейших обозначениях.

В дальнейшем, ради краткости, сформулированную выше задачу назовем (см. также [1, с. 287]) *трехэлементной краевой задачей типа Карлемана в классах метааналитических функций*, или короче, *задачей $GK_{2,M}$* .

Отметим, что в частном случае, когда характеристическое уравнение (2) имеет один (двукратный) корень $\lambda = 0$, задача $GK_{2,M}$ представляет собой одну из основных *трехэлементных краевых задач типа Римана для бианалитических функций*, которая подробно была рассмотрена в [2].

Основной целью настоящего доклада является установление условий разрешимости задачи $GK_{2,M}$ в классах метааналитических функций вида (3), при этом всюду в дальнейшем будем предполагать, что $\lambda \neq 0$.

В докладе установлено следующее утверждение.

Теорема. Пусть $L = \{t: |t|=1\}$ и характеристическое уравнение (2) имеет один (двукратный) корень $\lambda \neq 0$. Задача $\mathbf{GK}_{2,M}$ разрешима тогда и только тогда, когда одновременно разрешимы в классах аналитических функций две обобщенные скалярные задачи Карлемана:

$$\Phi_1^+[\alpha(t)] = \frac{t^{-1} \cdot \alpha(t) \cdot G_{11}(t)}{\exp\{\lambda/\alpha(t) - \lambda/t\}} \cdot \Phi_1^+(t) + \frac{t \cdot \alpha(t) \cdot G_{12}(t)}{\exp\{\lambda/\alpha(t) - \bar{\lambda} \cdot t\}} \cdot \overline{\Phi_1^+(t)} + \frac{\alpha(t) \cdot g_1(t)}{\exp\{\lambda/\alpha(t)\}}, \quad (6)$$

$$\Phi_2^+[\alpha(t)] = \frac{t^{-2} \cdot [\alpha(t)]^2 \cdot G_{21}(t)}{\exp\{\lambda/\alpha(t) - \lambda/t\}} \cdot \Phi_2^+(t) + \frac{t^2 \cdot [\alpha(t)]^2 \cdot G_{22}(t)}{\exp\{\lambda/\alpha(t) - \bar{\lambda} \cdot t\}} \cdot \overline{\Phi_2^+(t)} + \frac{[\alpha(t)]^2 \cdot g_2(t)}{\exp\{\lambda/\alpha(t)\}}, \quad (7)$$

и указанные задачи имеют такие аналитические в круге T^+ решения $\Phi_1^+(z)$, $\Phi_2^+(z)$, для которых функция $\Psi^+(z) = (z + \lambda)\Phi_1^+(z) - \Phi_2^+(z)$ в точке $z = 0$ имеет ноль порядка не ниже второго.

Замечание. Обобщенные краевые задачи Карлемана вида (6) и (7) в классах аналитических функций достаточно подробно исследованы в известной монографии Г.С. Литвинчука (см. [3, гл. VI]).

Литература

1. Расулов К.М. Краевые задачи для полианалитических функций и некоторые их приложения. Смоленск: СГПУ, 1998. 344 с.
2. Расулов К.М., Титов О.А. О решении второй основной трехэлементной краевой задачи типа Карлемана в классах бианалитических функций в круге // Lietuvos matematikos rinkinys. Вильнюс, 2006. 46, N 3. С. 413-426.
3. Литвинчук Г.С. Краевые задачи и сингулярные интегральные уравнения со сдвигом. М.: Наука, 1977. 448 с.

ОБ ОДНОЙ ТРЕХЭЛЕМЕНТНОЙ КРАЕВОЙ ЗАДАЧЕ ТИПА РИМАНА ДЛЯ БИАНАЛИТИЧЕСКИХ ФУНКЦИЙ В СЛУЧАЕ ПОЛУПЛОСКОСТИ

Н.Г. АНИЩЕНКОВА

Смоленский государственный университет, г. Смоленск

1. Постановка задачи. Пусть $L = \{t: \text{Im} t = 0\}$, $T^+ = \{z: \text{Im} z > 0\}$ и $T^- = \bar{C} \setminus (T^+ \cup L)$. В дальнейшем в основном будем пользоваться терминами и обозначениями, принятыми в [1].

Рассмотрим следующую краевую задачу. Требуется найти все кусочно-бианалитические функции $F^\pm(z)$, принадлежащие классу $A_2(T^\pm) \cap I^{(2)}(L)$ (см. [2]), исчезающие на бесконечности, ограниченные вблизи узлов контура L и удовлетворяющие во всех обыкновенных точках

этого контура (см. [3]) следующим краевым условиям:

$$\frac{\partial F^+(t)}{\partial x} = G_{11}(t) \frac{\partial F^-(t)}{\partial x} + G_{12}(t) \overline{\frac{\partial F^-(t)}{\partial x}} + g_1(t), \quad (1)$$

$$\frac{\partial F^+(t)}{\partial y} = G_{21}(t) \frac{\partial F^-(t)}{\partial y} - G_{22}(t) \overline{\frac{\partial F^-(t)}{\partial y}} + ig_2(t), \quad (2)$$

где $G_{kj}(t)$, $g_k(t)$ ($k=1, 2$; $j=1, 2$) – заданные на L функции, $G_{kj}(t) \in H_0^{(1)}$, $g_k(t) \in H^{(1)}(L)$, причем $G_{k1}(t) \neq 0$. Здесь, в равенстве (2), множитель (-1) при $G_{22}(t)$ и множитель i при $g_2(t)$ введены для удобства в дальнейших обозначениях.

Сформулированную задачу для краткости будем называть *задачей GR_{12} в случае полуплоскости*.

Отметим, что задача GR_{12} , поставленная в монографии К.М. Расулова (см. [1]), в непрерывной постановке была исследована в работах автора в случае произвольных односвязных областей (см., например, [4]).

2. О решении задачи GR_{12} в вырожденном случае. Известно (см., например, [1]), что всякую исчезающую на бесконечности кусочно-бианалитическую функцию $F^\pm(z)$ с линией скачков L можно представить в виде:

$$F^\pm(z) = \varphi_0^\pm(z) + \bar{z} \varphi_1^\pm(z), \quad z \in T^\pm, \quad (3)$$

где $\varphi_0^\pm(z)$, $\varphi_1^\pm(z)$ – аналитические в области T^\pm функции, причем $\prod \{ \varphi_m^\pm, \infty \} \geq 1 + m$, $m = 0, 1$.

Будем искать решение задачи GR_{12} в виде:

$$F^\pm(z) = f_0^\pm(z) + (\bar{z} - z) f_1^\pm(z). \quad (4)$$

С учетом представления (4) краевые условия (1) и (2) примут вид:

$$\Phi_k^+(t) = G_{k1}(t) \Phi_k^-(t) + G_{k2}(t) \overline{\Phi_k^-(t)} + Q_k(t), \quad k = 1, 2, \quad (5)$$

где $\Phi_k^\pm(z) = \frac{d^{(2-k)} f_{k-1}^\pm(z)}{dz^{(2-k)}}$, а функции $Q_k(t)$ определенным образом выражаются через заданные в условии задачи GR_{12} функции.

Введем аналитические в области T^\pm функции $\psi_{kj}^\pm(z)$ по формулам:

$$\psi_{k1}^+(z) = \Phi_k^+(z), \quad \psi_{k1}^-(z) = \Phi_k^-(z), \quad \psi_{k2}^+(z) = \overline{\Phi_k^-(\bar{z})}, \quad \psi_{k2}^-(z) = \overline{\Phi_k^+(\bar{z})}. \quad (6)$$

Тогда краевые задачи (5) можно свести к векторно-матричной задаче Римана с разрывными коэффициентами (при фиксированном k)

относительно кусочно-аналитического вектора $\psi_k^\pm(z) = \begin{pmatrix} \psi_{k1}^\pm(z) \\ \psi_{k2}^\pm(z) \end{pmatrix}$ вида

$$\psi_k^+(t) = G_k(t)\psi_k^-(t) + q_k(t), \quad (7)$$

$$\text{где } G_k(t) = \begin{pmatrix} \frac{|G_{k1}(t)|^2 - |G_{k2}(t)|^2}{G_{k1}(t)} & \frac{G_{k2}(t)}{G_{k1}(t)} \\ -\frac{G_{k2}(t)}{G_{k1}(t)} & 1 \end{pmatrix}, \quad q_k(t) = \begin{pmatrix} \frac{G_{k1}(t) \cdot Q_k(t) - G_{k2}(t) \cdot \overline{Q_k(t)}}{G_{k1}(t)} \\ -\frac{Q_k(t)}{G_{k1}(t)} \end{pmatrix}.$$

Таким образом, получен следующий основной результат.

Теорема. Пусть $L = \{t: \text{Im} t = 0\}$, $|G_{k1}(t)| \equiv |G_{k2}(t)|$, $k = 1, 2$. Тогда решение задачи GR_{12} сводится к решению четырех скалярных задач Римана с разрывными коэффициентами в классах кусочно-аналитических функций с линией скачков L , имеющих ноль второго порядка на бесконечности и бесконечность интегрируемого порядка в узлах контура.

Литература

1. Расулов К.М. Краевые задачи для полианалитических функций и некоторые их приложения. Смоленск: СГПУ, 1998. 344 с.
2. Болотин И.Б. Кусочно-непрерывные краевые задачи типа Римана в классах бианалитических функций: дис. ... канд. физ.-мат. наук: 01.01.01: защищена 21.06.04. Смоленск, 2004. 106 с.
3. Мухелишвили Н.И. Сингулярные интегральные уравнения. М.: Наука, 1968. 511 с.
4. Анищенко Н.Г. Трёхэлементные краевые задачи типа Римана для бианалитических функций: дис. ... канд. физ.-мат. наук: 01.01.01: защищена 24.09.02. Смоленск, 2002. 120 с.

ОБ ОДНОМ СЛУЧАЕ ОДНОРОДНОЙ КРАЕВОЙ ЗАДАЧИ ТИПА РИМАНА С БЕСКОНЕЧНЫМ ИНДЕКСОМ ДЛЯ БИАНАЛИТИЧЕСКИХ ФУНКЦИЙ

И.Б. БОЛОТИН

Смоленский государственный университет, г. Смоленск

1. Постановка задачи. Пусть на плоскости комплексного переменного $z = x + iy$ задан луч $L = [1; \infty)$ и $D = \overline{C} \setminus L$.

В дальнейшем в основном будем пользоваться терминами и обозначениями, принятыми в [1].

Рассмотрим следующую краевую задачу. Требуется найти все бианалитические функции $F(z)$, принадлежащие классу $A_2(D) \cap I^{(2)}(L)$ (см. [2]), исчезающие на бесконечности, ограниченные вблизи конца контура L и удовлетворяющие во всех внутренних точках этого контура

следующим краевым условиям:

$$\frac{\partial F^+(t)}{\partial x} = G_1(t) \frac{\partial F^-(t)}{\partial x}, \quad (1)$$

$$\frac{\partial F^+(t)}{\partial y} = G_2(t) \frac{\partial F^-(t)}{\partial y}, \quad (2)$$

где $G_k(t)$ ($k=1,2$) – заданные на L функции класса $H(L)$, удовлетворяющие следующим условиям:

$$\arg G_1(t) = 2\pi\varphi(t)t^\rho, \quad \ln|G_1(t)| \in H(L), \quad (3)$$

$$0 < \rho < \frac{1}{2}, \quad (4)$$

$$\varphi(t) \in H(L), \quad \varphi(\infty) = \lambda > 0, \quad -1 < \varphi(1) \leq 0, \quad (5)$$

$$G_2(t) \in H^{(1)}(L), \quad G_2(t) \neq 0, \quad t \in L. \quad (6)$$

Ради краткости сформулированную задачу будем называть *первой основной однородной задачей типа Римана с бесконечным индексом с порядком завихрения ρ* и обозначать $R_{2,1}^0$.

Отметим, что задача $R_{2,1}^0$, поставленная в монографии Ф.Д. Гахова (см, например, [3]), в кусочно-непрерывной постановке была исследована в работах автора (см., например, [2]).

2. О решении задачи $R_{2,1}^0$. Известно (см. [1], [3]), что всякую исчезающую на бесконечности бианалитическую функцию $F(z)$ с линией скачков L можно представить в виде:

$$F(z) = \varphi_0(z) + \bar{z}\varphi_1(z), \quad (7)$$

где $\varphi_0(z)$, $\varphi_1(z)$ – аналитические в области D функции (аналитические компоненты бианалитической функции), причем

$$\prod \{\varphi_s, \infty\} \geq 1 + s, \quad s = 0, 1.$$

Будем искать решение задачи $R_{2,1}^0$ в виде:

$$F(z) = f_0(z) + (\bar{z} - z)f_1(z), \quad (8)$$

где $f_0(z)$, $f_1(z)$ – аналитические в области D функции, связанные с аналитическим компонентами формулами: $\varphi_0(z) = f_0(z) - zf_1(z)$, $\varphi_1(z) = f_1(z)$.

Используя представление (8), краевые условия (1)-(2) можно переписать следующим образом:

$$\frac{df_0^+(t)}{dt} = G_1(t) \frac{df_0^-(t)}{dt}, \quad (9)$$

$$f_1^+(t) = G_2(t)f_1^-(t) + g(t), \quad (10)$$

где $g(t) = \frac{1}{2} \left(\frac{df_0^+(t)}{dt} - G_2(t) \frac{df_0^-(t)}{dt} \right)$.

С учетом условий (3)-(6) равенство (9) представляет собой однородную краевую задачу Римана с бесконечным индексом и порядком завихрения ρ , а равенство (10) – обычную краевую задачу типа Римана для аналитических функций.

Таким образом, справедлив следующий основной результат.

Теорема. *Решение задачи $R_{2,1}^0$ сводится к последовательному решению однородной краевой задачи Римана (9) с бесконечным индексом и порядком завихрения ρ и обычной краевой задачи Римана (10) в классе функций, имеющих ноль второго порядка на бесконечности и бесконечность интегрируемого порядка на конце контура L .*

Следствие. *Задача $R_{2,1}^0$ не является нетеровой, т.е. число линейно независимых решений задачи бесконечно.*

Литература

1. Расулов К.М. Краевые задачи для полианалитических функций и некоторые их приложения. Смоленск: СГПУ, 1998. 344 с.
2. Болотин И.Б. Кусочно-непрерывные краевые задачи типа Римана в классах бианалитических функций: дис. ... канд. физ.-мат. наук: 01.01.01: защищена 21.06.04. Смоленск, 2004. 106 с.
3. Гахов Ф.Д. Краевые задачи. М.: Наука, 1977. 640 с.

О РЕШЕНИИ ПЕРВОЙ ОСНОВНОЙ ЧЕТЫРЕХЭЛЕМЕНТНОЙ КРАЕВОЙ ЗАДАЧИ ТИПА РИМАНА ДЛЯ МЕТААНАЛИТИЧЕСКИХ ФУНКЦИЙ В КРУГЕ

Д.С. БУКАЧЁВ

Смоленский государственный университет, г. Смоленск

Пусть T^+ – конечная односвязная область на плоскости комплексного переменного $z = x + iy$, ограниченная простым замкнутым гладким контуром L , а $T^- = \bar{C} \setminus (T^+ \cup L)$, где \bar{C} – расширенная комплексная плоскость.

В дальнейшем в основном будем придерживаться терминов и обозначений, принятых в [1].

Определение 1. *Кусочно метааналитической функцией с линией скачков L будем называть функцию $F(z)$ комплексного переменного $z = x + iy$, которая в двух дополняющих друг друга до расширенной*

комплексной плоскости областях T^+ и T^- определяется так:

$$F(z) = \begin{cases} F^+(z) = [\varphi_0^+(z) + \bar{z}\varphi_1^+(z)] \exp\{\lambda\bar{z}\}, & z \in T^+, \\ F^-(z) = [\varphi_0^-(z) + \bar{z}\varphi_1^-(z)] \exp\left\{\lambda\frac{\bar{z}}{z^m}\right\}, & z \in T^-, \end{cases} \quad (1)$$

или

$$F(z) = \begin{cases} F^+(z) = \varphi_0^+(z) \exp\{\lambda_0\bar{z}\} + \varphi_1^+(z) \exp\{\lambda_1\bar{z}\}, & z \in T^+, \\ F^-(z) = \varphi_0^-(z) \exp\left\{\lambda_0\frac{\bar{z}}{z^m}\right\} + \varphi_1^-(z) \exp\left\{\lambda_1\frac{\bar{z}}{z^m}\right\}, & z \in T^-, \end{cases} \quad (2)$$

где $\varphi_k^\pm(z) \in A(T^\pm)$, $k = 0, 1$, а λ_0 , λ_1 , λ – некоторые комплексные постоянные ($\lambda_0 \neq \lambda_1$), m – произвольное, но фиксированное натуральное число, $m \geq 2$, причем в каждой точке $t \in L$ существуют конечные пределы:

$$\lim_{z \rightarrow t \in L} F^+(z) = F^+(t), \quad \lim_{z \rightarrow t \in L} F^-(z) = F^-(t).$$

Обычно функции $\varphi_k^\pm(z) \in A(T^\pm)$ ($k = 0, 1$) в представлениях (1) и (2) называют *аналитическими компонентами* кусочно метааналитической функции $F(z)$.

При этом кусочно метааналитическую функцию $F(z)$, задаваемую формулой (1) (или формулой (2)), будем называть *исчезающей на бесконечности*, если $\text{П}\{\varphi_k^-, \infty\} \geq k + 1$ (или $\text{П}\{\varphi_k^-, \infty\} \geq 1$), где $k = 0, 1$; здесь $\text{П}\{\varphi_k^-, \infty\}$ – порядок функции $\varphi_k^-(z)$ в точке $z = \infty$.

Будем говорить, что *кусочно метааналитическая функция $F(z)$ с линией скачков L принадлежит классу $M_2(T^\pm) \cap H^{(1)}(L)$* , если ее аналитические компоненты непрерывно продолжаются на границу L вместе со своими производными $\frac{d\varphi_k^\pm(z)}{dz}$ ($k = 0, 1$), причем так, что граничные значения функций $\varphi_k^\pm(z)$ ($k = 0, 1$) и указанных производных удовлетворяют на L условию Гёльдера.

Рассмотрим следующую краевую задачу. *Требуется найти все кусочно метааналитические функции $F(z) = \{F^+(z), F^-(z)\}$ класса $M_2(T^\pm) \cap H^{(1)}(L)$, исчезающие на бесконечности и удовлетворяющие на L следующим краевым условиям:*

$$A_{11}(t) \frac{\partial F^+(t)}{\partial x} + A_{12}(t) \overline{\frac{\partial F^+(t)}{\partial x}} = G_{11}(t) \frac{\partial F^-(t)}{\partial x} + G_{12}(t) \overline{\frac{\partial F^-(t)}{\partial x}} + g_1(t), \quad (3)$$

$$A_{21}(t) \frac{\partial F^+(t)}{\partial y} - A_{22}(t) \overline{\frac{\partial F^+(t)}{\partial y}} = G_{21}(t) \frac{\partial F^-(t)}{\partial y} - G_{22}(t) \overline{\frac{\partial F^-(t)}{\partial y}} + ig_2(t), \quad (4)$$

где $A_{kj}(t)$, $G_{kj}(t)$, $g_k(t)$ ($k=1, 2$; $j=1, 2$) – заданные на L функции, причем $A_{kj}(t)$, $G_{kj}(t) \in H^{(3-k)}(L)$ ($k=1, 2$; $j=1, 2$), $g_k(t) \in H^{(3-k)}(L)$; в равенстве (4) множители (-1) перед $A_{22}(t)$, $G_{22}(t)$, а также множитель i при $g_2(t)$ введены для удобства в дальнейших обозначениях, $i^2 = -1$.

Сформулированную задачу будем называть *первой основной четырехэлементной краевой задачей типа Римана в классах метааналитических функций*, или, коротко, *задачей GR_{41}* , а соответствующую однородную задачу ($g_1(t) \equiv g_2(t) \equiv 0$) – *задачей GR_{41}^0* .

Отметим, что в частном случае, когда искомая функция задается формулами (1), где $\lambda = 0$, и при выполнении на контуре L условий $A_{11}(t) \equiv A_{21}(t) \equiv 1$ и $A_{12}(t) \equiv A_{22}(t) \equiv G_{12}(t) \equiv G_{22}(t) \equiv 0$ краевая задача GR_{41} представляет собой первую основную краевую задачу типа Римана для бианалитических функций, которая была поставлена Ф.Д. Гаховым в его известной монографии [2] и подробно исследована, например, в монографии [1]. В работах Ю.А. Медведева (см., например, [3] и имеющуюся там библиографию) задача GR_{41} исследована в классах кусочно бианалитических функций (т.е. в классах функций вида (1) при $\lambda = 0$).

В настоящем сообщении получены условия нётеровости задачи GR_{41} и конструктивный метод ее решения в данной выше постановке в случае, когда $T^+ = \{z : |z| < 1\}$, $L = \{t : |t| = 1\}$.

Литература

1. Расулов К.М. Краевые задачи для полианалитических функций и некоторые их приложения. Смоленск: СГПУ, 1998. 344 с.
2. Гахов Ф.Д. Краевые задачи. М.: Наука, 1958.
3. Медведев Ю.А. Четырехэлементные краевые задачи типа задачи Римана в классах бианалитических функций: дис. ... канд. физ.-мат. наук: 01.01.01. Смоленск, 2007. 115 с.

О НЕКОТОРЫХ ОЦЕНКАХ В СРЕДНИХ КЛАССАХ АНАЛИТИЧЕСКИХ В КРУГЕ ФУНКЦИЙ

С.В. БЫКОВ

Брянский государственный университет
241036, г. Брянск, ул. Бежицкая, 14
e-mail: b_serecha@mail.ru

Пусть $D = \{z : |z| < 1\}$ – единичный круг на комплексной плоскости \mathbb{C} , $H(D)$ – множество всех гомоморфных в D функций, $0 < p < +\infty$, H^p – класс Харди в D , т. е.

$$H^p = \left\{ f \in H(D) : \|f\|_{H^p} = \sup_{0 < r < 1} \left(\int_{-\pi}^{\pi} |f(re^{i\varphi})|^p d\varphi \right)^{\frac{1}{p}} < +\infty \right\}.$$

Следующая теорема установлена в работе [1].

Теорема А. Пусть $f \in H(D)$. Тогда если

$$M_p(r, f) = \left(\int_{-\pi}^{\pi} |f(re^{i\varphi})|^p d\varphi \right)^{\frac{1}{p}} = O\left(\frac{1}{(1-r)^\beta} \right), \quad (1)$$

$0 < p < +\infty$, $0 < \beta < +\infty$, то

$$M_p(r, f') = O\left(\frac{1}{(1-r)^{\beta+1}} \right). \quad (2)$$

Естественно, возникает вопрос, какой вид примет оценка (2), если вместо условия (1) функция $f \in H(D)$ удовлетворяет условию

$$\left(\int_{-\pi}^{\pi} |f(re^{i\varphi})|^p d\varphi \right)^{\frac{1}{p}} = O(\varphi(r)), \quad r \rightarrow 1-0, \quad (3)$$

где φ – произвольная функция, для которой выполнено $\lim_{r \rightarrow 1-0} \varphi(r) = +\infty$.

Справедливо следующее утверждение.

Теорема. Пусть $\varphi \in C^1(0,1)$, и предположим, что существует предел

$$\alpha_\varphi = \lim_{r \rightarrow 1-0} \frac{\varphi'(r)(1-r)}{\varphi(r)}.$$

I. Тогда если $0 \leq \alpha_\varphi < +\infty$, то из оценки (3) следует

$$\left(\int_{-\pi}^{\pi} |f'(re^{i\varphi})|^p d\varphi \right)^{\frac{1}{p}} = O\left(\frac{\varphi(r)}{1-r} \right), \quad r \rightarrow 1-0.$$

II. Если же $\alpha_\varphi = +\infty$, при этом функция $\psi(x) = \ln \varphi(1 - e^{-x})$ удовлетворяет условию $\frac{\psi''(x)}{\psi'^2(x)} = O(1)$ при $x \rightarrow +\infty$, то из (3) следует

$$M_p(r, f') = O(\varphi'(r)), \quad r \rightarrow 1-0.$$

Доказательство теоремы при $0 < p < 1$ основано на следующем вспомогательном утверждении, установленном в [2].

Лемма. Если $f \in H^p$, $0 < p \leq +\infty$, то функцию f можно представить

в виде $f(z) = f_1(z) + f_2(z)$, $z \in D$, где $f_1, f_2 \in H^p$, при этом выполняется неравенство

$$\|f_j\|_{H^p} \leq 2\|f\|_{H^p}, \quad j=1,2.$$

Литература

1. Hardy G. H. and Littlewood J. E. Some properties of fractional integrals. Math. Z. Bd 27, 1928. P. 565-606.
2. Duren P. Theory of H^p spaces. Academic Press, New York, 1970.

О РЕШЕНИИ ЗАДАЧИ ДИРИХЛЕ В КЛАССЕ МЕТААНАЛИТИЧЕСКИХ ФУНКЦИЙ В КРУГЕ

В.П. ВАСИЛЕНКОВ, К.М. РАСУЛОВ

Смоленский государственный университет, г. Смоленск

e-mail: icspgu@sci.smolensk.ru

1. Постановка задачи. Пусть $T^+ = \{z : |z| < 1\}$, $L = \{t : |t| = 1\}$, где $z = x + iy$. Напомним (см., например, [1, с. 139] или [2]), что функция $F(z) = U(x, y) + iV(x, y)$ называется *метааналитической* в круге T^+ , если она имеет в этом круге непрерывные частные производные до второго порядка включительно и удовлетворяет там дифференциальному уравнению

$$\frac{\partial^2 F(z)}{\partial \bar{z}^2} + a_1 \frac{\partial F(z)}{\partial \bar{z}} + a_0 F(z) = 0, \quad (1)$$

где $\frac{\partial}{\partial \bar{z}} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial}{\partial x} + i \frac{\partial}{\partial y} \right)$ – дифференциальный оператор Коши-Римана, а

a_0, a_1 – некоторые комплексные постоянные.

Пусть λ_1 и λ_2 – корни характеристического уравнения

$$\lambda^2 + a_1 \lambda + a_0 = 0. \quad (2)$$

Тогда всякую метааналитическую в круге T^+ функцию $F(z)$ можно задать в виде

$$F(z) = [\varphi_0^+(z) + \bar{z} \cdot \varphi_1^+(z)] \cdot e^{\lambda_0 \cdot \bar{z}}, \quad \text{если } \lambda_0 = \lambda_1 = \lambda_2, \quad (3)$$

или

$$F(z) = \varphi_0^+(z) \cdot e^{\lambda_1 \cdot \bar{z}} + \varphi_1^+(z) \cdot e^{\lambda_2 \cdot \bar{z}}, \quad \text{если } \lambda_1 \neq \lambda_2, \quad (4)$$

где $\varphi_0^+(z), \varphi_1^+(z)$ – аналитические в T^+ функции, называемые *аналитическими компонентами* метааналитической функции $F(z)$.

Определение 1. Будем говорить, что метааналитическая в T^+ функция $F^+(z)$ вида (3) или (4) принадлежит классу $M_2(T^+) \cap H(L)$, если ее аналитические компоненты $\varphi_0^+(z)$ и $\varphi_1^+(z)$ непрерывно продолжаются на окружность $L = \{t: |t|=1\}$, причем граничные значения $\varphi_0^+(t)$ и $\varphi_1^+(t)$ удовлетворяют условию Гельдера.

Рассмотрим следующую краевую задачу. *Требуется найти все метааналитические в круге T^+ функции $F^+(z)$ класса $M_2(T^+) \cap H(L)$ и удовлетворяющие всюду на L краевому условию:*

$$F^+(t) = g(t), \quad (5)$$

где $g(t)$ – заданная на L функция класса Гельдера (т.е. $g(t) \in H(L)$).

Сформулированную задачу будем называть *неоднородной задачей Дирихле для метааналитических функций*, или, короче, *задачей D_M* , а соответствующую *однородную задачу ($g(t) \equiv 0$)* – *задачей D_M^0* .

В работе авторов [3] было установлено следующее утверждение.

Теорема 1. *Если $a_1^2 - 4a_0 = 0$, то однородная задача Дирихле D_M^0 в круге T^+ имеет ненулевые решения. Если же $a_1^2 - 4a_0 \neq 0$, то однородная задача Дирихле D_M^0 в круге T^+ имеет лишь нулевое (тривиальное) решение.*

Основной целью настоящего сообщения является разработка конструктивного метода решения неоднородной задачи Дирихле D_M в классе метааналитических в круге $T^+ = \{z: |z| < 1\}$ функций вида (4).

Литература

1. Расулов К.М. Краевые задачи для полианалитических функций и некоторые их приложения. Смоленск: СГПУ, 1998.
2. Балк М.Б., Зуев М.Ф. О полианалитических функциях // Успехи матем. наук. Т.25. №5. С. 203-226 (1970).
3. Василенков В.П., Расулов К.М. О единственности решения однородной задачи Дирихле для метааналитических функций в областях с аналитическими границами // Системы компьютерной математики и их приложения: материалы международной конференции. Вып. 9. СмолГУ. Смоленск, 2008. С. 141-143.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ РАДИУСА СВЕРХУСТОЙЧИВОСТИ МАТРИЦЫ ЛИНЕЙНОЙ СТАЦИОНАРНОЙ СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ

В.А. ГОРЕЛИК¹, О.В. МУРАВЬЁВА²

¹Учреждение Российской академии наук Вычислительного центра
им. А. А. Дородницына РАН, e-mail: gorelik@ccas.ru

²Московский педагогический государственный университет, e-mail: mov@mpgu.edu.ru

Во многих задачах теории управления используется понятие устойчивости матрицы. Однако задачи, связанные с исследованием свойства устойчивости в условиях случайных или целенаправленных изменений параметров, очень трудны и часто не имеют эффективных методов решения. Недавно введенное понятие сверхустойчивости линейной системы управления $\dot{x} = Ax + Bu$ формулируется в терминах линейных ограничений на элементы матрицы ([1], [2]), что позволяет использовать для изучения их свойств хорошо разработанные методы матричной коррекции линейных систем алгебраических уравнений ([4]-[5]).

Пусть квадратная матрица с вещественными элементами $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ является сверхустойчивой, т.е. выполняется $\min_i \left(-a_{ii} - \sum_j |a_{ij}| \right) = \sigma(A) > 0$.

Определим радиус сверхустойчивости матрицы как границу нормы корректирующей матрицы, для которой скорректированная матрица остается сверхустойчивой:

$$R^* = \max \left\{ R \mid \forall H \in \mathbb{R}^{n \times n} \|H\| < R \Rightarrow A + H \text{ сверхустойчива} \right\}.$$

В качестве критерия рассмотрим матричные нормы:

$$\|H\|_{\infty} = \max_{1 \leq i, j \leq n} |h_{ij}|, \quad \|H\|_1 = \max_{1 \leq i \leq n} \sum_j |h_{ij}|, \quad \|H\|_F = \sqrt{\sum_{i,j=1}^n h_{ij}^2}.$$

Радиусы сверхустойчивости в смысле указанных норм обозначим, соответственно, R_{∞}^* , R_1^* , R_F^* . В [1] находится радиус сверхустойчивости интервального семейства матриц, который можно интерпретировать как R_{∞}^* . Можно найти значения радиусов для всех критериев.

Пусть k – номер строки матрицы A , в которой достигается минимум $-a_{ii} - \sum_j |a_{ij}|$, т.е.

$$k \in \text{Arg} \min_i \left(-a_{ii} - \sum_j |a_{ij}| \right) \quad \text{и} \quad -a_{ki} - \sum_j |a_{kj}| = \sigma(A).$$

Построим матрицу H^* , у которой все элементы k -ой строки равны по модулю $\frac{\sigma(A)}{n}$, а знак всех элементов, кроме расположенного на главной диагонали, совпадает со знаком соответствующего элемента в матрице A :

$$|h_{kj}^*| = \frac{\sigma(A)}{n} \quad \forall j = 1, \dots, n; \quad h_{kk}^* > 0; \quad \text{sgn } h_{kj}^* = \text{sgn } a_{kj} \quad \forall j \neq k.$$

Все остальные элементы матрицы H^* равны 0.

Можно показать, что

$$R_\infty^* = \frac{\sigma(A)}{n}, \quad R_1^* = \sigma(A), \quad R_F^* = \frac{\sigma(A)}{\sqrt{n}},$$

причем минимальной в смысле всех указанных норм корректирующей матрицей, для которой $A + H$ не сверхустойчива, является матрица H^* (для критерия $\|H\|_1$ это не единственное решение).

Пусть теперь данная матрица $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ не является сверхустойчивой. Рассмотрим задачу минимальной коррекции данной матрицы для выполнения этого свойства.

$$d = \min_H \{ \|H\| \mid A + H \text{ сверхустойчива} \}.$$

В [2] отмечается, что задача определения ближайшей (в смысле одной из матричных норм) сверхустойчивой матрицы может быть записана в виде задачи линейного или квадратичного программирования. Для матричной нормы $\|H\|_1$ можно найти решение в явном виде.

Уточним задачу требованием определенной степени сверхустойчивости $\sigma(A + H) \geq s$. Тогда $\min_H \{ \|H\|_1 \mid \sigma(A + H) \geq s \} = \max_{1 \leq i \leq n} \bar{\Delta}_i$ и достигается на диагональной матрице $H^* = \text{diag}(\bar{\Delta}_1, \bar{\Delta}_2, \dots, \bar{\Delta}_n)$, где $\bar{\Delta}_i = \max\{\Delta_i, 0\}$, $\Delta_i = a_{ii} + \sum_{i \neq j} |a_{ij}| + s$ (т.е. можно корректировать только диагональные элементы, но H^* не единственная корректирующая матрица, оптимальная по данному критерию).

Литература

1. Поляк Б.Т., Щербаков П.С. Сверхустойчивые линейные системы управления. I. Анализ // Автоматика и телемеханика. 2002. № 8. С. 37-53.
2. Поляк Б.Т., Щербаков П.С. Сверхустойчивые линейные системы управления. II. Синтез // Автоматика и телемеханика. 2002. № 11. С. 56-75.
3. Горелик В.А., Муравьёва О.В. Некоторые задачи аппроксимации матриц коэффициентов несовместных систем линейных уравнений и несобственных задач линейного программирования // Моделирование, декомпозиция и оптимизация сложных динамических процессов: сб. статей. М.: ВЦ РАН, 2001. С. 57-88.

4. Горелик В.А., Ерохин В.И., Муравьёва О.В. Матричная коррекция данных в задачах оптимизации и классификации // Моделирование, декомпозиция и оптимизация сложных динамических процессов: сб. статей. М.: ВЦ РАН, 2004. С. 21–32.

5. Горелик В.А., Ерохин В.И. Оптимальная матричная коррекция несовместных систем линейных алгебраических уравнений по минимуму евклидовой нормы. М.: ВЦ РАН, 2004.

МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРИНЯТИЯ РЕШЕНИЙ В ИЕРАРХИЧЕСКИХ СИСТЕМАХ В УСЛОВИЯХ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ С УЧЁТОМ РИСКА

В.А. ГОРЕЛИК¹, А.В. РОДЮКОВ²

¹Учреждение Российской академии наук Вычислительного центра им. А. А. Дородницына РАН, e-mail: gorelik@ccas.ru

²Борисоглебский государственный педагогический институт, г. Борисоглебск e-mail: 2409555@mail.ru

Информатизация современного общества – объективный, постоянно расширяющийся и углубляющийся процесс, причём практически не имеющий временных границ. Поэтому одной из важнейших задач является создание и исследование информационных моделей, информационных структур и характеризующих их процессов.

Построение информационной модели какой-либо системы основано на сборе информации и установлении информационных взаимосвязей между её структурными элементами. Многие реальные модели разрабатываются как оптимизационные с целью экономии ресурсов, обеспечения эффективного функционирования системы. Значит, определение оптимальных решений, установление их свойств и условий оптимальности являются главными этапами процесса исследования информационных моделей. Результаты такого исследования определяют важнейшее свойство модели – её предсказательную способность.

Наиболее сложными и в меньшей степени изученными являются информационные модели организационных систем, непосредственными участниками которых являются люди, имеющие общую цель, которая достигается на основе обговоренных правил обмена информацией.

Построение моделей с передачей информации представляет собой сложный процесс, который характеризуется количеством участников, их взаимоотношениями, определением порядка принятия решений и целями на каждом этапе. Необходимость точной фиксации соответствующих предположений об информации в каждый момент принятия решения позволяет создать правильное представление о трудностях и способах принятия решений. Очевидно, что само понятие решения может

преобразоваться с изменением уровня информированности, значит, поведение лица, принимающего решение (ЛПР), является функцией от той информации, которой он располагает на данный момент времени.

Важной особенностью функционирования сложных систем является наличие различного рода возмущений или неконтролируемых факторов, и тогда говорят, что ЛПР действует в условиях неопределённости.

Многие организационные системы имеют иерархическую структуру, когда имеется руководящий Центр (на верхнем уровне иерархии) и исполняющая его решения подсистема (на нижнем уровне). Иерархические отношения возникают, когда один или несколько ЛПР ограничивают множество решений (стратегий) остальных. В соответствующей модели должны быть описаны принципы принятия решений Центром и подсистемой и процесс обмена информацией между ними.

Возникновение иерархической структуры обусловлено, как правило, трудностями единого управляющего Центра, заключающимися в своевременном сборе и обработке информации об управляемых процессах. Это приводит к потере полноты и актуальности информации, что негативно сказывается на качестве решений. Поэтому Центр предоставляет определённые права принятия решений подсистемам, которые на своём уровне используют достоверную информацию.

В настоящее время наибольший интерес представляют исследования иерархических систем в условиях неопределённости (или риска), которые помимо неоднозначности выбора решений, включают неоднозначность внешней среды (“природы”). Дополнительные особенности вносит и независимая активность подсистем нижнего уровня.

В рамках информационной теории иерархических систем и теории активных систем был развит и стал общепринятым теоретико-игровой подход к анализу и синтезу иерархических систем управления. В [1] был подведен некоторый итог развития информационной теории иерархических систем на основе гарантированного подхода к оценке стратегий в условиях неопределённости, связанной с самостоятельными действиями подсистем в условиях децентрализованной схемы принятия решений. Аппарат информационной теории иерархических систем оказался эффективным, например, при исследовании экономических проблем и при управлении сложно структурированными системами. В частности, процесс компьютеризации общества привел к необходимости управления сложными компьютерными системами, когда отдельные ее компоненты наделены правами принятия (локальных) решений, а вся система в целом подчиняется управляющему Центру (серверу). Выраженный экономический оттенок иерархических структур заставляет ЛПР сравнивать свои планируемые и реальные доходы. Поэтому исследование указанных систем началось на основе принципа минимаксного сожаления. Рассмотрим централизованный способ

управления иерархической системой. При этом одним из важнейших предположений является способность верхнего уровня уметь вычислять, при имеющейся у него информации, реакцию нижнего уровня на своё решение.

Качество решения ЛПР можно оценивать не значением его функции выигрыша (полезности), а критерием оптимальности в виде функции риска. Первоначально термин “риск” применялся в экономике и характеризовал возможные потери в результате принятия решения из-за недостаточной информированности ЛПР. Ясно, что и в других областях приходится принимать решения, связанные с риском, он оказывается неизбежным, уклониться от рискованных решений просто невозможно.

Общее однозначное определение понятия риска дать сложно и, скорее всего, невозможно из-за широкого спектра использования данного термина. Например, по определению В.И. Жуковского [2], риск – это возможность отклонения каких-либо величин от желаемых значений, возможность ненаступления каких-либо ожидаемых событий.

Современный взгляд на понятие “риск” основан на предположении, что он вызывается тем или иным действием ЛПР, а также наличием неопределённости, которая дополнительно может появляться из-за неполной информированности относительно параметров обстановки и о принципах поведения других объектов модели. Оценка величины риска (значения функции риска) характеризует возможные потери ЛПР (не обязательно финансовые). Иерархические модели принятия решения с передачей информации в условиях неопределённости с риском не рассматривались.

Заметим, что при исследовании иерархических систем достаточно ограничиться на нижнем уровне иерархии одним ЛПР. Действительно, если таких ЛПР на нижнем уровне несколько и отношения между ними определены (на основе какого-либо принципа оптимальности), то, объединяя выбранные ими решения в вектор, мы получаем одно ЛПР, и теперь остаётся только проблема описания взаимоотношений между уровнями иерархии. Далее, рассмотрение только двухуровневых систем также вполне достаточно для практических нужд, так как зафиксированная в соответствующей модели двухуровневая иерархическая структура без труда распространяется на другие уровни.

Построение информационных моделей иерархических систем с передачей информации, формализации соответствующих решений на основе понятия риск можно формализовать с двух позиций: 1) обеспечение равновесия в системе); 2) обеспечение эффективного взаимодействия. Указанные позиции определили и способы получения условий оптимальности – на основе принципа Лагранжа и аппарата штрафных функций.

Обеспечение равновесия в системе (на основе точного определения)

рассмотрено в [3]. При указании правил обмена информацией и порядка ходов решение строится в форме оптимального взаимодействия уровней иерархии, причём с точки зрения Центра (оптимальное значение именно его критерия является главной целью). Принятие решений происходит с ориентацией на реализацию наилучшего значения неопределённости, причем рассмотрено два варианта поведения Исполнителя в отношении Центра:

1) Исполнитель настроен неблагоприятно или не информирован об интересах Центра, что известно последнему, и потому он применяет гарантированный подход;

2) Исполнитель настроен благожелательно, и тогда Центр выбирает тот отклик Исполнителя, который обеспечивает минимальный риск.

Содержательно предлагаемая схема взаимодействия основана на следующих предположениях. Центр делает ход первым, ему известно множество стратегий Исполнителя и его функция риска. Он также знает, что Исполнителю при выборе стратегии известно лишь множество возможных значений неопределённости, из-за чего последний ориентируется на реализацию наилучшего её значения, при которой риск минимален. Способ формирования Исполнителем своей стратегии заключается в построении функции (от стратегии Центра), реализующей максимум функции полезности Исполнителя в ответ на любое решение Центра. Если оптимальное значение критерия Центра является главной целью, то появляется возможность снять все ограничения, связанные с деятельностью Исполнителя, и в том числе многозначность выбора им своей стратегии с помощью метода штрафных функций.

Вводятся условия регулярности для функций, задающих множества ограничений на стратегии Центра и Исполнителя, а также непрерывности по Хаусдорфу многозначного отображения. Эти условия необходимы, в частности, для вывода оценки скорости метода штрафов. Далее (в случае благожелательности) с помощью аппарата штрафных функций осуществляется переход от задачи со связанными переменными к задаче с распадающимися переменными. Затем исходная задача определения гарантирующей стратегии Центра сводится к задаче на максимум (минимум получается из-за гарантированного подхода Центра по неопределённости) при параметрическом ограничении. Доказана сходимость используемой формы метода штрафов и получена оценка его скорости сходимости. Эта оценка обеспечивает переход от повторного предела к обычному на основе согласования скорости роста штрафных параметров. Далее методом штрафов снимаются ограничения на стратегии, и задача Центра формулируется как обычная задача на максимум уже на всем пространстве стратегий. Выводятся необходимые условия оптимальности в интегральной (по неопределённости) форме. Приводится решение модельной задачи в пакете Mathcad.

Литература

1. Горелик, В.А., Горелов М.А., Кононенко А.Ф. Анализ конфликтных ситуаций в системах управления. М.: Радио и связь, 1991. 288 с.
2. Жуковский В.И., Жуковская Л.В. Риск в многокритериальных и конфликтных системах при неопределенности. М.: Эдиториал УРСС, 2004. 272 с.
3. Горелик В.А., Родюков А.В., Тараканов А.Ф. Гарантирующее равновесие в иерархической игре двух лиц при неопределенности с риском // Системы компьютерной математики и их приложения: материалы международной конференции. Смоленск: СмолГУ, 2008. Вып. 9. С. 149-151.

РЕШЕНИЕ НЕОДНОРОДНОЙ ЧЕТЫРЕХЭЛЕМЕНТНОЙ ЗАДАЧИ МАРКУШЕВИЧА

Е.В. ДАВЬЯЛОВА

Белорусский государственный университет, г. Минск
e-mail: e.kiaora@gmail.com

Рассматривается неоднородная задача нахождения функций φ , кусочно-аналитических и ограниченных в плоскости переменного $\zeta = \xi + i\eta$ с линией разрыва $\text{Im}\zeta = 0$. Предельные значения слева (φ^+) и справа (φ^-) от выбранной ориентации оси связаны уравнением:

$$a(\xi)\varphi^+(\xi) + b(\xi)\overline{\varphi^+(\xi)} + c(\xi)\varphi^-(\xi) + d(\xi)\overline{\varphi^-(\xi)} = f(\xi), \quad (1)$$

коэффициенты которого ограничены, H – непрерывны на $\mathbb{R} \setminus \{-1, 0, 1\}$.

Задача (1) сведена к неоднородной задаче Римана на торе

$$\Phi^+(t) = G(t)\Phi^-(t) + g(t). \quad (2)$$

Решение найдено в классе двоякопериодических функций и имеет вид:

$$\Phi(z) = \frac{\frac{1}{2\pi i} \int_{\kappa} g(t)\zeta(t-z)d\Psi^+(t) + C}{\Psi'(z)} \quad \text{при } \kappa < 0, \quad (3)$$

где $\zeta(t-z)$ – дзета-функция Вейерштрасса выбрана в качестве мероморфного аналога ядра Коши, так как она двоякопериодическая, и если точка z изменяется на период, то к функции прибавляются константы. Также она симметрична относительно действительной и мнимой осей;

$$\Phi(z) = \frac{\chi_0(z)}{2\pi i} \int_{\kappa} \frac{g(\tau)}{\chi_0^+(\tau)} A(\tau, z) d\tau \quad \text{при } \kappa > 0, \quad (4)$$

где $A(\tau, z)d\tau = (\zeta(\tau - z) - \zeta(\tau - q_1) - \zeta(\tilde{q} - z) + \zeta(\tilde{q} - q_1))d\tau$ – мероморфный аналог ядра Коши. Ядро принимает действительные значения на вещественной оси и мнимые – на мнимой и, таким образом, симметрично.

В особом случае, когда $\varkappa = 0$, условия разрешимости сводятся к сравнению

$$\frac{1}{2\pi i} \int_a \ln G(t) \frac{dt}{2A} \equiv 0 \text{ (по модулю периодов).}$$

Если условие выполнено, то $l = l' = 1$, иначе $l = l' = 0$.

Когда $l = l' = 1$, решение неоднородной задачи (2) имеет вид (3). Общее решение однородной союзной задачи

$$d\Psi(z) = \frac{d\psi(z)}{\chi(z)},$$

где $d\psi(z)$ — произвольный абелев дифференциал, который удовлетворяет одному из двух условий:

$$\left(\frac{d\psi(z)}{dz} \right) = \frac{t_1 t_2}{t_3 t_4} \quad \text{или} \quad \left(\frac{d\psi(z)}{dz} \right) = \frac{t_1^2}{t_2 t_3},$$

точки t_1, t_2, t_3, t_4 — точки разрыва коэффициента $G(t)$ задачи (2).

Когда $l = l' = 0$, решение неоднородной задачи (2) записывается в виде (4). Если минимальный дивизор равен $\Delta = \frac{t_1 t_2}{t_3 t_4}$, то мероморфный аналог ядра Коши $A(\tau, z)d\tau$ можно задать следующим образом:

$$A(\tau, z)d\tau = \frac{\begin{vmatrix} \zeta(\tau - z) & \zeta(t_3 - z) & \zeta(t_4 - z) & 1 \\ \zeta(\tau - t_1) & \zeta(t_3 - t_1) & \zeta(t_4 - t_1) & 1 \\ \zeta(\tau - t_2) & \zeta(t_3 - t_2) & \zeta(t_4 - t_2) & 1 \\ \zeta(\tau - t_5) & \zeta(t_3 - t_5) & \zeta(t_4 - t_5) & 1 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} \zeta(t_3 - t_1) & \zeta(t_4 - t_1) & 1 \\ \zeta(t_3 - t_2) & \zeta(t_4 - t_2) & 1 \\ \zeta(t_3 - t_5) & \zeta(t_4 - t_5) & 1 \end{vmatrix}} d\tau.$$

Если минимальный дивизор $\Delta = \frac{t_1^2}{t_3 t_4}$, то

$$A(\tau, z) d\tau = \frac{\begin{vmatrix} \zeta(\tau - z) & \zeta(t_3 - z) & \zeta(t_4 - z) & 1 \\ \zeta(\tau - t_1) & \zeta(t_3 - t_1) & \zeta(t_4 - t_1) & 1 \\ -\wp(\tau - t_1) & -\wp(t_3 - t_1) & -\wp(t_4 - t_1) & 1 \\ \zeta(\tau - t_5) & \zeta(t_3 - t_5) & \zeta(t_4 - t_5) & 1 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} \zeta(t_3 - t_1) & \zeta(t_4 - t_1) & 1 \\ -\wp(t_3 - t_1) & -\wp(t_4 - t_1) & 1 \\ \zeta(t_3 - t_5) & \zeta(t_4 - t_5) & 1 \end{vmatrix}} d\tau.$$

Литература

1. Zverovich E.I. The problem of Linear Conjugation on a closed Riemann surface. Compl. anal. oper. theory. 2008. №2, P. 709-732.
2. Ахиезер Н.И. Элементы теории эллиптических функций. М.: Наука, 1970.
3. Дубровин Б.А. Римановы поверхности и нелинейные уравнения, Ижевск, 2001.

ПОСТРОЕНИЕ В ЯВНОМ ВИДЕ ОПЕРАТОРА ШВАРЦА ДЛЯ МНОГОСВЯЗНОЙ ОБЛАСТИ

О.Б. ДОЛГОПОЛОВА, Э.И. ЗВЕРОВИЧ

Белорусский государственный университет

г. Минск, пр. Независимости 4, 2265703

e-mail: Dolgopolova@tut.by

Пусть $D \subset \mathbb{C}$ – ограниченная $(m+1)$ -связная область со стандартно ориентированным простым гладким краем $\partial D = b_0 \cup b_1 \cup \dots \cup b_m$ (рис. 1). Пусть $\omega_1(z), \omega_2(z), \dots, \omega_m(z)$ гармонические меры относительно области D кривых b_0, b_1, \dots, b_m соответственно, т.е. гармонические в области D функции, краевые значения которых равны

$$\omega_\nu(t) = \begin{cases} 1 & \text{при } t \in b_\nu, \\ 0 & \text{при } t \in \partial D \setminus b_\nu, \end{cases}$$

где $\nu = 1, 2, \dots, m$.

Зафиксируем произвольно точки $t_0 \in b_0, t_1 \in b_1, \dots, t_m \in b_m$ и проведем в области D попарно непересекающиеся гладкие разрезы $a_1 = (t_0, t_1), a_2 = (t_0, t_2), \dots, a_m = (t_0, t_m)$, ориентируя их в направлении от точки t_0 . Область $D \setminus (a_1 \cup a_2 \cup \dots \cup a_m)$ – односвязная и по теореме о монодромии в ней существуют и единственны однозначные ветви аналитических функций $w_\nu(z), \nu = 1, 2, \dots, m$ такие, что $\operatorname{Re} w_\nu(z) = \omega_\nu(z)$ и $w_\nu(t_0) = 0$. Эти

функции образуют базис абелевых интегралов 1-го рода в области $D \cup \partial D$. Дублем области $D \cup \partial D$ называется замкнутая риманова поверхность \mathfrak{R} рода m , которая получается, если взять два конгруэнтных экземпляра $D \cup \partial D$ и $\tilde{D} \cup \partial \tilde{D}$, расположить первый экземпляр над вторым и склеить соответствующие точки их краев. Под аналитическими функциями на дубле понимаются функции, аналитические на D и сопряженные к аналитическим на \tilde{D} . Каноническое рассечение области $D \cup \partial D$ кривыми $a_\nu, b_\nu, \nu = 1, 2, \dots, m$ продолжается до канонического рассечения дубля α_ν, β_ν .

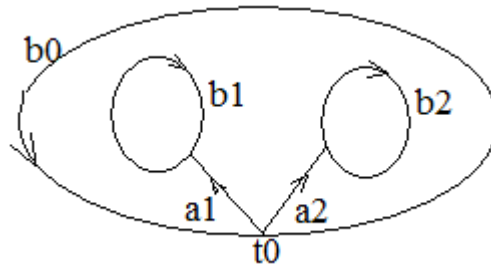


Рис. 1

Аналитические в области D функции $w_\nu(z)$ принимают на кривой b_0 чисто мнимые значения и потому продолжаются на \tilde{D} по принципу симметрии.

Функции

$$\zeta_\nu(z) = \begin{cases} \frac{1}{2} w_\nu(z), & z \in D \cup \partial D, \\ -\frac{1}{2} \bar{w}_\nu(\tilde{z}), & z \in \tilde{D} \cup \partial \tilde{D}, \end{cases}$$

где z и \tilde{z} – симметричные точки дубля, образуют базис абелевых интегралов 1-го рода на дубле. Относительно канонического рассечения этот базис оказывается комплексно нормированным. Это значит, что его α -периоды, т.е. интегралы $\int_{\alpha_\mu} dw_\nu(t)$, образуют единичную матрицу, а β -

периоды – $\int_{\beta_\mu} dw_\nu(t)$ – образуют симметричную матрицу $\Omega = \frac{i}{2} B$, где B –

положительно определена. Введем обозначения $\zeta(z) = {}^T(\zeta_1(z), \dots, \zeta_m(z))$, где левый верхний индекс T означает транспонирование, и $k = {}^T(k_1, \dots, k_m)$, где

$$k_\mu = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \Omega_{\mu\mu} - \sum_{\nu=1, \nu \neq \mu}^m \int_{\alpha_\nu} \zeta_\mu^+(t) d\zeta_\nu(t).$$

Определение. *Оператором Шварца области $D \cup \partial D$ называется оператор $S: c(t) \mapsto (Sc)(z)$, который каждой H – непрерывной функции*

$c(t): \partial D \rightarrow R$ сопоставляет аналитическую в D функцию $(Sc)(z)$, предельные значения вещественной части которой на ∂D равны $c(t)$.

Теорема. Оператор Шварца $(m+1)$ -связной области $D \cup \partial D$ является интегральным, и его можно задать следующим равенством

$$(Sc)(z) = \frac{1}{m\pi i} \int_{\partial D} c(\tau) d_{\tau} \ln \theta(\zeta(\tau) - m\zeta(z) - k) + i\beta_0, \quad (1)$$

где $\beta_0 \in R$ – произвольная постоянная, а $\theta(\zeta(\tau) - m\zeta(z) - k)$ – быстро сходящийся тэта-ряд

$$\theta(\zeta(\tau) - m\zeta(z) - k) = \sum_{n \in Z^m} \exp\left\{ \pi i^T n \Omega n + 2\pi i^T n [\zeta(\tau) - m\zeta(z) - k] \right\}, \quad \tau \in \mathfrak{R}.$$

Формула (1) будет верна в предположении, что точка z не является точкой Вейерштрасса дубля. В противном случае формула теряет смысл. Однако эта трудность легко преодолевается. Известно, что на замкнутой Римановой поверхности общее число точек Вейерштрасса – конечное. Если z_0 – точка Вейерштрасса, то она всегда изолированная. Поэтому значение $(Sc)(z_0)$ можно найти, переходя к пределу в равенстве (1) при $z \rightarrow z_0$.

Литература

1. Зверович, Э.И. Краевые задачи теории аналитических функций в гельдеровских классах на римановых поверхностях // Успехи матем. наук. 1971. Т. XXVI. Вып. 1(157). С. 113-179.

МНОГОЛИНЕЙНАЯ СИСТЕМА С ОЧЕРЕДЬЮ ПРИ ПЕРЕМЕННЫХ ПАРАМЕТРАХ

Г.С. ЕВДОКИМОВА

Смоленский гуманитарный университет, г. Смоленск

При исследовании систем массового обслуживания вплотную сталкиваешься с необходимостью учитывать зависимость интенсивности поступления требований на обслуживание от момента времени. Зачастую входящие потоки имеют ярко выраженную периодичность. К таким потокам относятся, например, потоки вызовов на телефонную станцию, потоки грузовых судов, потоки вызовов в станции скорой помощи и т. д. В первом случае существенна периодичность в течение суток, во втором –

годовая, в третьем – суточная и на протяжении недели. Учет этой особенности потоков представляет большое практическое значение, так как позволяет своевременно принять меры для рационального обслуживания требований.

К настоящему времени наметилось два пути, по которым идут практики: 1) при расчете систем обслуживания с переменными интенсивностями исходить из максимальной интенсивности потока (так поступают при расчетах в системах связи; 2) осреднять истинную интенсивность по периоду и считать, что осредненная интенсивность достаточно хорошо отвечает реальным системам. В действительности оба названных подхода приводят к ухудшению экономических показателей системы. Подтвердим это сравнением характеристик реальной (с периодическими параметрами) и «осредненной» (с параметрами, усредненными по периоду) систем. Для многоканальной системы обслуживания в качестве показателя эффективности работы системы рассмотрим коэффициент простоя приборов.

Рассмотрим систему массового обслуживания, состоящую из n одинаковых по производительности приборов. Время обслуживания заявки, которое затрачивает прибор, случайное, с показательным законом распределения и параметром

$$\mu(t) = \mu(t + T).$$

В систему поступает пуассоновский поток заявок с параметром

$$\lambda(t) = \lambda(t + T).$$

Работа системы организована так, что поступающую заявку начинает обрабатывать все свободные в этот момент приборы.

Обозначим через $P_k(t)$ вероятность того, что в момент времени t в системе обслуживанием заняты k ($k = 1, 2, \dots, n$) приборов. Тогда система дифференциальных уравнений, описывающей вероятности состояний системы, запишется в виде [1]

$$\begin{cases} P'_k(t) = -(\lambda(t) + k\mu(t))P_k(t) + (k+1)\mu(t)P_{k+1}(t), \\ P'_n(t) = -n\mu(t)P_n(t) + \lambda(t)\sum_{i=0}^{n-1} P_i(t). \end{cases} \quad (1)$$

Введем преобразование времени

$$\tau = \tau(t) = \int_0^t \mu(s) ds.$$

В новых обозначениях $P_k(t) = \bar{P}_k(\tau)$ система (1) принимает вид

$$\begin{cases} \bar{P}'_k(\tau) = -(\rho(\tau) + k)\bar{P}_k(\tau) + (k+1)\bar{P}_{k+1}(\tau), \\ \bar{P}'_n(\tau) = -n\bar{P}_n(\tau) + \rho(\tau)\sum_{i=0}^{n-1}\bar{P}_i(\tau). \end{cases} \quad (2)$$

где $\rho(\tau) = \frac{\lambda(\tau)}{\mu(\tau)}$.

Поскольку $\bar{P}_k(\tau)$ ($k = \overline{0, n}$) является распределением вероятности состояния системы, то должно выполняться условие $\sum_{k=0}^n \bar{P}_k(\tau) = 1$.

Коэффициент простоя приборов запишем в виде

$$K_n = \frac{n - N_s}{n}, \quad N_s = \sum_{k=1}^n k \bar{P}_k(\tau),$$

где N_s – математическое ожидание числа занятых обслуживанием приборов.

Для производящей функции $\varphi(\tau, z) = \sum_{k=0}^n z^k \bar{P}_k(\tau)$ система (2) перейдет в уравнение

$$\frac{\partial \varphi(\tau, z)}{\partial \tau} = -\rho(\tau)\varphi(\tau, z) + (1-z)\varphi'(\tau, z) + z^n \rho(\tau). \quad (3)$$

При непосредственном интегрировании уравнения (3) возникают значительные трудности, связанные с тем, что $\rho(\tau)$ зависит от времени. Попробуем, тем не менее, вычислить N_s . Для этого продифференцируем (3). При $z = 1$ имеем

$$\frac{dN(\tau)}{d\tau} = n\rho(\tau) - (\rho(\tau) + 1)N(\tau).$$

Последнее уравнение легко интегрируется:

$$N(\tau) = e^{-\int_0^\tau (\rho(z)+1)dz} \left[i + \int_0^\tau n\rho(u) e^{\int_0^u (\rho(z)+1)dz} du \right], \quad (4)$$

где i – число работающих приборов в начальный момент. Интегрируя по частям (4), получим

$$N(\tau) = e^{-\int_0^\tau (\rho(z)+1)dz} (i-n) + n e^{-\int_0^\tau (\rho(z)+1)dz} \int_0^\tau n e^{\int_0^u (\rho(z)+1)dz} du,$$

$$cp.N(\tau) \leq n - \frac{n}{\rho+1} = \frac{\rho n}{\rho+1}, \quad K_n = \frac{n - cp.N(\tau)}{n} \geq \frac{1}{\rho+1}.$$

Следовательно, система, для которой параметры поступления и обслуживания равны средним значениям по периоду имеет более высокую эффективность. Этот факт надо учитывать при расчете систем массового обслуживания с переменными параметрами.

Литература

1. Гнеденко Б.В., Коваленко М. Введение в теорию массового обслуживания М.: КомКнига, 2005. 400 с.

ОБ ОДНОМ ВЛОЖЕННОМ МЕТОДЕ ТИПА ДОРМАНА–ПРИНСА

А.С. ЕРЕМИН

Санкт-Петербургский государственный университет,
факультет Прикладной математики – процессов управления,
198504, Санкт-Петербург, Петергоф, Университетский просп., 35,
email: ereminh@gmail.com

Для систем обыкновенных дифференциальных уравнений, имеющих особую структуру

$$\begin{cases} y'_0(x) = f_0(x, y_0, y_1, \dots, y_n), \\ y'_i(x) = f_i(x, y_0, y_1, \dots, y_{i-1}, y_{m+1}, \dots, y_n), & i = \overline{1, m}, \\ y'_j(x) = f_j(x, y_0, y_1, \dots, y_{j-1}), & j = \overline{m+1, n}, \end{cases} \quad (1)$$

с начальными условиями $y_s(x_0) = y_s^0$, $s = 0, \dots, n$, где $y_s(x)$ может быть вектором, предложен эффективный явный одношаговый метод [1], называемый *структурным*. В [2] построен вложенный метод типа Дормана–Принса пятого порядка для системы вида (1), однако не содержащей группы «0». Целью настоящей работы являлось построение явного одношагового метода типа Дормана–Принса 5-го порядка точности для полной системы вида (1).

В качестве классического метода для сравнения эффективности конструируемого метода был выбран 7-этапный метод Дормана–Принса 5-го порядка [3] с «оценщиком» порядка 4. Этот метод построен с применением идеи FSAL (First same as last), т. е. последний этап на данном шаге совпадает с первым на следующем, что позволяет экономить по одному вычислению правой части на каждом шаге, кроме первого. Таким образом, метод оказывается практически 6-этапным.

В конструируемом методе также была применена идея FSAL. Количество этапов *структурного* метода было выбрано как 7, 6 и 6 по группам «0», «i» и «j» соответственно. Параметры «оценщика» выбирались так, чтобы давать приближение 3-го порядка. С учётом

особенностей метода, идеи FSAL, условий на порядок оценщика и стандартных упрощающих предположений вида $\sum_{v=1}^{w-1} a_{swev} = c_{sw}$, $s, e = 0, \dots, n$, $w = 1, \dots, 7$, количество уравнений на параметры метода составило 403. Для вывода условий порядка была применена модификация теории помеченных деревьев Бутчера [4] для структурного метода.

Схема метода в общем виде выглядит следующим образом. Приближение пятого порядка находится по формулам

$$y_0(x_0 + h) \approx y_0(x_0) + \sum_{w=1}^6 b_{0w} k_{0w}, \quad y_s(x_0 + h) \approx y_s(x_0) + \sum_{w=1}^5 b_{sw} k_{sw}, \quad s = \overline{1, n},$$

причем функции k находятся в строгом порядке $k_{01}, k_{i1}, k_{j1}, k_{02}, \dots, k_{j5}, k_{06}$ по выражениям

$$k_{0w} = hf_0(T_{0w}, Y_{0w0}, Y_{0w1}, \dots, Y_{0wn}),$$

$$k_{iw} = hf_i(T_{iw}, Y_{iw0}, \dots, Y_{iwi-1}, Y_{iwm+1}, \dots, Y_{0wn}), \quad i = \overline{1, m},$$

$$k_{jw} = hf_j(T_{jw}, Y_{jw0}, Y_{jw1}, \dots, Y_{jwj-1}), \quad j = \overline{m+1, n},$$

$$T_{sw} = \begin{cases} x, & \text{если } \{w=1 \text{ и } s \leq m\}, \\ x + c_{sw}h, & \text{если } \{w=1 \text{ и } s > m\} \text{ или } \{w > 1\}, \end{cases}$$

$$Y_{swv} = \begin{cases} y_v(x_0), & \text{если } \{w=1 \text{ и } s \leq m\}, \\ y_v(x_0) + \sum_{\mu=1}^{w-1} a_{swv\mu} k_{v\mu}, & \text{если } \{w > 1 \text{ и } s \leq v\}, \\ y_v(x_0) + \sum_{\mu=1}^w a_{swv\mu} k_{v\mu} & \text{если } \{w > 1 \text{ и } s > v\} \text{ или } \{w=1 \text{ и } s > m\}, \end{cases}$$

после чего находятся функции k_{07}, k_{i6}, k_{j6} (в таком порядке) и приближение третьего порядка для оценки контрольного члена погрешности

$$z_0(x_0 + h) \approx y_0(x_0) + \sum_{w=1}^7 d_{0w} k_{0w}, \quad z_s(x_0 + h) \approx y_s(x_0) + \sum_{w=1}^6 d_{sw} k_{sw}, \quad s = \overline{1, n}.$$

Параметры, соответствующие одной и той же группе уравнений, полагаем равными между собой, так $c_{1w} = c_{2w} = \dots = c_{mw} =: c_{iw}$, $a_{m+1,w1v} = a_{m+1,w2v} = \dots = a_{m+1,wmv} = a_{m+2,w1v} = \dots = a_{nmv} =: a_{jwiv}$ и т. д.

В рамках принятых предположений удалось разрешить систему уравнений на параметры метода и построить двадцатипараметрическое семейство расчётных схем.

Тестирование метода и сравнение его вычислительных характеристик с упомянутым методом Дормана–Принса 5-го порядка подтвердило 5-й порядок получаемого приближения и экономичность полученной схемы по компонентам групп « i » и « j » для систем, представимых в виде (1).

Литература

1. Олемской И. В. Численный метод интегрирования систем обыкновенных дифференциальных уравнений // Математические методы анализа управляемых процессов. Л., 1986. С. 157-160.

2. Олемской И. В. Четырехэтапный метод пятого порядка точности численного интегрирования систем специального вида // Журнал вычислительной математики и математической физики. 2002. Т 42. № 8. С. 1179-1190.

3. Dormand J. R., Prince P. J. A family of embedded Runge–Kutta formulae // J. Comput, Appl. Math. 1980. V. 6. P. 19-26.

4. Хайпер Э., Нерсётт С., Ваннер Г. Решение обыкновенных дифференциальных уравнений. Нежёсткие задачи / пер. с англ. И.А. Кульчицкой, С.С. Филиппова; под ред. С.С. Филиппова М.: Мир, 1990. 512 с.

СУММИРОВАНИЕ ТЭТА-РЯДОВ

Э.И. ЗВЕРОВИЧ

Белорусский государственный университет
220101 Минск, пр. Независимости 4, 2265703
e-mail: Zverovich@bsu.by

Пусть $C(z, w)$ – поле алгебраических функций рода $h \geq 1$ от одного комплексного переменного z . Предположим, что оно задано как поле рациональных функций над полем C от переменных z и w , связанных неприводимым алгебраическим уравнением

$$f(z, w) \equiv w^n + a_1(z)w^{n-1} + \dots + a_n(z) = 0, \quad (1)$$

где $a_1(z), \dots, a_n(z)$ – полиномы от z наибольшей степени m . Пусть \mathfrak{R} – замкнутая риманова поверхность рода $h \geq 1$, заданная уравнением (1). Риманову поверхность \mathfrak{R} удобно представлять себе в виде n – листной разветвленной поверхности наложения расширенной плоскости \hat{C} переменного z . Все точки поверхности \mathfrak{R} , кроме конечного их числа, можно задавать в виде упорядоченных пар чисел (z, w) , связанных уравнением (1). Исключение составляют особые и бесконечно удаленные точки римановой поверхности \mathfrak{R} . Обозначим через

$$a_1, \dots, a_h, \quad b_1, \dots, b_h \quad (2)$$

гладкие замкнутые стандартно ориентированные кривые на \mathfrak{R} с единственной общей точкой, образующие каноническое рассечение римановой поверхности \mathfrak{R} . Последнее означает, что поверхность

$\tilde{\mathfrak{R}} := \mathfrak{R} \setminus (a_1 \cup \dots \cup a_h \cup b_1 \cup \dots \cup b_h)$ – связная односвязная, а ее край образуют последовательно проходимые берега кривых (2)

$$\partial\tilde{\mathfrak{R}} := a_1^+ b_1^+ (a_1^-)^{-1} (b_1^-)^{-1} \dots a_h^+ b_h^+ (a_h^-)^{-1} (b_h^-)^{-1}.$$

Пусть

$$du_1(\tau, \zeta), du_2(\tau, \zeta), \dots, du_h(\tau, \zeta) - \quad (3)$$

базис абелевых дифференциалов 1-го рода римановой поверхности \mathfrak{R} (переменные τ и ζ связаны уравнением (1)). Базис (3) будем считать комплексно нормированным, т.е. таким, что

$$\int_{a_\nu} du_\mu(\tau, \zeta) = \delta_{\mu\nu}, \quad \int_{b_\nu} du_\mu(\tau, \zeta) = B_{\mu\nu}, \quad \mu, \nu = 1, 2, \dots, h, \quad (4)$$

где $\delta_{\mu\nu}$ – символ Кронекера, а матрица $B := (B_{\mu\nu})_{\mu, \nu=1}^h$ – симметричная и имеющая положительно определенную мнимую часть. На римановой поверхности \mathfrak{R} существует по меньшей мере одна точка вида (∞, ∞) . Фиксируя одну из них, введем в рассмотрение интегралы

$$u_\nu(z, w) := \int_{(\infty, \infty)}^{(z, w)} du_\nu(\tau, \zeta), \quad \nu = 1, 2, \dots, h, \quad (5)$$

где путь интегрирования не пересекает линий канонического рассечения (2) (в этом случае интегралы (5) не зависят от пути). Интегралы (5) образуют комплексно нормированный базис абелевых интегралов 1-го рода. Они многозначны на \mathfrak{R} , и их многозначности описываются равенствами (4). Они однозначны на поверхности $\tilde{\mathfrak{R}}$ (в силу ее односвязности) и удовлетворяют очевидным равенствам $u_\nu(\infty, \infty) = 0$, $\nu = 1, 2, \dots, h$. Задавая вектор $e = (e_1, e_2, \dots, e_h) \in \mathbb{C}^h$, введем в рассмотрение *тэта-функцию Римана*

$$\theta(u(z, w) - e) := \sum_{m \in \mathbb{Z}^h} \exp\{\pi i m B^t m + 2\pi i m^t (u(z, w) - e)\}, \quad (6)$$

где $m = (m_1, m_2, \dots, m_h) \in \mathbb{Z}^h$ – целочисленный вектор. Она удовлетворяет следующему условию сопряжения

$$\theta(u(t^+, v^+) - e) = \theta(u(t^-, v^-) - e) \exp\{\pi i B_{\nu\nu} + 2\pi i [u_\nu(t^+, v^+) - e_\nu]\}, \quad (t, v) \in a_\nu, \quad (7)$$

$$\nu = 1, \dots, h,$$

которое является следствием свойства квазипериодичности тэта-функции. Наша цель – просуммировать ряд (6), т.е. выразить его сумму в конечном виде через квадратуры от алгебраических функций, заданных уравнением (1). Возможен случай, когда сумма ряда (6) тождественно равна нулю. В противном случае, применив к равенствам (7) принцип аргумента, легко

заклучить, что она имеет на \mathfrak{R} ровно h нулей (с учетом кратностей). Таким образом, чтобы установить, какой из этих двух случаев реализуется, достаточно вычислить сумму ряда (6) не более чем в $(h+1)$ -ой точке поверхности \mathfrak{R} . В дальнейшем будем предполагать, что функция (6) отлична от тождественного нуля (нетривиальна). Известно, что этот случай имеет место для почти всех векторов $e \in \mathbb{C}^h$. В этом случае задача сопряжения (7) имеет одно линейно независимое решение, которое может отличаться от функции (6) только постоянным множителем. Мы предположим для простоты, что среди корней функции (6) нет одинаковых и все они – конечные. Обозначим их так:

$$(z_1, w_1), (z_2, w_2), \dots, (z_h, w_h). \quad (8)$$

Эти точки можно вычислить, используя теорему о логарифмическом вычете

$$\frac{1}{2\pi i} \int_{\partial \mathfrak{R}} z^k d\theta(u(z, w) - e) = \sum_{v=1}^h z_v^k + \sum_{z=\infty} \text{res}\{z^k d\theta(u(z, w) - e)\}, \quad k = 1, 2, \dots, h.$$

Отсюда легко получается следующая система уравнений:

$$\sum_{v=1}^h z_v^k = \sum_{v=1}^h \int_{a_v} z^k du_v(z, w) - \sum_{z=\infty} \text{res}\{z^k d\theta(u(z, w) - e)\}, \quad k = 1, 2, \dots, h$$

для нахождения чисел z_v . Соответствующие им значения w_v можно получить, подставляя в уравнение (1) $z = z_v$, решая полученное уравнение относительно w и отбрасывая посторонние корни. Итак, будем считать точки (8) известными. Желая просуммировать ряд (6), найдем логарифмический дифференциал условия сопряжения (7)

$$d \ln \theta(u(t^+, v^+) - e) - d \ln \theta(u(t^-, v^-) - e) = 2\pi i du_v(t, v), \quad (t, v) \in a_v, \quad v = 1, 2, \dots, h. \quad (9)$$

Это уравнение представляет собой задачу «о скачке» для нахождения кусочно-мероморфного дифференциала $d \ln \theta(u(z, w) - e)$, имеющего простые полюсы в точках (8), с вычетами во всех этих точках, равными 1. Обычно задача «о скачке» решается с помощью соответствующего аналога интеграла типа Коши. С этой целью возьмем нормальный базис

$$\lambda_1(z, w) \equiv 1, \quad \lambda_2(z, w), \quad \dots, \quad \lambda_n(z, w)$$

поля алгебраических функций, заданного уравнением (1), и пусть

$$\mu_1(z, w), \quad \mu_2(z, w), \quad \dots, \quad \mu_n(z, w) -$$

дополнительный к нему базис. Аналог ядра Коши, с помощью которого

будем решать задачу (9), можно взять в виде:

$$K((z, w); (\tau, \zeta)) d\tau := \sum_{v=1}^n \lambda_v(z, w) \mu_v(\tau, \zeta) \frac{d\tau}{\tau - z}. \quad (10)$$

Это выражение по переменной (τ, ζ) есть абелев дифференциал 3-го рода, имеющий только простые полюсы. При этом единственным конечным полюсом является полюс в точке $(\tau, \zeta) = (z, w)$, и вычет в этой точке равен

1. При $\tau \rightarrow \infty$ асимптотика ядра (10) такова: $\frac{d\tau}{\tau}$. По переменной (z, w)

выражение (10) есть алгебраическая функция с единственным конечным полюсом в точке (τ, ζ) , в окрестности которой главная часть имеет вид $\frac{d\tau}{\tau - z}$. Все остальные полюсы расположены над точкой $z = \infty$. Благодаря

перечисленным свойствам для интеграла типа Коши с ядром (10) имеют место формулы Сохоцкого. Используя их, заключаем, что кусочно-аналитический дифференциал

$$-dz \sum_{j=1}^h \int_{a_j}^n \lambda_k(\tau, \zeta) \mu_k(z, w) \frac{du_j(\tau, \zeta)}{z - \tau}, \quad (z, w) \notin \bigcup_{j=1}^h a_j \quad (11)$$

удовлетворяет условию сопряжения (9). Из асимптотики ядра (9) при $\tau \rightarrow \infty$ и из комплексной нормированности базиса (3) следует, что при $z \rightarrow \infty$ выражение (11) ведет себя как $-h \frac{dz}{z}$. Для получения интересующего

нас решения задачи (9) надо к выражению (11) прибавить произвольный абелев дифференциал 3-го рода с простыми полюсами в точках (8), вычет в каждой из которых равен 1, которые при $z \rightarrow \infty$ ведут себя как $h \frac{dz}{z}$. Все

такие дифференциалы легко строятся и имеют следующий вид:

$$\sum_{m=1}^h \left\{ \sum_{v=1}^n \lambda_v(z_m, w_m) \mu_v(z, w) \frac{dz}{z - z_m} + c_m du_m(z, w) \right\}, \quad (12)$$

где c_m ($m = 1, 2, \dots, h$) – произвольные постоянные (можно показать, что все они равны нулю). При сложении выражений (11) и (12) их особенности при $z \rightarrow \infty$ взаимно уничтожаются. Поэтому сумма

$$-dz \sum_{j=1}^h \left\{ \int_{a_j}^n \sum_{v=1}^n \lambda_v(\tau, \zeta) \mu_v(z, w) \frac{du_j(\tau, \zeta)}{z - \tau} - \sum_{v=1}^n \lambda_v(z_j, w_j) \mu_v(z, w) \frac{1}{z - z_j} \right\} \quad (13)$$

является общим решением задачи (9). Таким образом, значение логарифмического дифференциала суммы тэта-ряда (6) содержится в формуле (13). Значит, для вычисления суммы тэта-ряда (6) надо еще

проинтегрировать выражение (13), затем пропотенцировать и вычислить постоянную интегрирования. Интегрируя и потенцируя выражение (13) преобразуем сумму ряда (6) к виду:

$$\begin{aligned} & \theta(u(z, w) - e) \equiv \\ & \equiv \theta(u(\infty, \infty) - e) \cdot \exp \left\{ \int_{(\infty, \infty)}^{(z, w)} \sum_{j=1}^h \left(\sum_{v=1}^n \frac{\lambda_v(z_j, w_j) \mu_v(t, v)}{t - z_j} + \int_{a_j}^n \lambda_v(\tau, \zeta) \mu_v(t, v) \frac{du_j(\tau, \zeta)}{\tau - t} \right) dt \right\}. \end{aligned}$$

ОБ ОДНОМ ОДНОПАРАМЕТРИЧЕСКОМ СЕМЕЙСТВЕ РАЦИОНАЛЬНЫХ ФУНКЦИЙ

Э.Г. КИРЬЯЦКИЙ

Вильнюсский технический университет, г. Вильнюс

Обозначим через $K_n(E)$ класс аналитических в единичном круге E , т.е. в круге $|z| < 1$, функций $F(z)$, у которых n -ая разделенная разность $[F(z); z_0, \dots, z_n] \neq 0$ при любых попарно различных $z_0, \dots, z_n \in E$. Заметим, что класс $K_1(E)$ совпадает с классом всех однолистных в круге E функций.

Рассмотрим однопараметрическое семейство функций

$$F_{t,n}(z) = \left(\frac{z+t}{1+\bar{t}z} \right)^n, \quad n \geq 1, \quad |t| < 1.$$

Поставим вопрос о принадлежности функции $F_{t,n}(z)$ классу $K_n(E)$.

Имеют место следующие утверждения.

При $n \geq 1$ и $t = 0$ функция $F_{0,n}(z) = z^n \in K_n(E)$.

Пусть $n = 1$. Тогда

$$F_{t,1}(z) = \frac{z+t}{1+\bar{t}z} \in K_1(E)$$

при любом $t \in E$.

Пусть $n = 2$. Тогда

$$F_{t,2}(z) = \left(\frac{z+t}{1+\bar{t}z} \right)^2 \in K_2(E)$$

при любом $|t| < \frac{1}{3}$, причем число $\frac{1}{3}$ нельзя заменить большим числом.

Пусть $n = 3$. Тогда

$$F_{t,3}(z) = \left(\frac{z+t}{1+\bar{t}z} \right)^3 \in K_3(E)$$

при любом $|t| < \frac{4-\sqrt{6}}{10}$, причем число $\frac{4-\sqrt{6}}{10}$ нельзя заменить большим числом.

Таким образом, если $n \geq 2$, то функция $F_{t,n}(z)$ принадлежит классу $K_n(E)$ не при всех значениях параметра t из единичного круга E .

Введем многочлены $\Psi_n(z) = (1+z)^{n-1} z^n$ и $P_{n-1}(z) = \frac{1}{n!} \Psi_n^{(n)}(z)$.

Многочлен $P_{n-1}(z)$ имеет степень $n-1$ и положительные коэффициенты. Кроме того, он имеет $n-1$ попарно различных отрицательных корней, расположенных в интервале $(-1; 0)$. Пусть x_1, \dots, x_{n-1} – корни этого многочлена и x_{n-1} – наименьший по абсолютной величине корень.

Есть все основания высказать следующее предположение.

Гипотеза. Пусть n произвольно фиксировано. Тогда

$$F_{t,n}(z) \in K_n(E)$$

при любом $|t| < \rho_n$, где $\rho_n = |x_{n-1}|$. Число ρ_n нельзя заменить большим числом.

ОЦЕНКА ОСТАТОЧНОГО ЧЛЕНА ИНТЕРПОЛЯЦИОННОЙ ФОРМУЛЫ НЬЮТОНА ДЛЯ ОДНОЛИСТНЫХ В ЕДИНИЧНОМ КРУГЕ ФУНКЦИЙ

Э.Г. КИРЬЯЦКИЙ

Вильнюсский технический университет, г. Вильнюс

Пусть E – единичный круг $|z| < 1$. Возьмем любую однолиственную в круге E функцию $f(z)$, нормированную условиями $f(0) = 0$, $f'(0) = 1$. Запишем известное равенство

$$[f(z); z_0, \dots, z_n, z] = \frac{f(z) - P(z)}{(z - z_0) \dots (z - z_n)},$$

где

$$P(z) = f(z_0) + \sum_{m=0}^{n-1} [f(z); z_0, \dots, z_n] (z - z_0) \dots (z - z_m).$$

Теорема 1. Для любых фиксированных $z_0, \dots, z_n \in E$ и для любого $z_{n+1} \in E$ справедлива оценка

$$\frac{|f(z_{n+1}) - P(z_{n+1})|}{|z_{n+1} - z_0| \dots |z_{n+1} - z_n|} \leq \left(-1 + \sum_{k=0}^{n+1} \frac{1}{1 - |z_k|} \right) \prod_{k=0}^{n+1} \frac{1}{1 - |z_k|} \quad (1)$$

Знак равенства имеет место тогда и только тогда, когда все точки

z_0, \dots, z_n, z_{n+1} расположены на радиусе круга E , наклоненного под углом α к вещественной оси, а однолистная в E функция $f(z)$ имеет вид

$$f(z) = \frac{z}{(1 - e^{-i\alpha} z)^2}.$$

НЕКЛАССИЧЕСКАЯ КРАЕВАЯ ЗАДАЧА ТИПА ДИРИХЛЕ ДЛЯ МЕТААНАЛИТИЧЕСКИХ ФУНКЦИЙ В ВЫРОЖДЕННОМ СЛУЧАЕ

С.А. КСЕНОФОНТОВ, К.М. РАСУЛОВ

Смоленский государственный университет, г. Смоленск
e-mail: icspgu@sci.smolensk.ru

1. Постановка задачи. В дальнейшем в основном будем пользоваться терминами и обозначениями, принятыми в [1].

Напомним (см., например, [1, с. 139] или [2]), что функция $F(z) = U(x, y) + iV(x, y)$ называется *метааналитической* в некоторой области T^+ , если она имеет в этой области непрерывные частные производные до второго порядка включительно и удовлетворяет там дифференциальному уравнению

$$\frac{\partial^2 F(z)}{\partial \bar{z}^2} + a_1 \frac{\partial F(z)}{\partial \bar{z}} + a_0 F(z) = 0, \quad (1)$$

где $\frac{\partial}{\partial \bar{z}} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial}{\partial x} + i \frac{\partial}{\partial y} \right)$ – дифференциальный оператор Коши-Римана, а

a_0, a_1 – некоторые комплексные постоянные.

Пусть λ_1 и λ_2 – корни характеристического уравнения

$$\lambda^2 + a_1 \lambda + a_0 = 0. \quad (2)$$

Тогда всякую метааналитическую в области T^+ функцию $F(z)$ можно задать в виде

$$F(z) = \left[\varphi_0^+(z) + \bar{z} \cdot \varphi_1^+(z) \right] \cdot e^{\lambda_0 \bar{z}}, \text{ если } \lambda_0 = \lambda_1 = \lambda_2, \quad (3)$$

или

$$F(z) = \varphi_0^+(z) \cdot e^{\lambda_1 \bar{z}} + \varphi_1^+(z) \cdot e^{\lambda_2 \bar{z}}, \text{ если } \lambda_1 \neq \lambda_2, \quad (4)$$

где $\varphi_0^+(z), \varphi_1^+(z)$ – аналитические в T^+ функции, называемые *аналитическими компонентами* метааналитической функции $F(z)$.

Всюду в дальнейшем примем следующие обозначения: $L = \{t : |t| = 1\}$, $T^+ = \{z : |z| < 1\}$, $T^- = \bar{C} \setminus (T^+ \cup L)$, где \bar{C} – расширенная комплексная плоскость

(т.е. $\bar{C} = C \cup \{\infty\}$).

Определение 1. Будем говорить, что метаналитическая в T^+ функция $F^+(z)$ вида (3) или (4) принадлежит классу $M_2(T^+) \cap H(L)$, если ее аналитические компоненты $\varphi_0^+(z)$ и $\varphi_1^+(z)$ непрерывно продолжаются на контур L , причем так, что граничные значения этих функций удовлетворяют на L условию Гельдера (условию $H(L)$), т.е. $\varphi_k^+(z) \in A(T^+) \cap H(L)$, $k = 0, 1$.

Рассмотрим следующую краевую задачу. *Требуется найти все метаналитические в круге T^+ функции $F^+(z)$ класса $M_2(T^+) \cap H(L)$, удовлетворяющие на L краевому условию*

$$\frac{\partial F^+(t)}{\partial \bar{t}} + G(t) \overline{F^+(t)} = g(t), \quad (5)$$

где $\frac{\partial}{\partial \bar{z}} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial}{\partial x} + i \frac{\partial}{\partial y} \right)$ – дифференциальный оператор Коши-Римана, а $G(t)$ и $g(t)$ – заданные на L функции класса $H(L)$ (Гельдера).

Сформулированную задачу будем называть *видоизмененной задачей типа Дирихле для метаналитических функций* или, короче, *задачей \mathcal{D}_M* , соответствующую *однородную задачу* ($g(t) \equiv 0$) – *задачей \mathcal{D}_M^0* .

Отметим, что в так называемом *невыврожденном случае* (т.е. когда $G(t) \neq 0, t \in L$) методы решения задачи \mathcal{D}_M и ее нетеровость были установлены в работах [3]-[5]. Из результатов статьи [6] следует, что в *вырожденном случае* (т.е. когда $G(t) \equiv 0$) *однородная задача \mathcal{D}_M^0* в классе метаналитических функций вида (3) имеет *нетривиальные* (ненулевые) решения, а в классе метаналитических функций вида (4) она имеет лишь *тривиальное* (нулевое) решение.

В настоящем докладе разработан конструктивный алгоритм решения задачи \mathcal{D}_M в случае, когда в краевом условии (5) выполняется условие $G(t) \equiv 0$.

2. О решении задачи \mathcal{D}_M в классе функций вида (3) в вырожденном случае, т.е. когда $G(t) \equiv 0$.

С учетом представления (3) краевое условие (5) при $G(t) \equiv 0$ можно переписать так:

$$\left[\lambda_0 \varphi_0^+(t) + (1 + \lambda_0 \bar{t}) \cdot \varphi_1^+(t) \right] \cdot e^{\lambda_0 \bar{t}} = g(t), \quad t \in L. \quad (6)$$

Из равенства (6) видно, что далее нужно рассмотреть отдельно *два случая*: 1) $\lambda_0 = 0$; 2) $\lambda_0 \neq 0$.

Пусть $\lambda_0 = 0$. Тогда из (6) имеем:

$$\varphi_1^+(t) = g(t), \quad t \in L. \quad (7)$$

Поскольку $\varphi_1^+(z) \in A(T^+) \cap H(L)$, то равенство (7) представляет собой задачу об аналитическом продолжении. Известно (см., например, [7, с. 420]), что для разрешимости задачи (7) необходимо и достаточно, чтобы выполнялись следующие условия:

$$\int_L g(t)t^n dt = 0, \quad n = 0, 1, 2, \dots \quad (8)$$

При выполнении условий (8), единственное решение задачи (7) можно задавать интегральной формулой Коши:

$$\varphi_1^+(z) = \frac{1}{2\pi i} \int_L \frac{g(t)}{t-z} dt. \quad (9)$$

Таким образом, если $\lambda_0 = 0$ и выполняются условия (8), то все решения задачи \mathcal{D}_M можно задавать формулой:

$$F(z) = \varphi_0^+(z) + \bar{z} \cdot \frac{1}{2\pi i} \int_L \frac{g(t)}{t-z} dt, \quad (10)$$

где $\varphi_0^+(z)$ – произвольная функция класса $A(T^+) \cap H(L)$.

Пусть теперь $\lambda_0 \neq 0$. В этом случае равенство (6) можно переписать так:

$$\Phi^+(t) = g_1(t), \quad t \in L, \quad (11)$$

где $g_1(t) = g(t)e^{-\lambda_0 t}$, а $\Phi^+(t)$ – граничное значение бианалитической в круге T^+ функции вида

$$\Phi(z) = [\lambda_0 \varphi_0^+(z) + \varphi_1^+(z)] + \bar{z} \cdot \lambda_0 \varphi_1^+(z). \quad (12)$$

Таким образом, при $\lambda_0 \neq 0$ вырожденная задача \mathcal{D}_M в классе функций вида (3) равносильна неоднородной задаче Дирихле для бианалитических функций класса $A_2(T^+) \cap H(L)$, подробно исследованной в §16 монографии [1]. Как известно (см., например, [1, с. 254], для разрешимости неоднородной задачи Дирихле (11) необходимо и достаточно, чтобы функция $g_1(t)$ имела вид:

$$g_1(t) = g^+(t) + c_0 \frac{1}{t} + c_1, \quad (13)$$

где $g^+(t)$ – граничное значение произвольной аналитической в круге T^+ функции класса $A(T^+) \cap H(L)$, а c_0, c_1 – произвольные комплексные постоянные. При выполнении условия (13) общее решение задачи Дирихле (11) можно задавать в виде (см. [1, с. 254]):

$$\Phi(z) = (z \cdot \bar{z} - 1)F_0(z) + F_1(z), \quad z \in T^+, \quad (14)$$

где $F_1(z)$ – бианалитическая в T^+ функция вида

$$F_1(z) = \frac{1}{2\pi i} \int_L \frac{g^+(t)}{t-z} dt + \bar{z} \cdot (c_0 + c_1 z), \quad (14a)$$

а $F_0(z)$ – произвольная аналитическая в T^+ функция класса $A(T^+) \cap H(L)$.

Сравнивая (12) и (14) замечаем, что во всех точках круга T^+ должно иметь место следующее равенство:

$$(z \cdot \bar{z} - 1)F_0(z) + \frac{1}{2\pi i} \int_L \frac{g^+(t)}{t-z} dt + \bar{z} \cdot (c_0 + c_1 z) = [\lambda_0 \varphi_0^+(z) + \varphi_1^+(z)] + \bar{z} \cdot \lambda_0 \varphi_1^+(z). \quad (15)$$

Но равенство (15), в свою очередь, равносильно следующей системе:

$$\begin{cases} \varphi_1^+(z) = \frac{z}{\lambda_0} F_0(z) + \frac{c_1}{\lambda_0} z + \frac{c_0}{\lambda_0}, \\ \varphi_0^+(z) = \frac{1}{\lambda_0 2\pi i} \int_L \frac{g^+(t)}{t-z} dt - \frac{\lambda_0 + z}{\lambda_0^2} F_0(z) - \frac{c_1}{\lambda_0^2} z - \frac{c_0}{\lambda_0^2}. \end{cases} \quad (16)$$

Наконец, подставив в правую часть формулы (3) вместо $\varphi_0^+(z)$ и $\varphi_1^+(z)$ их значения из (16), получим общее решение задачи \mathcal{D}_M в рассматриваемом случае:

$$\begin{aligned} F(z) = & \left(\frac{1}{\lambda_0 2\pi i} \int_L \frac{g^+(t)}{t-z} dt - \frac{\lambda_0 + z}{\lambda_0^2} F_0(z) - \frac{c_1}{\lambda_0^2} z - \frac{c_0}{\lambda_0^2} \right) \cdot e^{\lambda_0 \bar{z}} + \\ & + \bar{z} \cdot \left(\frac{z}{\lambda_0} F_0(z) + \frac{c_1}{\lambda_0} z + \frac{c_0}{\lambda_0} \right) \cdot e^{\lambda_0 \bar{z}}, \end{aligned} \quad (17)$$

где c_0, c_1 – произвольные комплексные постоянные.

Таким образом, получили следующий результат.

Теорема 1. Если $a_0 = a_1 = 0$ и $G(t) \equiv 0, t \in L$, то решение задачи \mathcal{D}_M сводится к решению задачи об аналитическом продолжении (7) и, при выполнении условий вида (8), общее решение задачи \mathcal{D}_M можно задавать формулой (10).

Если же $a_1^2 - 4a_0 = 0, a_1 \neq 0$ и $G(t) \equiv 0, t \in L$, то решение задачи \mathcal{D}_M сводится к решению обычной задачи Дирихле (11) для бианалитических функций и, при выполнении условий вида (13), общее решение задачи \mathcal{D}_M в этом случае задается формулой (17).

Замечание 1. Как следует из теоремы 1, в вырожденном случае (т.е. при $G(t) \equiv 0$) задача типа Дирихле \mathcal{D}_M в классе метааналитических функций вида (3) не является нетеровой. Это следует из того, что здесь

либо число l линейно независимых решений однородной задачи \mathcal{D}_M^0 , либо число p условий разрешимости неоднородной задачи \mathcal{D}_M не являются конечными.

3. О решении задачи \mathcal{D}_M в классе функций вида (4) в вырожденном случае, т.е. когда $G(t) \equiv 0$.

С учетом представления (4) краевое условие (5) при $G(t) \equiv 0$ можно переписать в виде

$$\lambda_1 \varphi_0^+(t) e^{\lambda_1 t} + \lambda_2 \varphi_1^+(t) e^{\lambda_2 t} = g(t), \quad t \in L. \quad (18)$$

Из равенства (18) видно, что здесь целесообразно отдельно исследовать задачу \mathcal{D}_M в следующих двух возможных случаях: 1) когда одно из чисел λ_1 или λ_2 равно нулю (например, $\lambda_1 = 0$); 2) $\lambda_1 \neq 0$ и $\lambda_2 \neq 0$.

Пусть $\lambda_1 = 0$. Тогда из (18) имеем:

$$\varphi_1^+(t) = g_2(t), \quad t \in L, \quad (19)$$

где $g_2(t) = \frac{1}{\lambda_2} g(t) e^{-\lambda_2 t}$.

Равенство (19) представляет собой задачу об аналитическом продолжении для функции $\varphi_1^+(z) \in A(T^+) \cap H(L)$. Для разрешимости задачи (19) необходимо и достаточно, чтобы выполнялись следующие условия (см., например, [7, с. 420]):

$$\int_L g_2(t) t^n dt = 0, \quad n = 0, 1, 2, \dots \quad (20)$$

При выполнении условий (20), единственное решение задачи (19) можно задавать интегральной формулой Коши:

$$\varphi_1^+(z) = \frac{1}{2\pi i} \int_L \frac{g_2(t)}{t-z} dt. \quad (21)$$

Итак, если $\lambda_1 = 0$ и выполняются условия (20), то в силу (4) и (21) все решения задачи \mathcal{D}_M можно задавать формулой

$$F(z) = \varphi_0^+(z) + e^{\lambda_2 z} \cdot \frac{1}{2\pi i} \int_L \frac{g_2(t)}{t-z} dt, \quad (22)$$

где $\varphi_0^+(z)$ – произвольная функция класса $A(T^+) \cap H(L)$.

Рассмотрим далее вырожденную задачу \mathcal{D}_M в случае, когда $\lambda_1 \neq 0$ и $\lambda_2 \neq 0$. В этом случае краевое условие (5) можно переписать в виде (18).

Замечание 2. Здесь важно отметить, что соответствующая (18) однородная задача (т.е. когда в (18) $g(t) \equiv 0$) имеет лишь тривиальное

(нулевое) решение (см., например, [6]). Следовательно, неоднородная задача (18) (в случае ее разрешимости) будет иметь *единственное решение*.

Далее будут получены формулы, устанавливающие «соотношения связи» между аналитическими в круге T^+ функциями $\varphi_0^+(z)$ и $\varphi_1^+(z)$, граничные значения которых удовлетворяют равенству (18).

Для этого сначала перепишем краевое условие (18) в виде

$$\varphi_0^+(t) + \frac{\lambda_2}{\lambda_1} e^{(\lambda_2 - \lambda_1)t} \varphi_1^+(t) = g_1(t), \quad t \in L, \quad (23)$$

где $g_1(t) = \frac{1}{\lambda_1} g(t) e^{-\lambda_1 t}$.

Переходя к комплексно сопряженным значениям, из (23) получим

$$\overline{\varphi_0^+(t)} + \frac{\overline{\lambda_2}}{\overline{\lambda_1}} e^{(\overline{\lambda_2} - \overline{\lambda_1})t} \overline{\varphi_1^+(t)} = \overline{g_1(t)}, \quad t \in L. \quad (24)$$

Почленно вычитая из равенства (23) равенство (24) и почленно складывая равенства (23) и (24), будем иметь:

$$\varphi_0^+(t) - \overline{\varphi_0^+(t)} + \frac{\lambda_2}{\lambda_1} e^{(\lambda_2 - \lambda_1)t} \varphi_1^+(t) - \frac{\overline{\lambda_2}}{\overline{\lambda_1}} e^{(\overline{\lambda_2} - \overline{\lambda_1})t} \overline{\varphi_1^+(t)} = g_1(t) - \overline{g_1(t)}, \quad (25a)$$

$$\varphi_0^+(t) + \overline{\varphi_0^+(t)} + \frac{\lambda_2}{\lambda_1} e^{(\lambda_2 - \lambda_1)t} \varphi_1^+(t) + \frac{\overline{\lambda_2}}{\overline{\lambda_1}} e^{(\overline{\lambda_2} - \overline{\lambda_1})t} \overline{\varphi_1^+(t)} = g_1(t) + \overline{g_1(t)}. \quad (25б)$$

Введем теперь в рассмотрение вспомогательные аналитические в T^- функции:

$$\varphi_k^-(z) = \overline{\varphi_k^+ \left(\frac{1}{z} \right)}, \quad z \in T^-, \quad k = 0, 1. \quad (26)$$

Замечание 3. Отметим, что для всякого z , не лежащего на контуре L , из равенства (26) вытекают следующие «условия симметрии»:

$$\varphi_k^-(z) = \overline{\varphi_k^+(z_*)},$$

где z_* – точка, симметричная z относительно окружности L (см. также, например, [8, с. 291]). Но в точках самой окружности L будем иметь:

$$\varphi_k^-(t) = \overline{\varphi_k^+(t)}, \quad t \in L. \quad (27)$$

С учетом (27) равенства (25a) и (25б) можно переписать в следующем виде

$$\varphi_0^+(t) - \varphi_0^-(t) + \frac{\lambda_2}{\lambda_1} e^{(\lambda_2 - \lambda_1)t} \varphi_1^+(t) - \frac{\overline{\lambda_2}}{\overline{\lambda_1}} e^{(\overline{\lambda_2} - \overline{\lambda_1})t} \varphi_1^-(t) = g_1(t) - \overline{g_1(t)}, \quad (28a)$$

$$\varphi_0^+(t) + \varphi_0^-(t) + \frac{\lambda_2}{\lambda_1} e^{(\lambda_2 - \lambda_1)t} \varphi_1^+(t) + \frac{\overline{\lambda_2}}{\overline{\lambda_1}} e^{(\overline{\lambda_2} - \overline{\lambda_1})t} \varphi_1^-(t) = g_1(t) + \overline{g_1(t)}. \quad (28б)$$

Замечание 4. Важно отметить, что равенства (28а) и (28б) представляют собой «развернутую запись» краевого условия следующей векторно-матричной задачи Римана:

$$A(t)\Psi^+(t) + B(t)\Psi^-(t) = Q(t), \quad t \in L, \quad (29)$$

где $\Psi^\pm(z) = \begin{pmatrix} \varphi_0^\pm(z) \\ \varphi_1^\pm(z) \end{pmatrix}$,

$$A(t) = \begin{pmatrix} 1 & \frac{\lambda_2}{\lambda_1} e^{(\lambda_2 - \lambda_1)t} \\ 1 & \frac{\lambda_2}{\lambda_1} e^{(\lambda_2 - \lambda_1)t} \end{pmatrix}, \quad B(t) = \begin{pmatrix} -1 & -\frac{\overline{\lambda_2}}{\overline{\lambda_1}} e^{(\overline{\lambda_2} - \overline{\lambda_1})t} \\ 1 & \frac{\overline{\lambda_2}}{\overline{\lambda_1}} e^{(\overline{\lambda_2} - \overline{\lambda_1})t} \end{pmatrix}, \quad Q(t) = \begin{pmatrix} g_1(t) - \overline{g_1(t)} \\ g_1(t) + \overline{g_1(t)} \end{pmatrix}.$$

Ясно, что определив решения задачи Римана (29), удовлетворяющие условию «симметрии» $\Psi^-(t) = \overline{\Psi^+(t)}$, $t \in L$, можно получить и все решения задачи D_M в рассматриваемом случае. Но так как $\det A(t) \equiv 0$ и $\det B(t) \equiv 0$, то задача Римана (29) является *вырожденной*. Следовательно, к ней не применимы известные методы решения невырожденных векторно-матричных краевых задач Римана для аналитических функций (см., например, [1], [9]).

Однако ниже будет установлено, что решение векторно-матричной задачи (29) сводится к *последовательному решению* определенного интегрального уравнения Фредгольма *первого рода* и *невырожденной* скалярной задачи Римана в классе кусочно аналитических функций с линией скачков L .

Чтобы убедиться в сказанном, сначала перепишем равенство (28а) в следующем виде

$$\varphi_0^+(t) - \varphi_0^-(t) = Q_0(t), \quad t \in L, \quad (30)$$

$$Q_0(t) = -\frac{\lambda_2}{\lambda_1} e^{(\lambda_2 - \lambda_1)t} \varphi_1^+(t) + \frac{\overline{\lambda_2}}{\overline{\lambda_1}} e^{(\overline{\lambda_2} - \overline{\lambda_1})t} \varphi_1^-(t) + q_0(t), \quad q_0(t) = g_1(t) - \overline{g_1(t)}. \quad (31)$$

Замечание 5. Заметим, что в силу (27) справедливо следующее соотношение:

$$Q_0(t) = -\overline{Q_0(t)}, \quad t \in L. \quad (32)$$

Будем временно считать $Q_0(t)$ известной функцией. Тогда равенство

(30) представляет собой краевое условие известной задачи *о скачке* (задачи Римана) в классе ограниченных на бесконечности кусочно аналитических функций $\varphi_0(z) = \{\varphi_0^+(z), \varphi_0^-(z)\}$ (см., например, [8, с. 107]).

Краевая задача (30) безусловно разрешима и ее общее решение задается формулами (см., например, [8, с. 112])

$$\varphi_0^\pm(z) = \frac{1}{2\pi i} \int_L \frac{Q_0(\tau)}{\tau - z} d\tau + C_0, \quad z \in T^\pm, \quad (33)$$

где C_0 – произвольная комплексная постоянная ($C_0 = \varphi_0^-(\infty)$).

Переходя к пределу при $z \rightarrow t \in L$ из (33) (с учетом формул Сохоцкого [8]), получим

$$\varphi_0^+(t) = \frac{1}{2} Q_0(t) + \frac{1}{2\pi i} \int_L \frac{Q_0(\tau)}{\tau - t} d\tau + C_0, \quad (34)$$

$$\varphi_0^-(t) = -\frac{1}{2} Q_0(t) + \frac{1}{2\pi i} \int_L \frac{Q_0(\tau)}{\tau - t} d\tau + C_0. \quad (35)$$

Поскольку для граничных значений функций $\varphi_1^\pm(z) \in A(T^\pm) \cap H(L)$ справедливы следующие равенства (см., например, [8, с. 40])

$$\frac{1}{2} \varphi_1^+(t) = \frac{1}{2\pi i} \int_L \frac{\varphi_1^+(\tau)}{\tau - t} d\tau \quad \text{и} \quad \frac{1}{2} \varphi_1^-(t) = -\frac{1}{2\pi i} \int_L \frac{\varphi_1^+(\tau)}{\tau - t} d\tau + \varphi_1^-(\infty), \quad (36)$$

то (с учетом обозначений (31)) из равенств (34) и (35) соответственно получим

$$\varphi_0^+(t) = -\frac{\lambda_2}{\lambda_1} e^{(\lambda_2 - \lambda_1)t} \varphi_1^+(t) + \int_L A(t, \tau) \varphi_1^+(\tau) d\tau + \int_L B(t, \tau) \varphi_1^-(\tau) d\tau + M_0^+(t), \quad (37a)$$

$$\varphi_0^-(t) = -\frac{\bar{\lambda}_2}{\lambda_1} e^{(\bar{\lambda}_2 - \bar{\lambda}_1)t} \varphi_1^-(t) + \int_L A(t, \tau) \varphi_1^+(\tau) d\tau + \int_L B(t, \tau) \varphi_1^-(\tau) d\tau + M_0^-(t), \quad (37b)$$

где

$$A(t, \tau) = -\frac{1}{2\pi i} \left[\frac{\frac{\lambda_2}{\lambda_1} e^{(\lambda_2 - \lambda_1)\bar{\tau}} - \frac{\lambda_2}{\lambda_1} e^{(\lambda_2 - \lambda_1)\bar{t}}}{\tau - t} \right], \quad B(t, \tau) = \frac{1}{2\pi i} \left[\frac{\frac{\bar{\lambda}_2}{\lambda_1} e^{(\bar{\lambda}_2 - \bar{\lambda}_1)\tau} - \frac{\bar{\lambda}_2}{\lambda_1} e^{(\bar{\lambda}_2 - \bar{\lambda}_1)t}}{\tau - t} \right],$$

$$M_0^+(t) = \frac{1}{2} q_0(t) + \frac{1}{2\pi i} \int_L \frac{q_0(\tau)}{\tau - t} d\tau + C_0 + \varphi_1^-(\infty) \cdot \frac{\bar{\lambda}_2}{\lambda_1} e^{(\bar{\lambda}_2 - \bar{\lambda}_1)t}, \quad (37b)$$

$$M_0^-(t) = -\frac{1}{2} q_0(t) + \frac{1}{2\pi i} \int_L \frac{q_0(\tau)}{\tau - t} d\tau + C_0 + \varphi_1^-(\infty) \cdot \frac{\bar{\lambda}_2}{\lambda_1} e^{(\bar{\lambda}_2 - \bar{\lambda}_1)t}.$$

Наконец, подставив найденные по формулам (37a) и (37b) значения $\varphi_0^+(t)$ и $\varphi_0^-(t)$ в левую часть равенства (28б), будем иметь:

$$\int_L A(t, \tau) \varphi_1^+(\tau) d\tau + \int_L B(t, \tau) \varphi_1^-(\tau) d\tau = M(t), \quad t \in L, \quad (38)$$

где

$$M(t) = \frac{1}{2} g_1(t) - \frac{1}{2\pi i} \int_L \frac{g_1(\tau)}{\tau - t} d\tau + \frac{1}{2} \overline{g_1(t)} + \frac{1}{2\pi i} \int_L \frac{\overline{g_1(\tau)}}{\tau - t} d\tau - C_0 - \varphi_1^-(\infty) \cdot \frac{\lambda_2}{\lambda_1} e^{(\bar{\lambda}_2 - \bar{\lambda}_1)t}.$$

Будем искать решение краевой задачи типа Римана (38) в виде

$$\varphi_1^\pm(z) = \frac{1}{2\pi i} \int_L \frac{\mu(\tau)}{\tau - z} d\tau + C_1, \quad z \in T^\pm, \quad (39)$$

где $\mu(\tau)$ – пока неизвестная функция класса $H(L)$, а C_1 – произвольная комплексная постоянная ($C_1 = \varphi_1^-(\infty)$). Тогда граничные значения функций $\varphi_1^\pm(z)$ определяются по формулам Сохоцкого (см., например, [8], с. 38):

$$\varphi_1^+(t) = \frac{1}{2} \mu(t) + \frac{1}{2\pi i} \int_L \frac{\mu(\tau)}{\tau - t} d\tau + C_1, \quad (40)$$

$$\varphi_1^-(t) = -\frac{1}{2} \mu(t) + \frac{1}{2\pi i} \int_L \frac{\mu(\tau)}{\tau - t} d\tau + C_1. \quad (41)$$

Далее, подставив в левую часть (38) вместо $\varphi_1^+(t)$ и $\varphi_1^-(t)$ их значения из (40) и (41), получим

$$\int_L K(t, \tau) \mu(\tau) d\tau = f(t), \quad t \in L, \quad (42)$$

где

$$K(t, \tau) = \frac{1}{2} A(t, \tau) + \frac{1}{2\pi i} \int_L \frac{A(t, \tau_1)}{\tau - \tau_1} d\tau_1 - \frac{1}{2} B(t, \tau) + \frac{1}{2\pi i} \int_L \frac{B(t, \tau_1)}{\tau - \tau_1} d\tau_1,$$

$$f(t) = -C_1 \cdot \int_L [A(t, \tau) + B(t, \tau)] d\tau + M(t).$$

Равенство (42) представляет собой интегральное уравнение Фредгольма *первого рода* (см., например, [10], [11]).

Предположим, что интегральное уравнение (42) разрешимо и уже найдено его решение $\mu(t)$. Тогда по формулам (39) определим функции $\varphi_1^\pm(z)$. Подставляя граничные значения найденных функций $\varphi_1^\pm(z)$ в правую часть формулы (31), определим функцию $Q_0(t)$, а затем по формуле (33) найдем и функции $\varphi_0^\pm(z)$. Выбрав среди найденных функций $\varphi_1^\pm(z)$ и $\varphi_0^\pm(z)$ только те, которые удовлетворяют условиям «симметрии» (27), по формуле (4) получим решения исходной задачи \mathcal{D}_M .

Таким образом, в данном случае получили следующий результат.

Теорема 2. *Если $\lambda_1 = 0$, $\lambda_2 \neq 0$ и $G(t) \equiv 0$, $t \in L$, то решение задачи \mathcal{D}_M сводится к решению задачи об аналитическом продолжении (19) и, при выполнении условий (20), все решения \mathcal{D}_M можно задавать по формуле*

(22).

Если же $\lambda_1 \neq 0$, $\lambda_2 \neq 0$ и $G(t) \equiv 0$, $t \in L$, то решение задачи D_M сводится к последовательному решению интегрального уравнения Фредгольма первого рода вида (42) и скалярной задачи Римана (30). При этом задача D_M разрешима тогда и только тогда, когда разрешимы интегральное уравнение (37) и задача Римана (30) в классе кусочно аналитических функций с линией скачков L , удовлетворяющих условию симметрии (27).

Литература

1. Расулов К.М. Краевые задачи для полианалитических функций и некоторые их приложения. Смоленск: СГПУ, 1998. 344 с.
2. Балк М.Б., Зуев М.Ф. О полианалитических функциях // Успехи матем. Наук. 1970. Т.25, №5. С. 203-226.
3. Кирьяцкий Э.Г., Расулов К.М. О решении одной неклассической краевой задачи типа Дирихле для метааналитических функций в круге // Исследования по краевым задачам комплексного анализа и дифференциальным уравнениям. Смоленск, 2006. Вып. 7. С. 78-82.
4. Кирьяцкий Э.Г., Расулов К.М. Об одной неклассической краевой задаче типа Дирихле для метааналитических функций в круге // Веснік Гродзенскага дзяржаўнага ўніверсітэта імя Янкі Купалы. Серыя 2: Матэматыка. Фізіка. Інфарматыка. Гродно, 2009. №1(77). С. 3-10.
5. Кирьяцкий Э.Г., Расулов К.М. О нетеровости одной неклассической краевой задачи для эллиптического уравнения второго порядка, порожденного оператором Коши–Римана // Системы компьютерной математики и их приложения: материалы междунар. конф. СмолГУ. Смоленск. 2007. Вып. 8. С. 154-158.
6. Ксенофонтов С.А. О единственности решения однородной задачи Дирихле в классах метааналитических функций // Студенческая наука-2008. сб. статей 56 студенческой научной конференции Смоленского государственного университета Смоленск: Изд-во СмолГУ. Часть I. 2008. С. 4-6.
7. Голузин Г.М. Геометрическая теория функций комплексного переменного. Изд. 2-е. М.: Наука, 1966.
8. Гахов Ф.Д. Краевые задачи. М.: Наука, 1977.
9. Векуа Н.П. Системы сингулярных интегральных уравнений. М.: Наука, 1970.
10. Краснов М.Л. Интегральные уравнения. М.: Наука, 1975.
11. Зверович Э.И., Литвинчук Г.С. Односторонние краевые задачи теории аналитических функций // Известия АН СССР. Серия математическая. 1964, Т.28, №5. С. 1003-1036.

ИНТЕГРИРОВАНИЕ СТРУКТУРНО РАЗДЕЛЕННЫХ СИСТЕМ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ

И.В. ОЛЕМСКОЙ

Санкт-Петербургский государственный университет, 198504 Санкт-Петербург,
Петергоф, Университетский просп., 35, тел. (812)-428-42-91,
e-mail: olemskoy_iv@mail.ru

Рассматривается класс систем обыкновенных дифференциальных уравнений:

$$\frac{dy_0}{dx} = f_0(x, y_0, y_1, \dots, y_n), \quad (1)$$

$$\frac{dy_i}{dx} = f_i(x, y_0, \dots, y_{i-1}, y_{l+1}, \dots, y_n), \quad i = 1, \dots, l, \quad (2)$$

$$\frac{dy_j}{dx} = f_j(x, y_0, \dots, y_{j-1}), \quad j = l+1, \dots, n, \quad (3)$$

$$x \in [X_0, X_k] \subset R; \quad y_s : [X_0, X_k] \Rightarrow R^{r_s}, s = 0, \dots, n;$$

$$f_0 : [X_0, X_k] \times R^r \Rightarrow R^{r_0}, \quad \sum_{s=0}^n r_s = r;$$

$$f_i : [X_0, X_k] \times R^{r - \sum_{g=i}^l r_g} \Rightarrow R^{r_i}, i = 1, \dots, l;$$

$$f_j : [X_0, X_k] \times R^{r - \sum_{g=j}^n r_g} \Rightarrow R^{r_j}, j = l+1, \dots, n,$$

где y_s, f_s – функции размерности r_s . Две группы уравнений (2), (3) – структурно тождественны. Уравнение (1) – представитель общей группы, в которую вошли все уравнения, не имеющие структурных особенностей выделенного типа.

Считаем, что нам известно точное решение $y_s(x)$, $s = 0, 1, \dots, n$ (1)–(3) в точке $x \in [X_0, X_k]$. Будем считать $r_s = 1$, $s = 0, 1, \dots, n$.

Для численного интегрирования систем (1)–(3) рассматривается явный одношаговый метод. Приближение z_s к точному решению $y_s(x+h)$, $s = 0, 1, \dots, n$ в точке $x+h \in [X_0, X_k]$ ищется в виде:

$$y_s(x+h) \approx z_s = y_s(x) + \sum_{w=1}^{m_s} b_{sw} k_{sw}(h); \quad s = 0, \dots, n,$$

причем $k_{sw}(h)$ вычисляются в строгой последовательности

$$k_{01}(h), k_{11}(h), \dots, k_{n1}(h), k_{02}(h), k_{12}(h), \dots, k_{n2}(h), k_{03}(h), k_{13}(h), \dots$$

по схеме

$$\begin{aligned} k_{0w}(h) &= hf_0(T_{0w}, Y_{0w0}, Y_{0w1}, \dots, Y_{0wn}); \\ k_{iw}(h) &= hf_i(T_{iw}, Y_{iw0}, \dots, Y_{iwi-1}, Y_{iwl+1}, \dots, Y_{iwn}); \quad i = 1, \dots, l, \\ k_{jw}(h) &= hf_j(T_{jw}, Y_{jw0}, \dots, Y_{jwj-1}); \quad j = l+1, \dots, n, \end{aligned}$$

где

$$T_{sw} = \begin{cases} x, & \text{если } \{(w=1 \wedge s \leq l)\}; \\ x + c_{sw}h, & \text{если } \{(w=1 \wedge s > l) \vee (w > 1)\}, \end{cases}$$

$$Y_{swv} = \begin{cases} y_v(x), & \text{если } \{(w=1 \wedge s \leq l)\}; \\ y_v(x) + \sum_{\mu=1}^{w-1} a_{swv\mu} k_{v\mu}(h), & \text{если } \{(w > 1) \wedge (s \leq v)\}; \\ y_v(x) + \sum_{\mu=1}^w a_{swv\mu} k_{v\mu}(h), & \text{если } \{(w > 1) \wedge (s > v)\} \\ & \vee \{(w=1) \wedge (s > l)\}, \end{cases}$$

m_s – число этапов и q_s – порядок точности по s -ой компоненте искомой функции. Причем, в общем случае они могут быть различны по каждой из компонент. Отличие рассматриваемого метода от общей схемы явного метода Рунге–Кутты интегрирования систем обыкновенных дифференциальных уравнений, заключается в том, что вся информация о значениях $k_{sw}(h)$, полученная на w -этапе, по мере получения сразу используется в вычислительном процессе. Это обстоятельство позволяет построить методы, для которых в пределах групп уравнений (2), (3) справедливы соотношения

$$m(q_g) = q_g - 1, \quad q_g \leq 5; \quad g = 1, \dots, n.$$

О ХАРАКТЕРИЗАЦИИ СУБГАРМОНИЧЕСКИХ В КРУГЕ ФУНКЦИЙ, ИМЕЮЩИХ СТЕПЕННОЙ РОСТ ВБЛИЗИ ГРАНИЧНОЙ ОКРУЖНОСТИ

О.В. ОХЛУПИНА

Брянский государственный университет, 242036, г. Брянск, ул. Бежицкая, 14,

тел.: (4832)66648

e-mail: helgal31081@yandex.ru

Пусть $D = \{z: |z| < 1\}$ – единичный круг на комплексной плоскости, Γ – граница D , $SH(D)$ – множество субгармонических функций в D .

Для дальнейшего изложения рассмотрим факторы бесконечного произведения, введенные М.М. Джрбашяном (см. [1]):

$$A_{\beta}(z, \zeta) = \left(1 - \frac{z}{\zeta}\right) \exp \left\{ -\frac{\beta}{\pi} \int_D \frac{(1-|t|^2)^{\beta} \log \left|1 - \frac{t}{\zeta}\right|}{(1-\bar{t}z)^{\beta+2}} dm_2(t) \right\},$$

где $z, \zeta \in D$, $\zeta \neq 0$, $\beta > -1$.

Введем также в рассмотрение характеристику Неванлинны $T(r, u)$ функции $u(z)$ (см. [2]). Если $u \in SH(D)$, то $T(r, u) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} u^+(re^{i\varphi}) d\varphi$, где $u^+(z) = \max\{0, u(z)\}$.

Для $\alpha > 0$ рассмотрим класс $SH_{\alpha}(D)$ функций u , субгармонических в единичном круге D , для которых справедлива следующая оценка: $T(r, u) \leq \frac{C_u}{(1-r)^{\alpha}}$, $0 \leq r < 1$, C_u – некоторая положительная константа, зависящая только от u .

При $\alpha = 0$ по классическому результату Р. Неванлинны класс $SH_0(D)$ совпадает с классом функций u , допускающих в единичном круге D следующее представление:

$$u(z) = \iint_D \log \left| \frac{\zeta - z}{1 - \bar{\zeta}z} \right| d\mu(\zeta) + \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \frac{1-|z|^2}{|1 - e^{-i\theta}z|^2} d\psi(\theta),$$

где $\psi(\theta)$ – функция ограниченной вариации на $[-\pi; \pi]$, мера $\mu(\zeta)$ удовлетворяет условию $\iint_D (1-|\zeta|) d\mu(\zeta) < +\infty$.

При $\alpha > 0$ метод, применяемый Р. Неванлинной не проходит, так как функции класса $SH_{\alpha}(D)$ могут не иметь граничных значений на единичной окружности. Применение подхода, изложенного в статьях [3] и [4], позволило получить основной результат данной работы. Для его формулировки введем хорошо известный класс Бесова $B_s^{1, \infty}$ на единичной окружности Γ :

$$B_s^{1, \infty} = \left\{ \psi \in L_1[-\pi; \pi] : \int_0^1 \frac{\|\Delta_t^2 \psi\|_{L_1}}{t^s} dt < +\infty \right\},$$

где $\Delta_t^2 \psi(e^{i\theta}) = \psi(e^{i(\theta+t)}) - 2\psi(e^{i\theta}) + \psi(e^{i(\theta-t)})$, $\theta \in [-\pi; \pi]$, $t \in [0; 1]$.

Теорема. Класс функций $SH_{\alpha}(D)$, $\alpha > 0$, совпадает с классом функций u , допускающих следующее представление в D :

$$u(z) = \iint_D \log |A_\beta(z, \zeta)| d\mu(\zeta) + \operatorname{Re} \left\{ \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \frac{\psi(e^{i\theta}) d\theta}{(1 - e^{-i\theta} z)^{\beta+1}} \right\},$$

где $z \in D$, $\psi(e^{i\theta})$ – произвольная вещественнозначная функция из класса $B_{\beta-\alpha+1}^{1,\infty}$, $\beta \geq \alpha$, $\mu(\zeta)$ – представляющая мера функции u в разложении Рисса, удовлетворяющая условию: $\iint_D (1 - |\zeta|)^{\alpha+2} d\mu(\zeta) < +\infty$.

Замечание. В случае, когда функция u имеет вид: $u(z) = \log |f(z)|$, где $z \in D$, f – аналитическая функция в D , аналогичное представление получено в работе [3].

Литература

1. Джрбашян М.М. К проблеме представимости аналитических функций // Сообщ. ин-та математики и механики АН Арм. ССР. 1948. Т. 3. № 1.
2. Хейман У., Кеннеди П. Субгармонические функции. М.: Мир, 1980.
3. Shamoyan F.A., Shubabko E.N. Parametrical representations of some classes of holomorphic functions in the disk // Operator Theory: Advanced and Applications. 2000. Vol. 113.
4. Охлупина О.В. Описание класса субгармонических в единичном круге функций, характеристика Неванлинны которых принадлежит весовым L^p – пространствам // Вестник Самарского государственного университета. Самара: изд-во СамГУ. 2007.-Вып. 9/1(59).

О РЕШЕНИИ ТРЕХЭЛЕМЕНТНОЙ ЗАДАЧИ ТИПА КАРЛЕМАНА ДЛЯ ТРИАНАЛИТИЧЕСКИХ ФУНКЦИЙ В КРУГЕ

Н.Р. ПЕРЕЛЬМАН

Смоленский государственный университет, г. Смоленск

1. Постановка задачи. Пусть $T^+ = \{z : |z| < 1\}$, $L = \{t : |t| = 1\}$, $z = x + iy$. Рассматривается следующая краевая задача, сформулированная К.М. Расуловым (см. [1, с. 287]).

Требуется найти все трианалитические в T^+ функции $F(z) = U(x, y) + iV(x, y)$, непрерывно продолжаемые на L вместе со своими частными производными до второго порядка включительно и удовлетворяющие следующим краевым условиям:

$$\frac{\partial^2 F^+[\alpha(t)]}{\partial x^2} = G_{11}(t) \overline{\frac{\partial^2 F^+(t)}{\partial x^2}} + G_{21}(t) \frac{\partial^2 F^+(t)}{\partial x^2} + g_1(t), \quad (1)$$

$$\frac{\partial^2 F^+[\alpha(t)]}{\partial x \partial y} = -G_{12}(t) \overline{\frac{\partial^2 F^+(t)}{\partial x \partial y}} + G_{22}(t) \frac{\partial^2 F^+(t)}{\partial x \partial y} + ig_2(t), \quad (2)$$

$$\frac{\partial^2 F^+[\alpha(t)]}{\partial y^2} = G_{13}(t) \overline{\frac{\partial^2 F^+(t)}{\partial y^2}} + G_{23}(t) \frac{\partial^2 F^+(t)}{\partial y^2} + (-1)g_3(t), \quad (3)$$

где $G_{1k}(t), G_{2k}(t), g_k(t)$ ($k=1, 2, 3$) – заданные на L комплекснозначные функции, $G_{1k}(t), G_{2k}(t) \in H^{(5-k)}(L)$, $g_k(t) \in H^{(2)}(L)$, причем $G_{1k}(t) \neq 0$ на L ; $\alpha(t)$ – функция сдвига контура L , удовлетворяющая условию Карлемана, т.е.

$$\alpha[\alpha(t)] = t. \quad (*)$$

Кроме того, без ограничения общности всюду в дальнейшем будем считать, что $F(0) = 0$.

Следуя [1], сформулированную задачу назовем *трехэлементной задачей типа Карлемана для трианалитических функций* или, короче, *задачей $K_{1,3}$* .

В данном сообщении устанавливается алгоритм решения задачи $K_{1,3}$ в случае выполнения следующих условий:

$$\begin{aligned} a_k(t) \cdot a_k[\alpha(t)] + \overline{b_k(t)} \cdot b_k[\alpha(t)] &\equiv 1, \\ a_k[\alpha(t)] \cdot b_k(t) + \overline{a_k(t)} \cdot b_k[\alpha(t)] &\equiv 0, \\ a_k[\alpha(t)] \cdot h_k(t) + b_k[\alpha(t)] \cdot \overline{h_k(t)} + h_k[\alpha(t)] &\equiv 0, \quad k = 1, 2, 3. \end{aligned}$$

Литература

1. Расулов К.М. Краевые задачи для полианалитических функций и некоторые их приложения. Смоленск: Изд-во СГПУ, 1998. 345 с.

О РЕШЕНИИ ЧЕТЫРЕХЭЛЕМЕНТНОЙ КРАЕВОЙ ЗАДАЧИ ТИПА КАРЛЕМАНА ДЛЯ БИАНАЛИТИЧЕСКИХ ФУНКЦИЙ В ПОЛУВЫРОЖДЕННОМ СЛУЧАЕ

К.М. РАСУЛОВ, Н.Н. БОГДАНОВА

Смоленский государственный университет, г. Смоленск
e-mail: icspgu@sci.smolensk.ru (с пометкой «Для Расулова»)

1. Постановка задачи. Пусть T^+ – конечная односвязная область на расширенной плоскости комплексного переменного $z = x + iy$, ограниченная простым гладким замкнутым контуром L , а $T^- = \overline{C} \setminus (T^+ \cup L)$. Для определенности будем предполагать, что начало координат принадлежит области T^+ .

Далее будем пользоваться в основном терминами и обозначениями, принятыми в монографиях [3], [6]. Рассмотрим следующую краевую задачу.

Требуется найти все кусочно бианалитические функции $F(z) = \{F^+(z), F^-(z)\}$ класса $A_2(T^\pm) \cap H^{(2)}(L)$, исчезающие на бесконечности и удовлетворяющие на контуре L следующим условиям:

$$A_{11}(t) \frac{\overline{\partial F^+(t)}}{\partial x} + A_{12}(t) \frac{\partial F^+[\alpha(t)]}{\partial x} = G_{11}(t) \frac{\overline{\partial F^-(t)}}{\partial x} + G_{12}(t) \frac{\partial F^-[\alpha(t)]}{\partial x} + g_1(t), \quad (1)$$

$$A_{21}(t) \frac{\overline{\partial F^+(t)}}{\partial y} - A_{22}(t) \frac{\partial F^+[\alpha(t)]}{\partial y} = G_{21}(t) \frac{\overline{\partial F^-(t)}}{\partial y} - G_{22}(t) \frac{\partial F^-[\alpha(t)]}{\partial y} - ig_2(t), \quad (2)$$

где $A_{kj}(t), G_{kj}(t), g_j(t)$ ($k=1, 2; j=1, 2$) - заданные на L комплекснозначные функции класса $H(L)$ (Гельдера), i - мнимая единица, $\alpha(t)$ - прямой или обратный сдвиг контура L , удовлетворяющий условию Карлемана

$$\alpha[\alpha(t)] = t, \quad (3)$$

причем $\alpha'(t) \in H(L)$.

Сформулированную задачу будем называть *первой основной четырехэлементной краевой задачей типа Карлемана в классах бианалитических функций*, или, короче, - *задачей K_{41}* , а соответствующую однородную задачу ($g_1(t) \equiv g_2(t) \equiv 0$) - *задачей K_{41}^0* .

Сразу отметим, что в частном случае, когда

$$A_{12}(t) \equiv A_{22}(t) \equiv G_{12}(t) \equiv G_{22}(t) \equiv 0, \quad A_{11}(t) \equiv A_{21}(t) \equiv 1,$$

задача K_{41} элементарно сводится к основной (двухэлементной) краевой задаче типа Римана для бианалитических функций, сформулированной Ф.Д. Гаховым в его известной монографии (см. [3], с. 319).

Если же, например, на контуре L выполняются условия:

$$A_{11}(t) \equiv A_{21}(t) \equiv G_{12}(t) \equiv G_{22}(t) \equiv 0, \quad A_{12}(t) \equiv A_{22}(t) \equiv 1,$$

то задача K_{41} представляет собой основную (двухэлементную) краевую задачу типа Газемана для бианалитических функций. Двухэлементные задачи типа задачи Римана и типа задачи Газемана для бианалитических функций в случае произвольных конечносвязных областей с гладкими границами подробно исследованы в работах К.М. Расулова (см., например, монографию [8] и имеющуюся там библиографию). При условии $A_{11}(t) \equiv A_{21}(t) \equiv 0, A_{12}(t) \equiv A_{22}(t) \equiv 1$ и $\alpha(t) \equiv t$ задача K_{41} изучалась в работах [1], [2].

Следует отметить, что в частном случае, когда $\alpha(t) \equiv t$, задача K_{41} была исследована в диссертации Ю.А. Медведева [5].

В настоящем сообщении задача K_{41} исследуется в указанной выше постановке в случае, когда контуром L является единичная окружность: $L = \{t : |t| = 1\}$, а $T^+ = \{z : |z| < 1\}$. Кроме того, в дальнейшем без ограничения

общности будем считать, что выполняется следующее начальное условие:

$$F^+(0) = 0. \quad (4)$$

2. О сведении задачи K_{41} к двум трехэлементным векторно-матричным задачам Римана для аналитических функций. При исследовании задачи K_{41} важную роль играет следующее утверждение, доказанное в работе авторов [7].

Теорема 1. *Если на контуре $L = \{t : |t| = 1\}$ выполняются условия*

$$\delta_k(t) = \overline{A_{k1}(t)G_{k1}[\alpha(t)] - A_{k2}[\alpha(t)]\overline{G_{k2}(t)}} \neq 0, \quad t \in L, \quad k = 1, 2, \quad (5)$$

то решение задачи K_{41} сводится к решению следующих двух векторно-матричных задач типа Римана относительно кусочно аналитических вектор-функций:

$$\psi_k^+(t) = W_{k1}(t)\psi_k^-(t) + W_{k2}(t)\psi_k^-[\alpha(t)] + Q_k(t), \quad t \in L, \quad k = 1, 2, \quad (6)$$

$$\text{где } \psi_k^\pm(z) = \begin{pmatrix} \psi_{k1}^\pm(z) \\ \psi_{k2}^\pm(z) \end{pmatrix},$$

$$\psi_{k1}^\pm(z) = \Phi_k^\pm(z), \quad \psi_{k2}^\pm(z) = \frac{1}{z} \overline{\Phi_k^\mp\left(\frac{1}{z}\right)}, \quad z \in T^\pm, \quad (7)$$

$$\Phi_k^\pm(z) = z \frac{d\varphi_0^\pm(z)}{dz} + \frac{d\varphi_1^\pm(z)}{dz} + (-1)^{k-1} z \varphi_1^\pm(z), \quad z \in T^\pm, \quad (8)$$

$$W_{k1}(t) = \begin{pmatrix} \frac{\Delta_{k1}(t)}{\delta_k(t)} & 0 \\ 0 & \frac{V_{k2}[\alpha(t)]}{\delta_k[\alpha(t)]} \end{pmatrix}, \quad W_{k2}(t) = \begin{pmatrix} 0 & \frac{t[\alpha(t)]^2 \Delta_{k2}(t)}{\delta_k(t)} \\ \frac{V_{k1}[\alpha(t)]}{t^2[\alpha(t)]\delta_k[\alpha(t)]} & 0 \end{pmatrix}, \quad Q_k(t) = \begin{pmatrix} \frac{t \cdot Q_{k1}(t)}{\delta_k(t)} \\ \frac{Q_{k2}[\alpha(t)]}{t^2 \delta_k[\alpha(t)]} \end{pmatrix}, \quad (9)$$

$$\Delta_{k1}(t) = \overline{G_{k1}(t)G_{k1}[\alpha(t)] - G_{k2}(t)G_{k2}[\alpha(t)]},$$

$$\Delta_{k2}(t) = A_{k1}[\alpha(t)]\overline{G_{k2}(t)} - \overline{A_{k2}(t)G_{k1}[\alpha(t)]},$$

$$V_{k1}(t) = A_{k2}[\alpha(t)]\overline{G_{k1}(t)} - \overline{A_{k1}(t)G_{k2}[\alpha(t)]},$$

$$V_{k2}(t) = A_{k1}[\alpha(t)]\overline{A_{k1}(t)} - \overline{A_{k2}[\alpha(t)]A_{k2}(t)},$$

$$Q_{k1}(t) = \overline{g_k(t)G_{k1}[\alpha(t)] - G_{k2}(t)g_k[\alpha(t)]},$$

$$Q_{k2}(t) = \overline{g_k(t)A_{k2}[\alpha(t)] - A_{k1}(t)g_k[\alpha(t)]}.$$

Таким образом, проблема исследования задачи K_{41} в классах кусочно бианалитических функций сводится к проблеме исследования двух векторно-матричных задач Римана вида (6).

Из краевых условий (6) видно, что если выполняются условия (5), то целесообразно изучать векторно-матричные задачи Римана вида (6) (а значит, и краевую задачу K_{41}) отдельно в следующих четырех случаях.

I. $\det W_{k1}(t) \neq 0$ и $\det W_{k2}(t) \neq 0$, $t \in L$, $k = 1, 2$ (*невыврожденный случай*).

II. $\det W_{k_1}(t) \neq 0$, а $\det W_{k_2}(t) \equiv 0$, $t \in L$, $k=1,2$ (1-й полувыврожденный случай).

III. $\det W_{k_2}(t) \neq 0$, а $\det W_{k_1}(t) \equiv 0$, $t \in L$, $k=1,2$ (2-й полувыврожденный случай).

IV. $\det W_{k_1}(t) \equiv 0$, $\det W_{k_2}(t) \equiv 0$, $t \in L$, $k=1,2$ (вырожденный случай).

В случае **I** метод решения задачи K_{41} установлен в работе авторов [7]. В настоящем сообщении ограничимся решением задачи K_{41} в случаях **II** и **III**.

3. Решение задачи K_{41} в первом полувыврожденном случае. Пусть $\delta_k(t) \neq 0$, $\det W_{k_1}(t) \neq 0$, а $\det W_{k_2}(t) \equiv 0$, $t \in L$, $k=1,2$. Поскольку $\Delta_{k_2}(t) = -\overline{V_{k_1}[\alpha(t)]}$, то из условий $\det W_{k_1}(t) \neq 0$ и $\det W_{k_2}(t) \equiv 0$, $t \in L$, будем иметь:

$$\Delta_{k_1}(t) \cdot V_{k_2}(t) \neq 0 \text{ и } \Delta_{k_2}(t) \equiv 0, V_{k_1}(t) \equiv 0, t \in L \text{ (} k=1,2; j=1,2 \text{)}. \quad (10)$$

С учетом (9) и (10) в «развернутой форме» краевые условия (6) примут вид:

$$\left\{ \begin{array}{l} \Psi_{k_1}^+(t) = \frac{\Delta_{k_1}(t)}{\delta_k(t)} \Psi_{k_1}^-(t) + \frac{t Q_{k_1}(t)}{\delta_k(t)}, \\ \Psi_{k_2}^+(t) = \frac{V_{k_2}[\alpha(t)]}{\delta_k[\alpha(t)]} \Psi_{k_2}^-(t) + \frac{Q_{k_2}[\alpha(t)]}{t^2 \delta_k[\alpha(t)]}, \quad k=1,2. \end{array} \right. \quad (11)$$

Очевидно, что каждое из равенств системы (11) (при фиксированном значении параметра k) представляет собой краевое условие обычной скалярной задачи Римана относительно исчезающей на бесконечности кусочно аналитической функции $\psi_{kj}(z) = \{\psi_{kj}^+(z), \psi_{kj}^-(z)\}$ ($k=1,2; j=1,2$) с линией скачков L (см., например, [3, с. 109]).

Таким образом, справедливо следующее утверждение.

Теорема 2. Если на $L = \{t: |t|=1\}$ выполняются условия (5) и $\det W_{k_1}(t) \neq 0$, $\det W_{k_2}(t) \equiv 0$, $t \in L$, $k=1,2$, то решение задачи K_{41} сводится к решению четырех обычных скалярных задач Римана в классах исчезающих на бесконечности кусочно аналитических функций с линией скачков L . При этом задача K_{41} разрешима тогда и только тогда, когда одновременно разрешимы эти краевые задачи и выполнены условия

$$\Phi_1^+(0) = \Phi_2^+(0) = \frac{d\varphi_1^+(0)}{dz}. \quad (12)$$

4. О решении задачи K_{41} во втором полувыврожденном случае. Пусть $\delta_k(t) \neq 0$, $\det W_{k_2}(t) \neq 0$, а $\det W_{k_1}(t) \equiv 0$, $t \in L$, $k=1,2$. В этом случае в силу (9) имеем:

$$\Delta_{k_1}(t) \cdot V_{k_2}(t) \equiv 0 \text{ и } \Delta_{k_2}(t) \neq 0, V_{k_1}(t) \neq 0, t \in L \text{ (} k=1,2; j=1,2 \text{)}. \quad (13)$$

Первое из условий (13) выполняется, например, при $V_{k2}(t) \equiv 0$ или $\Delta_{k1}(t) \equiv 0$.

Предположим, что выполняется условие $V_{k2}(t) \equiv 0$ и $\alpha(t)$ – прямой сдвиг контура L . Тогда в «развернутой форме» записи краевые условия (6) примут вид:

$$\begin{cases} \psi_{k1}^+(t) = \frac{\Delta_{k1}(t)}{\delta_k(t)} \psi_{k1}^-(t) + \frac{t \cdot [\alpha(t)]^2 \Delta_{k2}(t)}{\delta_k(t)} \psi_{k2}^-[\alpha(t)] + \frac{t Q_{k1}(t)}{\delta_k(t)}, \\ \psi_{k2}^+(t) = \frac{V_{k1}[\alpha(t)]}{t^2 \cdot [\alpha(t)] \delta_k[\alpha(t)]} \psi_{k1}^-[\alpha(t)] + \frac{Q_{k2}[\alpha(t)]}{t^2 \delta_k[\alpha(t)]}, \quad k = 1, 2. \end{cases} \quad (14)$$

Зафиксировав значение параметра k , перепишем первое равенство системы (14) в следующем виде

$$\psi_{k1}^+(t) = D_{k1}(t) \psi_{k1}^-(t) + q_{k1}(t), \quad t \in L, \quad (15)$$

где

$$D_{k1}(t) = \frac{\Delta_{k1}(t)}{\delta_k(t)}, \quad q_{k1}(t) = \frac{t \cdot [\alpha(t)]^2 \Delta_{k2}(t)}{\delta_k(t)} \psi_{k2}^-[\alpha(t)] + \frac{t Q_{k1}(t)}{\delta_k(t)}. \quad (15a)$$

Предположим временно, что $q_{k1}(t)$ известная функция. Тогда равенство (15) (при фиксированном значении параметра k) представляет собой краевое условие обычной скалярной задачи Римана относительно исчезающей на бесконечности кусочно аналитической функции $\psi_{k1}(z) = \{\psi_{k1}^+(z), \psi_{k1}^-(z)\}$ с линией скачков L (см., например, [3, с. 109]).

Обозначим через $\chi_{k1} = \text{Ind} D_{k1}(t)$ индекс задачи Римана (15). Как известно (см., например, [3, с. 113]), если $\chi_{k1} \geq 0$, то скалярная задача Римана (15) безусловно разрешима и ее общее решение задается формулой:

$$\psi_{k1}^\pm(z) = \frac{X_{k1}^\pm(z)}{2\pi i} \int_L \frac{q_{k1}(\tau)}{X_{k1}^+(\tau)} \frac{d\tau}{\tau - z} + X_{k1}^\pm(z) P_{\chi_{k1}-1}(z), \quad z \in T^\pm, \quad (16)$$

где $X_{k1}^\pm(z)$ – канонические функции задачи Римана (15), а $P_{\chi_{k1}-1}(z)$ – произвольный многочлен степени не выше $\chi_{k1} - 1$. Если же $\chi_{k1} < 0$, то при выполнении следующих $-\chi_{k1}$ условий разрешимости

$$\int_L \frac{q_{k1}(\tau)}{X_{k1}^+(\tau)} \tau^{m-1} d\tau = 0, \quad m = 1, 2, \dots, -\chi_{k1}, \quad (17)$$

единственное решение задачи Римана (15) также задается формулой (16), где $P_{\chi_{k1}-1}(z) \equiv 0$.

Переходя к пределу при $z \rightarrow t \in L$ и с учетом формул Сохоцкого (см.,

например, [3, с. 38]), а также обозначений (15а), из (16) будем иметь:

$$\begin{aligned} \psi_{k_1}^-(t) = & -\frac{1}{2} \frac{t \cdot [\alpha(t)]^2 \Delta_{k_2}(t)}{\Delta_{k_1}(t)} \psi_{k_2}^-[\alpha(t)] + \frac{X_{k_1}^-(t)}{2\pi i} \int_L \frac{\tau \cdot [\alpha(\tau)]^2 \Delta_{k_2}(\tau) \psi_{k_2}^-[\alpha(\tau)] d\tau}{\delta_k(\tau) \cdot X_{k_1}^+(\tau) \tau - t} - \\ & - \frac{1}{2} \frac{t \cdot Q_{k_1}(t)}{\Delta_{k_1}(t)} + \frac{X_{k_1}^-(t)}{2\pi i} \int_L \frac{\tau \cdot Q_{k_1}(\tau)}{\delta_k(\tau) \cdot X_{k_1}^+(\tau) \tau - t} d\tau + X_{k_1}^-(t) P_{\chi_{k_1-1}}(t). \end{aligned} \quad (18)$$

В силу того, что $\psi_{k_2}^-(t)$ – граничное значение аналитической в T^- и исчезающей на бесконечности функции $\psi_{k_2}^-(z)$, будет справедливо равенство (см., например, [3, с. 40]):

$$\frac{1}{2} \psi_{k_2}^-(t) = -\frac{1}{2\pi i} \int_L \frac{\psi_{k_2}^-(\tau) d\tau}{\tau - t}, \quad t \in L. \quad (19)$$

Из (19) легко получить (с учетом того, что $\alpha(t)$ – прямой сдвиг контура L) следующее соотношение:

$$\frac{1}{2} \psi_{k_2}^-[\alpha(t)] = -\frac{1}{2\pi i} \int_L \frac{\psi_{k_2}^-[\alpha(\tau)] \cdot \alpha'(\tau) d\tau}{\alpha(\tau) - \alpha(t)}, \quad t \in L. \quad (20)$$

Наконец, с учетом (20) из формулы (18) будем иметь:

$$\psi_{k_1}^-(t) = -\frac{t \cdot [\alpha(t)]^2 \Delta_{k_2}(t)}{\Delta_{k_1}(t)} \psi_{k_2}^-[\alpha(t)] + \int_L B_{k_1}(t, \tau) \psi_{k_2}^-[\alpha(\tau)] d\tau + M_{k_1}(t), \quad (21)$$

где

$$B_{k_1}(t, \tau) = \frac{X_{k_1}^-(t)}{2\pi i} \left\{ \frac{\tau \cdot [\alpha(\tau)]^2 \Delta_{k_2}(\tau)}{\delta_k(\tau) \cdot X_{k_1}^+(\tau)} \frac{1}{\tau - t} - \frac{t \cdot [\alpha(t)]^2 \Delta_{k_2}(t)}{\delta_k(t) \cdot X_{k_1}^+(t)} \frac{\alpha'(\tau)}{\alpha(\tau) - \alpha(t)} \right\}, \quad (22)$$

$$M_{k_1}(t) = -\frac{1}{2} \frac{t \cdot Q_{k_1}(t)}{\Delta_{k_1}(t)} + \frac{X_{k_1}^-(t)}{2\pi i} \int_L \frac{\tau \cdot Q_{k_1}(\tau)}{\delta_k(\tau) \cdot X_{k_1}^+(\tau) \tau - t} d\tau + X_{k_1}^-(t) P_{\chi_{k_1-1}}(t).$$

Несложно проверить, что при сделанных в условии задачи \mathbf{K}_{41} предположениях относительно заданных на контуре L функций $A_{kj}(t)$, $G_{kj}(t)$, $g_j(t)$ ($k=1,2; j=1,2$) и $\alpha(t)$, будем иметь: $M_{k_1}(t) \in H(L)$, а $B_{k_1}(t, \tau) \in H_*(L \times L)$, т.е. $B_{k_1}(t, \tau)$ – фредгольмовы ядра.

В формулу (21) вместо t подставим функцию сдвига $\alpha(t)$:

$$\psi_{k_1}^-[\alpha(t)] = -\frac{t^2 [\alpha(t)] \Delta_{k_2}[\alpha(t)]}{\Delta_{k_1}[\alpha(t)]} \psi_{k_2}^-[\alpha(t)] + \int_L B_{k_1}[\alpha(t), \alpha(\tau)] \psi_{k_2}^-[\alpha(\tau)] \alpha'(\tau) d\tau + M_{k_1}[\alpha(t)]. \quad (23)$$

Подставив в правую часть второго равенства системы (14) вместо функции $\psi_{k_1}^-[\alpha(t)]$ ее значение, задаваемое формулой (23), будем иметь:

$$\psi_{k_2}^+(t) = D_{k_2}(t) \psi_{k_2}^-[\alpha(t)] + \int_L B_{k_2}(t, \tau) \psi_{k_2}^-[\alpha(\tau)] d\tau + q_{k_2}(t), \quad t \in L, \quad (24)$$

где

$$D_{k_2}(t) = -\frac{V_{k_1}[\alpha(t)]\Delta_{k_2}[\alpha(t)]}{\delta_k[\alpha(t)]\Delta_{k_1}[\alpha(t)]},$$

$$B_{k_2}(t, \tau) = \frac{V_{k_1}[\alpha(t)]}{t^2[\alpha(t)]\delta_k[\alpha(t)]} B_{k_1}[\alpha(t), \alpha(\tau)]\alpha'(\tau), \quad (25)$$

$$q_{k_2}(t) = \frac{V_{k_1}[\alpha(t)]}{t^2[\alpha(t)]\delta_k[\alpha(t)]} M_{k_1}[\alpha(t)] + \frac{Q_{k_2}[\alpha(t)]}{t^2\delta_k[\alpha(t)]}.$$

Таким образом, равенство (24) (при каждом фиксированном значении параметра k) представляет собой краевое условие хорошо изученной *обобщенной скалярной задачи Римана нормального типа* относительно исчезающей на бесконечности кусочно аналитической функции $\psi_{k_2}(z) = \{\psi_{k_2}^+(z), \psi_{k_2}^-(z)\}$ (см., например, [3, с. 365] или [6, с. 40]).

Следовательно, установлена справедливость следующего утверждения.

Теорема 3. Пусть на $L = \{t: |t|=1\}$ выполняются условия (5), $\det W_{k_2}(t) \neq 0$ и $V_{k_2}(t) \equiv 0$, $t \in L$, $k=1, 2$, причем $\alpha(t)$ – прямой сдвиг контура L . Тогда решение задачи K_{41} сводится к последовательному решению двух обобщенных скалярных задач Римана вида (24) и двух обычных скалярных задач Римана вида (15) в классах исчезающих на бесконечности кусочно аналитических функций с линией скачков L . При этом задача K_{41} разрешима тогда и только тогда, когда одновременно разрешимы краевые задачи (24), (15) и выполнены условия (12).

Замечание. Важно отметить, что, при выполнении условий теорем 2 и 3, задача K_{41} будет *нетеровой*. Это следует из того, что в рассматриваемом случае скалярные задачи Римана соответствующего вида являются нетеровыми.

Литература

1. Анищенко Н.Г. Трехэлементные краевые задачи типа Римана для бианалитических функций: дис. ... канд. физ.-мат. наук: 01.01.01 Смоленск, 2002. 120 с.
2. Анищенко Н.Г., Зверович Э.И., Расулов К.М. О решении обобщенной краевой задачи типа Римана для бианалитических функций в круге // Докл. НАН Беларуси. 2002. Т.45, № 6. С. 22-25.
3. Гахов Ф.Д. Краевые задачи. М.: Наука, 1977. 640 с.
4. Литвинчук Г.С. Краевые задачи и сингулярные интегральные уравнения со сдвигом. М.: Наука, 1977. 448 с.
5. Медведев Ю.А. Четырехэлементные краевые задачи типа задачи Римана в классах бианалитических функций: дис. ... канд. физ.-мат. наук: 01.01.01. Смоленск, 2007. 115 с.
6. Расулов К.М. Краевые задачи для полианалитических функций и некоторые их приложения. Смоленск: СГПУ, 1998. 344 с.

7. Богданова Н.Н., Расулов К.М. О решении невырожденной четырехэлементной краевой задачи типа Карлемана для бианалитических функций в круге // Известия Саратовского университета. Серия: Математика. Механика. Информатика. Вып. 1. Саратов, 2009. Т. 9. (в печати).

БАЗИСЫ В ВЕСОВЫХ ПРОСТРАНСТВАХ ФУНКЦИЙ, АНАЛИТИЧЕСКИХ В НЕКОТОРЫХ КЛАССАХ ОБЛАСТЕЙ, ОГРАНИЧЕННЫХ СПРЯМЛЯЕМОЙ КРИВОЙ

Н.М. ТКАЧЕНКО

Брянский государственный университет имени академика И.Г. Петровского, г. Брянск
e-mail: tkachenkonm@yandex.ru

Пусть $S = \{z \in \mathbb{C} : |z| < 1\}$; G – некоторая односвязная область на комплексной плоскости \mathbb{C} ; функция φ конформно отображает S на G , ψ – обратная функция для φ ; $d(w, \partial G)$ – расстояние от точки w до границы ∂G .

Пусть также $L^p_\beta(G)$ – класс измеримых по Лебегу в области G функций f таких, что $\int_G |f(w)|^p d^\beta(w, \partial G) dm_2(w) < +\infty$, $0 < p < +\infty$, $\beta > -1$, где dm_2 – плоская мера Лебега; $A^p_\beta(G)$ – подпространство пространства $L^p_\beta(G)$, состоящее из аналитических функций.

Обозначим (K) – класс кривых, являющихся жордановыми гладкими кривыми всюду, кроме конечного числа точек a_i , $i = 1, 2, \dots, n$, в которых кривая образует углы раствора $\frac{\pi}{\alpha_i}$, $\frac{1}{2} \leq \alpha_i < +\infty$, $i = 1, 2, \dots, n$ (см. [1]); (L) – класс кривых таких, что $l(w_1, w_2) \leq c|w_1 - w_2|$, где $c = \text{const} > 0$, w_1, w_2 – произвольные точки на кривой, $l(w_1, w_2)$ – длина кратчайшей дуги кривой, соединяющей точки w_1, w_2 (см., например, [2]).

В работе [1] для односвязной области G , $\partial G \in (K)$, показано, что система функций $e_k(w) = \sqrt{\frac{k+1}{\pi}} (\psi(w))^k \psi'(w)$, $k = 0, 1, 2, \dots$, является базисом в пространстве $A^p_0(G)$, если $p \in \left(2 - \alpha, \frac{2 - \alpha}{1 - \alpha}\right)$ при $\frac{1}{2} \leq \alpha < 1$, и если $p \in (1, +\infty)$ при $\alpha \geq 1$, где $\alpha = \min_{1 \leq i \leq n} \alpha_i$.

В нашей работе мы строим систему функций, являющуюся базисом в пространстве $A^p_\beta(G)$, $\partial G \in (L)$, при всех $1 < p < +\infty$.

Для доказательства основной теоремы нам понадобится следующее утверждение, которое легко выводится из теоремы Кебе (см. [3]).

Лемма 1. При вышеуказанных соглашениях справедливы неравенства:

$$\frac{1}{4} \frac{d(\varphi(z), \partial G)}{1-|z|} \leq |\varphi'(z)| \leq 4 \frac{d(\varphi(z), \partial G)}{1-|z|}.$$

Опираясь на результаты работы [4], мы получаем.

Лемма 2 (см. [5]). Пусть G – односвязная ограниченная область, $\partial G \in (L)$, функция φ конформно отображает S на G , причем $\varphi(0) = w_0$, w_0 – некоторая точка из G , $\varphi'(0) > 0$. Пусть также $\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = 1$, $\zeta \in S$. Тогда при $1 < p < +\infty$ справедлива оценка

$$\int_S \frac{|\varphi'(z)|^{\beta+2-(\beta/2+1)p} (1-|z|)^\beta \chi_\gamma^p(z)}{(1-|\bar{\zeta}z|)^\beta} dm_2(z) \leq c |\varphi'(\zeta)|^{\beta+2-(\beta/2+1)p} \chi_\gamma^p(\zeta),$$

где $\chi_\gamma(\zeta) = (1-|\zeta|)^{-\gamma/pq}$, $1 < \gamma/q < \beta + 1$.

На основании лемм 1 и 2 в нашей работе доказывается следующий основной результат.

Теорема. Пусть G – односвязная ограниченная область, $\partial G \in (L)$, функция φ конформно отображает S на G , причем $\varphi(0) = w_0$, w_0 – некоторая точка из G , $\varphi'(0) > 0$, ψ – обратная функция для φ . Тогда при

всех $1 < p < +\infty$, $\beta > \max \left\{ p-2, 0, \frac{2-p}{p-1} \right\}$, система функций

$$e_k(w) = \sqrt{\frac{1}{2\pi\beta} \frac{\Gamma(n+\beta)}{\Gamma(n+1)\Gamma(\beta)}} (\psi(w))^k (\psi'(w))^{\frac{\beta+1}{2}}, k = 0, 1, 2, \dots,$$

образует базис в пространстве $A_\beta^p(G)$.

Литература

1. Шихватов А.М. Об L^p -пространствах функций, аналитических в области с кусочно-аналитической границей // Математические заметки. - 1976. Т.20, №4. С. 537-548.
2. Альфорс Л. Лекции по квазиконформным отображениям. М.: Мир, 1969.
3. Голузин Г.М. Геометрическая теория функций комплексного переменного. М.: Наука, 1966.
4. Pommerenke Ch. Schlichte Functionen und analytische Functionen von

beschränkter mittlerer Oszillation // Comment. Math. Helvetici. 1977. V. 52. P. 591-602.

5. Tkachenko N.M., Shamoyan F.A. The Hardy-Littlewood theorem and the operator of harmonic conjugate in some classes of simply connected domains with rectifiable boundary // Журнал математической физики, анализа, геометрии. 2009. Т.5, №2.

О КООРДИНАТИЗАЦИИ АН-ПЛОСКОСТЕЙ

Н.Л. ШАТОХИН

Смоленский государственный университет, г. Смоленск

Известно, что произвольную АН-плоскость [6] можно координатизировать с помощью *H*-тернаргов [2], которые в дальнейшем были названы АН-тернарнами [1]. *H*-тернар представляет собой алгебраическую систему с тернарной, частичной тернарной операциями и некоторым отношением эквивалентности, называемым смежностью, которые связаны между собой 14 аксиомами. Анализируя понятие *H*-тернарна, введенное в [2], видно несоответствие его описания современной символике и терминологии. Не совсем ясна связь между понятиями *H*-тернарна и классического тернарного кольца Холла. Некоторые из аксиом достаточно громоздки или нуждаются в уточнении. Также можно обнаружить, что приведенного в [2] списка аксиом недостаточно для построения АН-плоскости над произвольным *H*-тернарном.

Отмеченные недостатки устраняет понятие АН-тернарна, основанное на обобщенных тернарных кольцах Холла со смежностью (**GHTR**, [3]) и обобщенных частичных тернарных кольцах **GHTR**₀. Также такой подход позволяет выделить в классе **GHTR** тернарные кольца, над которыми можно построить АН-плоскость (см. [5]), названные тернарными кольцами Ельмслева (в обозначении **ETR**), и указать алгебраические условия для кольца с делителями нуля (см. [4]), необходимые и достаточные для построения над ним линейного **ETR**.

Обобщенное тернарное кольцо Холла (**GTR**, см. определение 4 из [3]) – это тернарное кольцо с нулем и единицей, на множестве-носителе **T** которого задано отношение эквивалентности \sim , и при этом выполняются условия:

$$TH1. (\forall a, b, c, d \in \mathbf{T}) (a \dot{+} c \Leftrightarrow ((\exists! x) x = t^l(a, b; c, d))),$$

$$TH2. (\forall a, b, c, d \in \mathbf{T}) (a \dot{+} c \Leftrightarrow ((\exists!(x, y)) x = t^{ms}(a, b; c, d) \& y = t^{rs}(a, b; c, d))).$$

Обобщенное тернарное кольцо Холла $\langle \mathbf{T}; t, 0, 1, \sim \rangle$ такое, что фактор-алгебра $\langle \mathbf{T}/\sim; t_{\sim}, [0]_{\sim}, [1]_{\sim} \rangle$ является тернарным кольцом Холла, называется

обобщенным тернарным кольцом Холла со смежностью и обозначается **GHTR**.

С каждым **GHTR** можно связать алгебру $A(\mathcal{T}) = \langle \mathcal{T}; +, \oplus, \cdot, 0, 1 \rangle$, (см. [3]), которая называется алгеброй ассоциированной с этим кольцом. Справедливо следующее утверждение ([3], теорема 4):

В алгебре, ассоциированной с произвольным тернарным кольцом **GHTR**, имеют место свойства:

- 1) $\langle \mathcal{T}; + \rangle$ и $\langle \mathcal{T}; \oplus \rangle$ – луны с нейтралом 0;
- 2) $\langle \mathcal{T}^*; \cdot \rangle$, где $\mathcal{T}^* = \mathcal{T} \setminus \mathcal{D}$, является луной с нейтралом 1;
- 3) $\langle \mathcal{D}; + \rangle$ и $\langle \mathcal{D}; \oplus \rangle$ – подлуны лун $\langle \mathcal{T}; + \rangle$ и $\langle \mathcal{T}; \oplus \rangle$, соответственно;
- 4) \mathcal{D} – идеал алгебры $A(\mathcal{T})$;
- 5) для любого $a \in \mathcal{T}$ выполняются условия $a \cdot 0 = 0 \cdot a = 0$ и $a \cdot 1 = 1 \cdot a = a$;
- 6) если $a \neq 0$ и $b \in \mathcal{T}$, то каждое из уравнений $x \cdot a = b$ и $a \cdot x = b$ имеет единственное решение;
- 7) если $a \neq 0$, $a \cdot b \sim a \cdot c$ или $b \cdot a \sim c \cdot a$, то $b \sim c$;
- 8) если $a \neq 0$, $a \cdot b = a \cdot c$ или $b \cdot a = c \cdot a$, то $b = c$;
- 9) $\mathcal{D}_r = \mathcal{D}_l = \mathcal{D}_0 = \mathcal{D}$.

(Здесь \mathcal{D}_r , \mathcal{D}_l , \mathcal{D}_0 – множества, состоящие из нуля и, соответственно, правых, левых, двусторонних делителей нуля, а \mathcal{D} – множество элементов, смежных с нулем).

В [5] доказано, что сужение тернарной операции t произвольного тернарного кольца на множество $\mathcal{T} \times \mathcal{D} \times \mathcal{T}$ приводит к частичной тернарной алгебре $\langle \mathcal{T}; t_0, 0, 1, \sim \rangle$, которая называется обобщенным частичным тернарным кольцом со смежностью \sim и обозначается **GHTR**₀.

Справедливо следующее утверждение.

В частичной алгебре $A(\mathcal{T}_0) = \langle \mathcal{T}; +_0, \cdot, 0, 1 \rangle$ ассоциированной с произвольным **GHTR**₀, выполняются следующие свойства:

- 1) $(\forall a \in \mathcal{T}) (\forall b \in \mathcal{D}) (a \cdot 0 = 0 \cdot b = 0 \ \& \ 1 \cdot b = b)$;
- 2) $(\forall a \in \mathcal{D}) (\forall b \in \mathcal{T}) (a +_0 0 = a \ \& \ 0 +_0 b = b)$;
- 3) $(a \cdot b = b \ \& \ b \in \mathcal{D} \setminus \{0\}) \Rightarrow a = 1$;
- 4) при $a \in \mathcal{D}$ и $b \in \mathcal{T}$ уравнение $a +_0 x = b$ однозначно разрешимо относительно x . Если x_0 – решение этого уравнения, то $x_0 \sim b$;
- 5) при $a, b \in \mathcal{T}$ уравнение $x +_0 a = b$ не может иметь более одного решения. Это уравнение имеет решение тогда и только тогда, когда $a \sim b$;
- 6) уравнение $a \cdot x = b$ однозначно разрешимо относительно x тогда и только тогда, когда $a \neq 0$, $b \in \mathcal{D}$;
- 7) $\langle \mathcal{D}; +_0 \rangle$ – луна с нейтралом 0;

8) для любого a из T и b из D произведение $a \cdot b \in D$;

9) если $a \cdot b = a \cdot c$ и $a \neq 0$, то $b = c$.

Алгебраическая система $\langle T; t, t_0, 0, 1, \sim \rangle$, где $\langle T; t, 0, 1, \sim \rangle$ – некоторое **GHTR**, а $\langle T; t_0, 0, 1, \sim \rangle$ – **GHTR**₀, называется *АН-тернарном*, если выполняются следующие условия (аксиомы *согласованности тернарных операций* t и t_0).

AK1. $(\forall a_1, a_2, a_4 \in T) (\forall a_3 \in D) ((\exists!(x, y)) (y = t(x, a_1, a_2) \ \& \ x = t_0(y, a_3, a_4)))$,

AK2. $(\forall a_1, a_2, b_1, b_2 \in T (a_1 \sim a_2 \ \& \ b_1 \sim b_2 \ \& \ (a_1, b_1) \neq (a_2, b_2)) ((\exists(x, y)) ((b_i = t(a_i, x, y) \vee a_i = t_0(b_i, x, y)))) (i = 1, 2)$.

Можно установить, что в любой АН-плоскости \mathcal{H} найдется тройка точек p_0, p_1, p_2 такая, что $p_i p_j \neq p_i p_k$ для $i \neq j \neq k \neq i$; $i, j, k \in \{0, 1, 2\}$. Такая тройка точек называется *невыврожденной*. Если p_0, p_1, p_2 – невырожденная тройка точек, то упорядоченная тройка (p_0, p_1, p_2) называется *аффинным репером* R плоскости \mathcal{H} и обозначается $R(p_0, p_1, p_2)$.

Используя аксиоматику АН-плоскостей можно доказать, что над произвольным аффинным репером $R(p_0, p_1, p_2)$ АН-плоскости $\mathcal{H} = \langle \mathcal{P}, \mathcal{L}; I, \parallel, \sim \rangle$ можно построить АН-тернар и над всяким АН-тернарном можно построить некоторую АН-плоскость.

Литература

1. Аргунов Б.И., Емельченков Е.П. Инцидентностные структуры и тернарные алгебры // Успехи математических наук. 1982. Т. 37. Вып. 2/224. С. 3-37.
2. Цыганова В.К. Н-тернар ельмслевова аффинной плоскости // Учёные записки Смоленского пед. института, XVIII. Смоленск, 1967. С. 44-69.
3. Шатохин Н.Л. Обобщенные тернарные кольца Холла со смежностью // Известия вузов. Сев.- Кавк. регион. Ростов на Дону, 2008. № 3. С. 24-31.
4. Шатохин Н.Л. Построение АН-тернарнов над кольцами с делителями нуля // Системы компьютерной математики и их приложения: материалы международной конференции. Смоленск: СмолГУ, 2008. Вып. 9. С. 192-199.
5. Шатохин Н.Л. Тернарные кольца Ельмслева // Системы компьютерной математики и их приложения: материалы международной конференции. Смоленск: СмолГУ, 2008. Вып. 9. С. 186-192.
6. Luneburg H. Affine Hjelmslev-Ebenen mit transitiver Translationsgruppe // Math. Z. 1962. 79. S. 260-288.

О ВТОРОЙ ЧЕТЫРЁХЭЛЕМЕНТНОЙ КРАЕВОЙ ЗАДАЧЕ СО СДВИГОМ КАРЛЕМАНА В КЛАССЕ БИАНАЛИТИЧЕСКИХ ФУНКЦИЙ

А.И. ШЕКО

Смоленский государственный университет, г. Смоленск
e-mail: aisheko@yandex.ru

1. Постановка задачи. Пусть T^+ – произвольная конечная односвязная область на плоскости комплексной переменной $z = x + iy$, ограниченная простым гладким замкнутым контуром L и содержащая точку $z = 0$. Через T^- обозначим дополнение замкнутой области $T^+ \cup L$ до полной комплексной плоскости \bar{C} , т. е. $T^- = \bar{C} \setminus (T^+ \cup L)$. За положительное направление обхода контура L примем то, которое оставляет область T^+ слева.

Далее в основном будем использовать термины и обозначения, принятые в монографиях [1] и [2].

Рассмотрим следующую краевую задачу.

Требуется найти все исчезающие на бесконечности кусочно бианалитические функции $F(z) = \{F^+(z), F^-(z)\}$ класса $A_2(T^\pm) \cap H^{(2)}(L)$, граничные значения которых удовлетворяют условиям:

$$A_{21}(t)F^+(t) + B_{21}(t)F^+[\alpha(t)] + C_{21}(t)F^-(t) + D_{21}(t)F^-[\alpha(t)] = f_{21}(t), \quad (1.1)$$

$$A_{22}(t)\frac{\partial F^+(t)}{\partial n_+} + B_{22}(t)\frac{\partial F^+[\alpha(t)]}{\partial n_+} - C_{22}(t)\frac{\partial F^-(t)}{\partial n_-} - D_{22}(t)\frac{\partial F^-[\alpha(t)]}{\partial n_-} = i \cdot f_{22}(t), \quad (2.2)$$

где $t \in L$ ($L \in C_\mu^2$); $A_{2k}(t)$, $B_{2k}(t)$, $C_{2k}(t)$, $D_{2k}(t)$, $f_{2k}(t)$ ($k = 1, 2$) – заданные функции класса $H^{(3-k)}(L)$; $\alpha(t)$ – функция прямого или обратного сдвига контура L , принадлежащая классу $H^{(2)}(L)$ и удовлетворяющая условию

Карлемана $\alpha[\alpha(t)] \equiv t$, $t \in L$; $\frac{\partial}{\partial n_+} \left(\frac{\partial}{\partial n_-} \right)$ – производная по направлению

внутренней (внешней) нормали к L ; i – мнимая единица, взятая для удобства дальнейших обозначений.

Сформулированную краевую задачу, следуя [3], будем называть *второй четырёхэлементной краевой задачей типа Римана со сдвигом Карлемана для бианалитических функций* или, ради краткости, *задачей*

РК₄₂.

Отметим, что задача \mathbf{RK}_{42} естественным образом обобщает некоторые краевые задачи для кусочно бианалитических функций, рассмотренные ранее (см., например, [1, с. 102, с. 322-323]).

2. Об одном подходе к решению задачи \mathbf{RK}_{42} . Примем несколько дополнительных ограничений на коэффициенты и правые части краевых условий (1.1) и (1.2). А именно, будем считать, что на контуре L имеют место условия:

$$\Delta_{01}(t) = B_{21}(t)D_{21}[\alpha(t)] - C_{21}(t)A_{21}[\alpha(t)] \neq 0, \quad (2.1)$$

$$V_1(t) = B_{21}(t)C_{21}[\alpha(t)] - D_{21}(t)A_{21}[\alpha(t)] \equiv 0, \quad (2.2)$$

$$B_{22}(t) \neq 0 \text{ и } D_{22}(t) \neq 0. \quad (2.3)$$

а также

$$\Delta_{12}(t) = C_{22}(t)C_{22}[\alpha(t)] - D_{22}(t)D_{22}[\alpha(t)] \neq 0, \quad (2.4)$$

$$\Delta_{22}(t) = A_{22}(t)A_{22}[\alpha(t)] - B_{22}(t)B_{22}[\alpha(t)] \neq 0, \quad (2.5)$$

если $\alpha(t)$ – прямой сдвиг,

или

$$\Delta_{02}(t) = B_{22}(t)D_{22}[\alpha(t)] - C_{22}(t)A_{22}[\alpha(t)] \neq 0, \quad (2.6)$$

если $\alpha(t)$ – обратный сдвиг.

Решения краевой задачи \mathbf{RK}_{42} можно искать в виде (см. [1], с. 26-27)

$$F^\pm(z) = \varphi_0^\pm(z) + \bar{z}\varphi_1^\pm(z), \quad z \in T^\pm, \quad (2.7)$$

где $\varphi_m^\pm(z) \in A(T^\pm)$ и $\prod\{\varphi_m^-, \infty\} \geq 1 + m$, $m = 0, 1$.

Замечание 2.1. Так как кусочно бианалитические функции $F^\pm(z)$ ищутся в классе $A_2(T^\pm) \cap H^{(2)}(L)$ (см. п. 1 настоящего сообщения), то (см. [1, с. 25]) граничные значения $\varphi_0^\pm(t)$ и $\varphi_1^\pm(t)$ их аналитических компонент должны принадлежать классу $H^{(1)}(L)$. Обратное утверждение также верно.

Используя далее операторное равенство $\frac{\partial}{\partial n_\pm} = \pm i \cdot \left(t' \cdot \frac{\partial}{\partial t} - \bar{t}' \cdot \frac{\partial}{\partial \bar{t}} \right)$, где

$t' = \frac{dt}{ds}$ (s – дуговая абсцисса, соответствующая точке контура L), условия (2.1)-(2.2) (см. [2], с. 247) и вводя обозначения

$$G(t) = -\frac{C_{21}(t)}{A_{21}(t)}, \quad g(t) = \bar{t} \cdot G(t)\varphi_1^-(t) - \bar{t}' \cdot \varphi_1^+(t) + h(t), \quad (*)$$

$$h(t) = \frac{C_{21}(t)}{A_{21}(t)} \cdot \frac{C_{21}[\alpha(t)]f_{21}(t) - D_{21}(t)f_{21}[\alpha(t)]}{\Delta_{11}(t)},$$

$$\Delta_{11}(t) = C_{21}(t)C_{21}[\alpha(t)] - D_{21}(t)D_{21}[\alpha(t)]$$

краевые условия (1.1) и (1.2) перепишем соответственно в виде

$$\varphi_0^+(t) = G(t)\varphi_0^-(t) + g(t) \quad (2.8)$$

и

$$\begin{aligned} & A_{22}(t) \left[\frac{d\varphi_0^+(t)}{dt} + \bar{t} \frac{d\varphi_1^+(t)}{dt} - \varphi_1^+(t) \right] + B_{22}(t) \left[\frac{d\varphi_0^+[\alpha(t)]}{dt} + \frac{\overline{\alpha(t)}}{\alpha(t)} \frac{d\varphi_1^+[\alpha(t)]}{dt} - \varphi_1^+[\alpha(t)] \right] + \\ & + C_{22}(t) \left[\frac{d\varphi_0^-(t)}{dt} + \bar{t} \frac{d\varphi_1^-(t)}{dt} - \varphi_1^-(t) \right] + D_{22}(t) \left[\frac{d\varphi_0^-[\alpha(t)]}{dt} + \frac{\overline{\alpha(t)}}{\alpha(t)} \frac{d\varphi_1^-[\alpha(t)]}{dt} - \varphi_1^-[\alpha(t)] \right] = f_{22}(t) \end{aligned} \quad (2.9)$$

Замечание 2.2. Заметим, что в данном случае $\Delta_{11}(t) \neq 0$ на L , так как выполняются условия (2.1) и (2.2) и имеет место тождество

$$\Delta_{01}(t)\Delta_{01}[\alpha(t)] - V_1(t)V_1[\alpha(t)] \equiv \Delta_{11}(t)\Delta_{21}(t), \quad t \in L.$$

Нетрудно показать (см. [2, с. 237]), что функцию $G(t)$ при условиях (2.1) и (2.2) всегда можно доопределить так, чтобы $G(t) \neq 0$ на L и $G(t) \in H^{(1)}(L)$. Кроме того, с учётом замечания 2.1 имеем $g(t) \in H^{(1)}(L)$.

Примем теперь функцию $g(t)$ временно известной. Тогда равенство (2.8) представляет собой краевое условие обычной скалярной задачи Римана относительно кусочно аналитической функции $\varphi_0(z) = \{\varphi_0^+(z), \varphi_0^-(z)\}$, исчезающей на бесконечности и принадлежащей классу $A(T^\pm) \cap H^{(1)}(L)$.

Пусть $\chi_2 = \text{Ind}G(t)$. Тогда, как известно (см. [5, с. 113]), общее решение задачи Римана (2.8) при $\chi_2 \geq 0$ можно представить в виде

$$\varphi_0^\pm(z) = X_0^\pm(z) \left[\frac{1}{2\pi i} \int_L \frac{g(\tau)}{X_0^+(\tau)} \frac{d\tau}{\tau - z} + \sum_{k=0}^{\chi_2-1} \beta_k z^k \right], \quad z \in T^\pm, \quad (2.10)$$

где $X_0^\pm(z)$ – каноническая функция однородной задачи Римана, соответствующей задаче (2.8); $\beta_0, \beta_1, \dots, \beta_{\chi_2-1}$ – произвольные комплексные числа.

Если же $\chi_2 < 0$, то решение задачи (2.8) можно также задавать формулами (2.10), где $\sum_{k=0}^{\chi_2-1} \beta_k z^k \equiv 0$, $\forall z \in \mathbb{C}$ при выполнении следующих необходимых и достаточных условий разрешимости:

$$\int_L \frac{g(\tau)}{X_0^+(\tau)} \tau^{k-1} d\tau = 0, \quad k = 1, 2, \dots, -\chi_2.$$

Дифференцируя (по z) обе части равенств (2.10) и переходя далее в полученных соотношениях к пределу при $z \rightarrow t$ ($t \in L$) с учётом обозначения (*) и равенств вида (см. [1, с. 89])

$$[\varphi_1^+(t)]^{(m)} = \pm \frac{1}{\pi i} \int_L \frac{[\varphi_1^+(\tau)]^{(m)}}{\tau - t} d\tau, \quad m = 0, 1,$$

а затем подставляя найденные граничные значения производных $\frac{d\varphi_0^+(t)}{dt}$ и

$\frac{d\varphi_0^-(t)}{dt}$ (явные их выражения см. в монографии [1, с. 104-105]) в краевое

условие (2.9), получим для определения первых аналитических компонент $\varphi_1^+(z)$ и $\varphi_1^-(z)$ обобщённую краевую задачу со сдвигом:

$$\begin{aligned} & a_0(t)\varphi_1^+[\alpha(t)] + b_0(t)\varphi_1^+(t) + \int_L A_0(t, \tau)\varphi_1^+(\tau) d\tau + \\ & + c_0(t)\varphi_1^-[\alpha(t)] + d_0(t)\varphi_1^-(t) + \int_L B_0(t, \tau)\varphi_1^-(\tau) d\tau = f(t), \quad t \in L, \end{aligned} \quad (2.11)$$

где

$$a_0(t) = \frac{-2B_{22}(t)}{\alpha'(t)}, \quad b_0(t) = \frac{-2A_{22}(t)}{t'}, \quad c_0(t) = \frac{-2D_{22}(t)}{\alpha'(t)}, \quad d_0(t) = \frac{-2C_{22}(t)}{t'},$$

$$\begin{aligned} A_0(t, \tau) = & t' A_{22}(t) E_0^{(+)}(t, \tau) + \alpha'(t) B_{22}(t) E_0^{+}[\alpha(t), \tau] + t' C_{22}(t) F_0^{(+)}(t, \tau) + \\ & + \alpha'(t) D_{22}(t) F_0^{+}[\alpha(t), \tau], \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} B_0(t, \tau) = & t' A_{22}(t) E_0^{(-)}(t, \tau) + \alpha'(t) B_{22}(t) E_0^{-}[\alpha(t), \tau] + t' C_{22}(t) F_0^{(-)}(t, \tau) + \\ & + \alpha'(t) D_{22}(t) F_0^{-}[\alpha(t), \tau], \end{aligned}$$

$$E_0^{(\pm)}(t, \tau) = \frac{dX_0^{\pm}(t)}{dt} A_{10}^{(\pm)}(t, \tau) + X_0^{\pm}(t) \frac{\partial A_{10}^{(\pm)}(t, \tau)}{\partial t},$$

$$F_0^{(\pm)}(t, \tau) = \frac{dX_0^{\pm}(t)}{dt} A_{10}^{(\pm)}(t, \tau) + X_0^{\pm}(t) \frac{\partial A_{10}^{(\pm)}(t, \tau)}{\partial t},$$

$$A_{10}^{(\pm)}(t, \tau) = \mp \frac{1}{2\pi i} \left(\frac{\bar{\tau}}{X_0^{\pm}(\tau)} - \frac{\bar{t}}{X_0^{\pm}(t)} \right) \cdot \frac{1}{\tau - t},$$

$$f(t) = f_{22}(t) - t' A_{22}(t) \frac{dh_1^+(t)}{dt} - \alpha'(t) B_{22}(t) \frac{dh_1^+[\alpha(t)]}{dt} - t' C_{22}(t) \frac{dh_1^-(t)}{dt} -$$

$$-\alpha'(t) D_{22}(t) \frac{dh_1^-[\alpha(t)]}{dt},$$

$$h_1^+(t) = \frac{1}{2} h(t) + \frac{X_0^+(t)}{2\pi i} \int_L \frac{h(\tau)}{X_0^+(\tau)} \frac{d\tau}{\tau - t} + X_0^+(t) \cdot \sum_{k=0}^{\chi_2-1} \beta_k t^k,$$

$$h_1^-(t) = -\frac{1}{2} \frac{h(t)}{G(t)} + \frac{X_0^-(t)}{2\pi i} \int_L \frac{h(\tau)}{X_0^-(\tau)} \frac{d\tau}{\tau - t} + X_0^-(t) \cdot \sum_{k=0}^{\chi_2-1} \beta_k t^k.$$

Учитывая свойства коэффициентов и правых частей краевых условий (1.1) и (1.2), нетрудно установить, что $a_0(t)$, $b_0(t)$, $c_0(t)$, $d_0(t)$, $f(t) \in H^{(1)}(L)$ и $A_0(t, \tau)$, $B_0(t, \tau) \in H_*^{(1)}(L \times L)$.

Пользуясь методом интегральных уравнений (см. [2]; [4]), нетрудно установить, что при выполнении условий (2.3), а также (2.4)-(2.5), если $\alpha(t)$ – *прямой сдвиг*, или (2.6), если $\alpha(t)$ – *обратный сдвиг*, обобщённая краевая задача (2.11) является задачей *нормального типа* (см. [6, с. 342]), а её *индекс* может быть вычислен по формулам:

$$\chi_1 = \begin{cases} \text{Ind} \frac{t a_0[\alpha(t)]}{c_0[\alpha(t)]} + \frac{1}{2} \text{Ind} \frac{\Delta_{12}(t)}{\Delta_{22}(t)} - 1, & \text{если } \alpha(t) \text{ – прямой сдвиг,} \\ \text{Ind} \frac{t a_0[\alpha(t)]}{c_0[\alpha(t)]} + \text{Ind} \Delta_{02}(t) - 1, & \text{если } \alpha(t) \text{ – обратный сдвиг.} \end{cases}$$

Таким образом, справедлива следующая теорема.

Теорема. Пусть $L \in C_\mu^2$ и выполнены условия (2.1), (2.2), (2.3), а также (2.4)-(2.5), если $\alpha(t)$ – *прямой сдвиг* контура L , или (2.6), если $\alpha(t)$ – *обратный сдвиг*. Тогда решение неоднородной задачи \mathbf{RK}_{42} сводится к последовательному решению в классе $A(T^\pm) \cap H^{(1)}(L)$ обобщённой краевой задачи со сдвигом (2.11) относительно аналитических функций $\varphi_1^+(z)$ и $\varphi_1^-(z)$ и обычной скалярной краевой задачи Римана (2.8) относительно аналитических функций $\varphi_0^+(z)$ и $\varphi_0^-(z)$. Задача \mathbf{RK}_{42} разрешима тогда и только тогда, когда разрешимы одновременно обе задачи (2.11) и (2.8).

Литература

1. Расулов К.М. Краевые задачи для полианалитических функций и некоторые их приложения. Смоленск: СГПУ, 1998. 343 с.
2. Литвинчук Г.С. Краевые задачи и сингулярные интегральные уравнения со сдвигом. М: Наука, 1977. 448 с.
3. Расулов К.М., Троценкова С.В. О решении некоторых четырёхэлементных краевых задач со сдвигом Карлемана для бианалитических функций в круге // Системы компьютерной математики и их приложения: материалы науч. конф. Смоленск. СГПУ, 2004. С. 159-165.
4. Рогожин В.С. Новое интегральное представление кусочно аналитической функции и его приложение // Докл. АН СССР. 1960. Т. 135, №4. С. 791-793.
5. Гахов Ф.Д. Краевые задачи. М: Наука, 1977. 640 с.
6. Векуа Н.П. Системы сингулярных интегральных уравнений. М.: Наука, 1970. 379 с.

SOLVING THE PROBLEM OF PAIRWISE COMPARISON MATRIX INCONSISTENCY

V. GORELIK, D. BORODIN

Dorodnicyn Computing Centre of Russian Academy of Sciences, Moscow, Russia
Moscow State Pedagogical University, Moscow, Russia

The analytical hierarchy process provides us with an effective method to present human evaluations numerically.

The main role in this method belongs to a pairwise comparison matrix. It represents expert judgments for this or that object or event:

$$A = (a_{ij})_{n \times n} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdot & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdot & a_{2n} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdot & a_{nn} \end{pmatrix}.$$

Each element a_{ij} of the matrix shows the importance of the A_i object comparing to A_j . The judgments are given according to a special scale.

The matrix being filled in, it is necessary to evaluate the importance of each criterion. The following condition must be true in order the weight coefficients to be existed: $a_{ij}a_{jk} = a_{ik}$, for all i, j, k (particularly, $a_{ij} = \frac{1}{a_{ji}}$).

In this case the problem is in calculating the eigenvector of the matrix related to its maximum eigenvalue.

As it is proved, a positive antisymmetric matrix is consistent if and only if $\lambda_{max} = n$, where λ_{max} is a maximum eigenvalue of the matrix and n – its dimension. Only in this case the eigenvector gives the precise values of the criteria weights.

But usually the pairwise comparison matrix is inconsistent ie $a_{ij}a_{jk} = a_{ik}, i \neq j$ is true not for all $i, j, k \in \{1, 2, \dots, r\}$. And the values of criteria weights can't be considered as precise.

There are four approaches to solve the problem: the approximate calculation of eigenvalues, simplified AHP modification (developed by Nogin V.), the method of interval estimations (developed by Podinovsky D.), and the minimal correction of the matrix. The authors identified the last as the most effective.

Here we describe the method of minimal correction of the matrix.

From the matrix we have an inconsistent set of equations. Let's define the problem of correcting the pairwise comparison matrix:

$$\|H\|^2 \rightarrow \min, \text{ so that } (A + H) \text{ is consistent,} \\ \text{ie } (a_{ij} + h_{ij})(a_{jk} + h_{jk}) = a_{ik} + h_{ik}, \text{ where } h_{ij} \text{ belongs to } H.$$

We offer two approaches to solve this correction problem. The quadratic criterion is used as the approximation criterion.

Approach 1. Solving the problem using the method of Lagrange.

The problem of correcting pairwise comparison matrix coefficients:

$$\sum_{i=1}^{r-1} \sum_{j>i} h^2 \rightarrow \min, (a_{ij} + h_{ij})(a_{jk} + h_{jk}) = a_{ik} + h_{ik}. \quad (1)$$

By applying the method of Lagrange we get the following:

$$L = \sum_{i=1}^{r-1} \sum_{j>i} h_{ij}^2 + \sum_{i,j,k} \lambda_{ijk} (a_{ij}h_{jk} + a_{jk}h_{ij} - h_{ik} + h_{ij}h_{jk}). \\ \frac{\partial L}{\partial h_{ij}} = 2h_{ij} + \lambda_{ijk}a_{jk} - \lambda_{ijk}h_{jk} = 0.$$

It is difficult to find the solution of problem (1) using the method of Lagrange but the values of h_{ij}, h_{jk} are very small and we consider them as zero as the components of the second level and the problem converts to the problem of quadratic programming.

Approach 2. Solving the correction problem by correcting the inconsistent set of linear equations with the enlightened structure.

By presenting the coefficients of the pairwise comparison matrix using their definition through the criteria weights we define the following problem:

$$\sum_{i=1}^{r-1} \sum_{j>i} h^2 \rightarrow \min,$$

$$W_i = (a_{ij} + h_{ij})W_j, \forall i = \overline{1, r-1}, j > i, \quad (2)$$

$$\sum W_i = 1.$$

Thus, we have the problem of correcting a set of linear equations with the enlightened structure:

$$\begin{pmatrix} 1 & -a_{12} & 0 & \dots & \dots & 0 \\ 1 & 0 & -a_{13} & \dots & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 1 & -a_{23} & \dots & \dots & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -a_{24} & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & \dots & 1 - a_{r-1,r} & \dots \\ 1 & 1 & \dots & \dots & \dots & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \dots \\ \dots \\ \dots \\ \dots \\ \dots \\ x_{r(r-1)/2+1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ \dots \\ \dots \\ 1 \end{pmatrix} = e.$$

It is necessary to find the correction matrix H^* so that the system $(A + H^*)x = e$ is consistent and the following condition is true:

$$\|H^*\|_p = \min_{H \in \mathbb{R}^{(\frac{r(r-1)}{2}+1) \times r}, (A+H)x=e, x \in \mathbb{R}^{\frac{r(r-1)}{2}+1}} \|H\|_p.$$

The matrix of correction H looks like the following:

$$H = \begin{pmatrix} 0 & -h_{12} & 0 & \dots & \dots & 0 \\ 0 & 0 & -h_{13} & \dots & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & -h_{23} & \dots & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -h_{24} & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & \dots & 0 - h_{r-1,r} & \dots \\ 0 & 0 & \dots & \dots & \dots & 0 \end{pmatrix}.$$

The following vector is related with H unambiguously:

$$\alpha = (-h_{12}, -h_{13}, \dots, -h_{1r}, -h_{23}, \dots, -h_{2r}, \dots, -h_{r-1,r}) \in \mathbb{R}^{\frac{r(r-1)}{2}},$$

Now we define the non-condition optimizing problem:

$$\left\| \begin{bmatrix} r(\alpha, x) \\ \alpha \end{bmatrix} \right\|_p \rightarrow \min_{\alpha, x}. \quad (3)$$

Then we relate vector x with matrix $\mathfrak{S}(x)$:

$$\mathfrak{N}(x) = \left\{ x_{rs} : \begin{cases} x_{rs} = x_{j_l}, \text{ if } r = i_1, s = l, l = 1, \dots, k, i_1 \in I_A, j_l \in J_A \\ x_{rs} = 0, \text{ in other cases} \end{cases} \right\}$$

where sets I_A and J_A are the following:

$$I_A = \{i : (i, j) \in K \setminus K_0\} = \{i_1, \dots, i_k\} = \{i_l : l = 1, \dots, k\},$$

$$J_A = \{j : (i, j) \in K \setminus K_0\} = \{j_1, \dots, j_k\} = \{j_l : l = 1, \dots, k\}.$$

After that we linearize (3) considering the enlightened structure.

We use the total least norm algorithm (TLN) to solve (3). In this case the problem reduces to solving a consistent set of linear equations by least squares method or to the linear programming problem.

By comparing the method of minimal correction of the pairwise comparison matrix with other mentioned methods we emphasize the following advantages:

- 1) An expert provides the complete information.
- 2) There is no need in the expert reevaluation.
- 3) Only some elements of the matrix are changed and in the minimal way according to the chosen approach criteria.

These advantages are proved by calculations made in the systems of computer mathematics Matlab and Mathcad.

СЕКЦИЯ 4

Новые информационные и педагогические технологии в образовании и прикладная лингвистика

СООТНОШЕНИЕ СИНХРОНИЧЕСКИХ ПРИЗНАКОВ ОТГЛАГОЛЬНЫХ СУЩЕСТВИТЕЛЬНЫХ С СУФФИКСОМ –ING С ДИАХРОНИЧЕСКИМИ ПРИЗНАКАМИ МОТИВИРУЮЩИХ ГЛАГОЛОВ

О.П. АДЕЛЕВА

Смоленский государственный университет, г. Смоленск
e-mail: afo-olga@yandex.ru

Целью данной статьи является установление корреляций между рядом диахронических признаков английских глаголов с синхроническими признаками отглагольных существительных, имеющих суффикс –ing.

Для этого нами была выполнена 100% выборка отглагольных существительных с суффиксом –ing и мотивирующих глаголов из толкового словаря «The Random House Dictionary of the English Language» [4]. В результате был составлен список из 712 отглагольных дериватов с суффиксом –ing. Всем отобранному существительным были приписаны лексико-семантические признаки, а соответствующим им глаголам – этимологические и хронологические. Признаки являются номинальными, качественными, дихотомическими.

Диахронические признаки отражают 2 аспекта – хронологию и этимологию.

1. Хронологические признаки. Здесь выделяются 3 периода: древнеанглийский (ДРЕВ, до 1150 года), среднеанглийский (СРЕД, с 1150 по 1500 год) и новоанглийский (НОВ, с 1500 года).

2. Этимологические характеристики корня. На основе генеалогических данных нами были выделены 3 группы заимствований: 1) слова, включающие в свой состав корни германского происхождения (ГЕРМ); 2) слова с романскими корнями (РОМАН); 3) слова, образованные на базе других языков (ДРУГИЕ ЯЗЫКИ).

Группа синхронических признаков отражает семантику слова. Лексико-семантические признаки были приписаны отглагольным существительным на основе семантической классификации, которая включает основные глагольные значения: действие, состояние, образ действия, а также вторичные конкретные значения: субъект действия, объект действия, результат действия, место действия, средство осуществления действия, материал, время действия, количество и качество, группа.

В результате работы была получена база данных в виде таблицы «объект-признак». Эти данные послужили основой для проведения корреляционного анализа. В работе использовался коэффициент корреляции Коула.

Результаты анализа отражены в Таблице 1. Статистически значимые данные выделены жирным шрифтом.

Таблица 1

Корреляция диахронических и синхронических признаков

	действие	состояние	образ действия	субъект	объект	результат	место	орудие, средство	материал	время	количество/качество	группа
ДРЕВ	0,07	0,26	0,02	0,24	0,01	-0,04	0,33	0,01	-0,14	0,34	0,36	0,18
СРЕД	0,00	-0,35	0,00	-0,17	0,04	0,08	-0,19	0,21	0,14	-0,34	-0,20	-0,13
НОВ	-0,04	-0,08	-0,05	-0,39	-0,15	-0,16	-0,62	-0,63	-0,14	-0,32	-0,70	-0,28
ГЕРМ	-0,09	0,25	-0,04	0,14	0,10	0,11	0,23	0,06	-0,17	0,52	0,28	-0,14
РОМАН	0,10	-0,20	0,05	-0,20	-0,11	-0,08	-0,09	0,01	0,12	-0,55	-0,11	0,12
ДРУГ. ЯЗЫКИ	0,04	-0,42	-0,09	0,01	-0,06	-0,24	-0,79	-0,40	0,07	-0,39	-1,00	-0,03

Анализ таблицы позволяет сделать следующие выводы.

Если рассматривать соотношение времени возникновения глагола в языке с семантическими значениями, которые в дальнейшем развивает отглагольное существительное, то здесь можно отметить следующую тенденцию: большинство положительных статистически значимых корреляций соотносится с древнеанглийским периодом (5 из 6), а большинство отрицательных корреляций (5 из 7) соотносится с новоанглийским периодом, для среднеанглийского периода характерны и положительные (1), и отрицательные (2) корреляции. Полученные данные говорят о том, что чем более ранним периодом возникновения в языке характеризуется глагол, тем больше семантических значений (глагольных и конкретных) развивает производное существительное.

На основании соотношения этимологических и лексико-семантических признаков можно предположить, что сочетание суффикса –ing с корнями германского происхождения более характерно для английского языка, чем с корневыми основами, пришедшими из других языков.

Всего из общего числа отмеченных нами корреляций (40) 17 являются положительными и 23 отрицательными, что подтверждает закономерность, характерную для общезыковой системы: негативные зависимости преобладают над позитивными.

Литература

1. Андреев С.Н. Многомерный подход: кластерный и дискриминантный анализ лингвистических данных // Многомерный анализ в лингвистике. Смоленск: СГПУ, 2002.

2. Андреев С.Н. Исследование систем связей в языке при помощи ЭВМ // Пути применения и совершенствования современных вычислительных средств. Смоленск: СГПИ, 1987.
3. The Compact Edition of the Oxford English Dictionary. Oxford, 1980.
4. The Random House Dictionary of the English language: College Edition – New York: Random House, 1969.

АВТОМАТИЗАЦИЯ ПРОЦЕССА ПОУРОЧНОГО ПЛАНИРОВАНИЯ¹

Д.А. БИШТЕЙНОВ, Е.П. ЕМЕЛЬЧЕНКОВ, Г.Е. СЕНЬКИНА

Смоленский государственный университет, г. Смоленск

Методы математического моделирования занимают прочное место в группе методов педагогики. Последние несколько лет можно назвать этапом взвешенного осмысления и обобщения возможностей математического моделирования в педагогической науке. Одно из направлений научной работы Смоленского государственного университета – создание системы автоматизированной поддержки работы учителя (САПР) [1].

Для такой системы актуальными являются следующие задачи.

Задача 1. Имеется определенная совокупность знаний по некоторой предметной области. Требуется создать учебное пособие с поурочным распределением материала. Параграфы такого пособия, как правило, начинаются с префикса «Урок № *i*». Учебный материал должен быть оптимальным образом распределен по урокам с учетом временных затрат на его изучение и заданной длительности урока.

Задача 2. Имеется книга, достаточно полно отражающая содержание некоторой теории *T*. Требуется составить поурочное планирование, обеспечивающее изучение теории *T* в соответствии с заданным стандартом *S*.

Задача 3. Имеются несколько книг K_1, K_2, \dots, K_n , отражающих в совокупности содержание некоторой теории *T*. Требуется составить поурочное планирование, обеспечивающее изучение теории *T* в соответствии с заданным стандартом *S*.

Задача 4. Имеются несколько книг K_1, K_2, \dots, K_n , отражающих в совокупности содержание некоторой теории *T*. Требуется составить поурочное планирование, обеспечивающее изучение теории *T* в соответствии с заданным стандартом *S* и с учетом межпредметных связей.

Решение перечисленных задач оформлено в виде программ, осуществляющих поурочное планирование материала в диалоге с пользователем. Диалог необходим, например, в случаях, когда временные затраты на изучение определенного фрагмента учебного материала превосходят времен-

¹ Работа выполнена при финансовой поддержке РГНФ и Администрации Смоленской области, проект 09-06-58606 а/Ц.

ные ограничения урока и требуется принять решение о разбиении данного фрагмента на меньшие части.

Решение задач основывалось на выборе представления системы знаний в виде графовой модели (однородной семантической сети).

Примером графовой модели может служить оргграф G (рис. 1). Вершины такого графа ассоциируются с элементами знания по некоторой теме, дуги – с наличием логических и причинно-следственных связей между соответствующими элементами знания. Под элементами знания понимаются все понятия, определения, алгоритмы, формулы, аксиомы, теоремы, которые в совокупности образуют основу теоретического материала по данной теме [2].

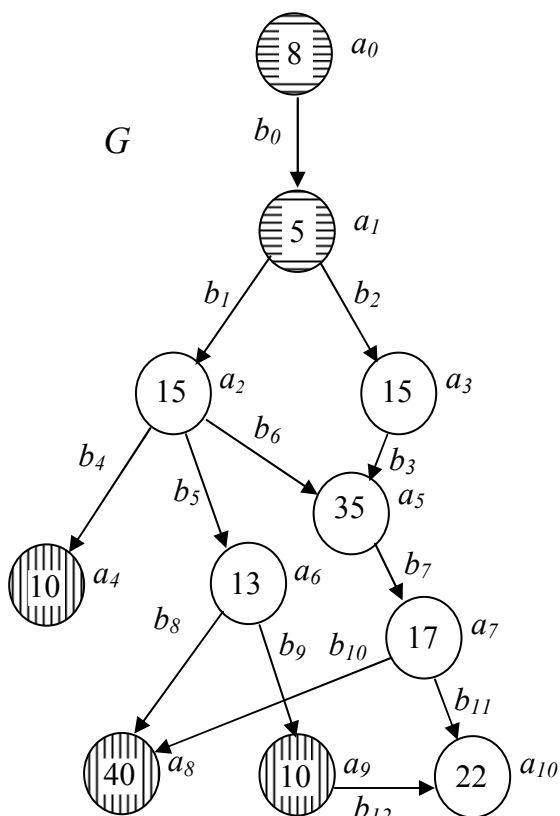


Рис. 1. Графовая модель учебного материала с учетом базовых знаний группы учеников и конечных образовательных целей, размеченная оценками временной трудоемкости

На графе G выделены базовые знания – знания, которыми уже обладает обучаемая группа. Вершины, ассоциированные с базовыми элементами знаний, называются базовыми. Вес базовых вершин при расчетах принимается равным нулю, а сами вершины помечаются зеленым цветом (горизонтальная штриховка). Красным цветом (вертикальная штриховка) выделяются вершины, ассоциированные с элементами знания, которые необходимо усвоить в соответствии с установленной образовательной целью. Такие вершины будем называем целевыми.

В нашем примере базовыми знаниями является $\{a_0, a_1\}$, а целевыми – $\{a_4, a_8, a_9\}$.

Каждый элемент знания обладает некоторым весом, характеризующим время изучения соответствующего элемента в выбранных единицах измерения. На графе G веса ассоциируются со временем в минутах, необходимым для изучения данного элемента знания.

Очевидно, представление учебного материала в виде подобного графа не дает ответа на вопрос, каким образом элементы знания будут распределены по урокам. САПР должна предложить наиболее оптимальные варианты построения учебного процесса и при этом учитывать рекомендации учителя относительно желательного темпа изучения материала группой.

Обычно для достижения определенных образовательных целей требуется изучить далеко не все элементы знаний графа G . На нем помечаются базовые и целевые элементы знаний, определяемые для некоторой группы учащихся. Другие элементы знаний необходимо или, наоборот, необязательно изучать для того, чтобы достичь поставленных образовательных целей. Если некоторая целевая вершина a_i достижима из вершины a_j , $i \neq j$, то элемент знаний a_j изучить необходимо. Будем называть такие вершины обязательными. В противном случае этот элемент изучать необязательно.

Очевидно, что для решения задач по автоматизации планирования учебного процесса достаточно работать с подграфом G' графа G , который будет состоять из обязательных и целевых вершин и ребер, которые не инцидентны базовым или необязательным вершинам. В нашем примере

$$G' = \langle \{a_2, a_3, a_4, a_5, a_6, a_7, a_8, a_9\}, \{b_3, b_4, b_5, b_6, b_7, b_8, b_9, b_{10}\} \rangle.$$

Полученные алгоритмы решения перечисленных выше задач основываются на рациональном переборе вершин графа G' .

Литература

1. Сенькина Г.Е., Емельченков Е.П., Киселева О.М. Методы математического моделирования в обучении. Смоленск: Смол. гос. ун-т, 2007. 112 с.
2. Бояринов Д.А., Емельченков Е.П. О формализации некоторых теоретических понятий методики преподавания математики // Информатизация общества и проблемы образования: материалы научно-практической конференции (25-27 марта 2002 г.). Москва-Смоленск: Изд-во ИПИРАН, СГПУ, 2002. С. 100–123.
3. Выготский Л.С. Мышление и речь. Избранные психологические исследования. М.: Изд-во АПН РСФСР, 1956.
4. Особенности обучения и психического развития школьников 13–17 лет / под ред. И.В.Дубровиной. М.: Педагогика, 1988.

ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ВЫСШЕЙ И СРЕДНЕЙ ШКОЛЫ В РАМКАХ ИНФОРМАЦИОННОГО ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО ПРОСТРАНСТВА

Д.А. БОЯРИНОВ

Смоленский государственный университет, г. Смоленск
e-mail: dmboyarinov@mail.ru

Одно из средств реализации задач, стоящих перед современной школой, – внедрение новых информационных технологий во все сферы системы образования РФ (в соответствии с Федеральной целевой программой «Развитие единой образовательной информационной среды», проектом «Информатизация системы образования», который предоставлен в соот-

ветствии с Соглашением о займе между Российской Федерацией и Международным банком реконструкции и развития от 07.12.2004 г. № 4726-RU на основании постановления Правительства РФ от 04.11.2004 г. № 593).

Это внедрение осуществляется на многих уровнях:

- формирование единого информационно-педагогического пространства регионов РФ;
- создание базовых точек роста использования новых информационных технологий в системе образования, в том числе инновационных школ;
- разработка учебных курсов, основанных на использовании новых информационных технологий;
- разработка электронных мультимедийных учебных и учебно-методических материалов по различным дисциплинам, необходимых для методического обеспечения учебного процесса для различных уровней образования;
- подготовка и переподготовка учителей, направленная на повышение их квалификации в сфере использования новых информационных технологий в образовании.

Один из ключевых сценариев внедрения новых информационных технологий – создание информационного образовательного пространства средней школы. Данный процесс осуществляется во взаимодействии органов управления образованием (всех уровней), образовательных учреждений высшего и среднего образования, органов государственной власти. При этом органы управления образованием обеспечивают, прежде всего, инфраструктурную составляющую данного процесса. Основная роль высшей школы – подготовка и переподготовка педагогических кадров средней школы к работе в условиях информационного образовательного пространства.

При этом основными представляются следующие направления и формы участия высшей школы в данном процессе:

- анализ уровня готовности педагогических кадров образовательных учреждений, оценка материальной базы и кадрового потенциала образовательных учреждений;
- разработка технологий обучения с использованием средств новых информационных технологий;
- создание электронного ресурса – ядра информационного образовательного пространства (в форме Internet-сайта);
- подготовка и переподготовка учителей к использованию новых информационных технологий в обучении.

В соответствии с этим возникает задача повышения квалификации педагогических кадров средних общеобразовательных учреждений в сфере использования новых информационных технологий в обучении.

Повышение квалификации должно идти по двум основным направлениям:

- повышение общей компьютерной грамотности и компьютерной образованности;
- развитие компьютерной культуры и формирование компьютерной грамотности в области новых информационных технологий в обучении.

В рамках первого направления основной является следующая цель: сформировать у учителей средних общеобразовательных школ готовность к эффективной педагогической деятельности в условиях применения новых информационных технологий.

В рамках второго направления ставится следующая система целей:

- сформировать у слушателей представления об основных возможностях и ограничениях в использовании новых информационных технологий при решении актуальных задач педагогики и методики;
- сформировать у слушателей представления о классификации и типологии программных средств учебного назначения;
- сформировать у слушателей представления о специфике, структуре, функциях, возможностях и ограничениях отдельных видов программных средств учебного назначения, наиболее актуальных применительно к обучению математике в средней школе: компьютерных учебниках, задачниках и инструментальных средствах;
- выработать навыки использования программных средств учебного назначения в учебном процессе;
- сформировать у слушателей представления о роли и возможностях тестирования как инструмента контроля знаний, умений и навыков учащихся, в частности компьютерного тестирования. Рассмотреть примеры современных тестовых оболочек;
- сформировать у слушателей представления о педагогических ресурсах сети Internet и методике их использования в учебном процессе;
- выработать у слушателей умение реализовывать современные технологии обучения с использованием средств новых информационных технологий.

Таким образом, высшая школа играет ведущую роль в формировании информационного образовательного пространства средней школы на всех этапах – от проектирования до обеспечения его постоянного функционирования.

Литература

1. Ракитов А.И. Философия компьютерной революции. М., Политиздат, 1991. 286 с.
2. Роберт И.В. Современные информационные технологии в образовании: дидактические проблемы; перспективы использования. М.: Школа-Пресс, 1994. 184 с.
3. Шолохович В.Ф. Информационные технологии обучения // Информатика и образование. 1998. № 2. С. 5 – 13.

ПЕДАГОГИЧЕСКИЕ ПРИНЦИПЫ СИСТЕМЫ ФОРМИРОВАНИЯ ТЕХНИЧЕСКОЙ КУЛЬТУРЫ УЧИТЕЛЯ

А.А. БЫКОВ

Смоленский государственный университет, г. Смоленск

Проведя анализ существующих разработок в области использования технических средств в образовательном процессе, мы пришли к выводу, что в системе образования наметилось много новых проектов, основанных на широком использовании возможностей современной техники. Но для выполнения основной задачи – формирования технической культуры учителей – требуется разработка новых концепций, обеспечивающих изменения на уровне парадигм. Такая измененная образовательная система, в которой возможности современной техники будут взвешенно и разумно сочетаться с достижениями педагогики, предоставит учителям и учащимся новые возможности и преимущества.

Результаты исследования показывают, что внедрение современной техники в учебный процесс с целью повысить качество образования молодого поколения, расширить его возможности интеграции в современную профессиональную и общественную жизнь остается совершенно недостаточным – большая часть учебных заведений страны практически не использует эти возможности. Причина, по мнению экспертов, – низкий уровень психолого-педагогической подготовки, недостаточная компетентность учителей в области применения современной техники в обучении, недооценка руководителями образовательных учреждений, в особенности среднего звена, роли и значения современных эффективных образовательных технологий, неготовность более половины учителей к работе с новыми автоматизированными информационными технологиями обучения. За последние годы Министерство образования и науки Российской Федерации предприняло ряд серьезных шагов по исправлению сложившегося положения в образовании. В ряде вузов созданы факультеты повышения квалификации учителей, где отошли от предметно-профессиональной направленности в обучении и направили свои усилия на повышение квалификации в психолого-педагогической, информационно-компьютерной и технической областях знаний. Кроме этого, министерством была разработана федеральная целевая программа развития образования, в которой говорится о необходимости повышения уровня психолого-педагогической и информационно-компьютерной подготовки учителей, внедрении в образовательный процесс современной техники, но при этом не уделяется внимание формированию технической подготовленности учителей. К тому же ФЦПРО существует пока на конкурсной основе, поэтому в массовой практике наблюдается низкий уровень технической культуры учителей. В перспективе это серьезно осложнит возможность существенных прорывов в качестве образования и внедрения новых эффективных образовательных технологий [3, с. 25].

В данной статье мы определили педагогические аспекты проектирования целей, содержания, средств формирования технической культуры учителей.

Для построения целостной и функциональной системы необходимо описание принципов, на которые мы опираемся при ее проектировании. Рассмотрев работы Л.В. Зевинной, опираясь на теорию педагогических систем (В.П. Беспалько) и теорию организации (А.А. Богданов, Ф. Тейлор), на научные разработки И.П. Раченко в области научной организации педагогического труда в процессе диссертационного исследования, мы определили две группы принципов:

- общие принципы (необходимость в изучении, мотивация и т.д.);
- специальные принципы (адекватность, преемственность, адаптивность).

При этом каждый из данных принципов должен отвечать комплексу требований:

- включать в себя методологический и организационно- педагогический замысел;
- не быть изолированным от других принципов и включать в себя всю совокупность связей и отношений с другими принципами;
- отражать специфику содержания и механизма реализации этого содержания;
- иметь отношение к современной педагогике.

Остановимся на описании специальных принципов, так как именно они определяют специфику построения материала и форму его организации.

Принцип адекватности включает в себя следующие положения:

1. Содержание образовательного процесса должно соответствовать современным концепциям педагогической науки и отражать их.

2. Цель и уровень формирования технической культуры должны быть адекватны требованиям учителей.

3. В процессе формирования технической культуры целесообразно выбирать несколько форм и методов обучения, так как это позволяет дать больше необходимых учителю знаний и умений за меньшее время обучения.

Можно выделить следующие методы обучения.

1. В зависимости от характера дидактических задач выделяют методы приобретения знаний, методы формирования умений и навыков, методы формирования творческой деятельности, методы контроля знаний, умений и навыков.

2. В соответствии с характером познавательной деятельности выделяют объяснительно-иллюстративные, репродуктивные, проблемные, эвристические и исследовательские.

Все эти методы можно использовать для формирования технической культуры учителей.

Принцип преемственности. При реализации данного принципа предполагается следующее:

I. Выделение в содержании системы двух сквозных линий: информационной (лекционный курс) и деятельностной (практический курс) линии уровней «восходящей» деятельности (от репродуктивной к продуктивной, а от нее к творческой).

II. Освоение содержания на более высоких ступенях обучения предполагает обязательное его освоение на всех предыдущих ступенях:

1 ступень – базовый уровень (научно-теоретическая подготовка);

2 ступень – практический уровень (научно-практическая подготовка);

3 ступень – креативный уровень.

III. Механизм диагностики и самодиагностики уровня освоения содержания закладывается в методику, осуществляется открыто, гласно, как в процессе отдельных занятий, так и по завершении различных блоков методики с целью корректировки и дальнейшей организации процесса обучения.

Принцип динамичности и гибкости обеспечивает свободное изменение содержания учебного материала с учетом динамики социального заказа. Система должна оставаться открытой новым возрастающим, изменяющимся личностным образовательным запросам учителя [1, с. 4].

Принцип осознанной перспективы требует глубокого понимания и осознания учителями близких и отдаленных перспектив учения. Осознание перспективы способствует формированию технического мировоззрения как одного из компонентов технической культуры учителя.

Принцип связи теории с практикой. В данном случае подразумевается такая организация практической деятельности учителей, которая позволяет изучить опыт работы с конкретными техническими учебными средствами.

Основной содержательной частью программного обеспечения для системы формирования технической культуры с точки зрения процесса обучения являются компьютерные обучающие программы. Они должны разрабатываться на основе общей парадигмы функциональных требований к средствам обучения для данной методики. Так, например, в качестве вспомогательного материала к информационному содержанию системы формирования могут использоваться базы данных или иные хранилища информации, а подсистема контроля знаний может содержать механизм, настраиваемый на уровень обучаемого [2, с.17].

Таким образом, реализация компьютерной поддержки процесса обучения является органически взаимосвязанной процедурой с разработкой системы формирования технической культуры. При этом последовательно ставятся и решаются следующие задачи:

- необходимость использования компьютера;
- полная или частичная компьютеризация учебного процесса;
- обеспечение курса соответствующими программно-аппаратными средствами;
- создание программного обеспечения учебного назначения в соответствии с информационно-методическими разработками;
- разработка программного обеспечения для сопровождения учебного процесса;
- реализация учебного эксперимента на основе разработанной системы формирования технической культуры;
- корректировка программного обеспечения учебного назначения.

Несмотря на различные подходы к проектированию систем обучения, все они должны отвечать главному требованию – адекватности содержания. Адекватность содержания подразумевает: соответствие содержания системы обучения государственному образовательному стандарту; полноту представления учебного материала; поддержку различных форм обучения, контроля и видов занятий.

Проектирование системы формирования технической культуры учителя невозможно в рамках отдельной учебной дисциплины и требует рассмотрения целостной картины предметной деятельности. Процесс обучения в разрабатываемой модели должен обеспечить вовлечение в процессы познания всей личности учителя на уровне творческого, диалогического мышления и социальной активности, как это имеет место в реальной практической деятельности. Учебная информация должна усваиваться в процессе деятельности по ее обработке, показывающей возможности ее будущего практического использования. Учебная информация подается как основа, средство для выполнения компетентных действий. Для успешного формирования технической культуры перед учителями необходимо моделировать проблемные ситуации, в которых они самостоятельно могут открывать новые знания и усваивать новые приемы деятельности. Система должна моделировать систему переходов от учебной к учебно-практической деятельности.

Литература

1. Бельчиков Я.М., Бирштейн М.М. Деловые игры. Рига: Авотс, 1989. 304 с.
2. Компьютерные обучающие программы / А.С Демушкин [и др.] // Информатика и образование. 1995. № 3. С. 15–22.
3. Репьев Ю. Г. Модернизация высшего образования в России: мифы и реальность // Высшее образование сегодня. 2007. № 4. С. 24–29.

НЕОБХОДИМОСТЬ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ ПАКЕТОВ ПРИКЛАДНЫХ ПРОГРАММ ПО СТАТИСТИЧЕСКОЙ ОБРАБОТКЕ ДАННЫХ ПРИ ИЗУЧЕНИИ МАТЕМАТИЧЕСКИХ ДИСЦИПЛИН В ДИСТАНЦИОННОМ ОБРАЗОВАНИИ

И.С. ГАЛЧЕНКОВА

Смоленский гуманитарный университет, г. Смоленск

Информатизация образования позволяет модернизировать возможности составления и подачи содержания обучения и методов преподавания в преподавании большинства учебных дисциплин, связанных с математикой (например: статистика, эконометрика, математические модели и методы в экономике или в геоинформационных технологиях и т.д.).

В процессе преподавания математических дисциплин преобладают традиционные методы организации учебного процесса, неизменное и фундаментально-незыблемое содержание и методика проведения практических занятий. В лучшем случае для проведения расчетов предлагается программа Excel со сложной структурой составления формул и связей между ними, а в худшем – расчеты проводятся вручную, путем составления огромных таблиц для последовательных вычислений, что можно сравнить с использованием «глиняных дощечек» в развитии истории письменности.

Инструментальные системы (Statistica, SPSS, Mathlab, MathCAD и др.), предназначенные для решения математических, оптимизационных, статистических и эконометрических задач без проведения громоздких вычислительных процедур и составления сложных программ, в традиционном и дистанционном курсах преподавания указанных дисциплин используются редко, хотя государственные образовательные стандарты многих специальностей предписывают включение лабораторного практикума по математике в качестве обязательного компонента учебного процесса.

Сегодня прослеживается тенденция к сокращению аудиторных часов, выделяемых на изучение курса высшей математики. Дальнейшее использование традиционных способов составления и подачи содержания и методов преподавания неизбежно приводит к снижению качества математической подготовки студентов. В традиционной схеме классического курса высшей и прикладной математики преобладают типовые задачи, формирующие навыки стандартных вычислений по известным формулам. Для более качественной подготовки специалистов требуется усиление прикладной составляющей математики и ее разделов за счет акцентирования использования информационных технологий. В частности, предлагается использование пакетов прикладных программ при решении задач, близких к реальным, иллюстрирующим внутренние связи различных разделов курса математики и междисциплинарные связи.

Широкое проникновение информационных технологий в преподавание традиционных дисциплин в дистанционном образовании позволяет

вводить систему лабораторных занятий по таким предметам, как эконометрика, статистика, математические методы в социологии и психологии, математические методы и модели в экономике и геоинформационных технологиях. В качестве инструмента, используемого при изучении, можно предложить пакеты прикладных программ (ППП) Statistica (версии 6–7) или SPSS. ППП Statistica – это один из мощных пакетов по статистической обработке данных. Его возможности охватывают достаточно много разделов математики, прикладной статистики, оптимизации и эконометрики и могут использоваться на различных уровнях практического применения, включая и уровень серьезных научных исследований. ППП SPSS – это широко распространенное средство компьютерного анализа данных в психологии и социальных науках.

Цели проведения таких занятий следующие: ознакомить студентов с возможностями ППП Statistica или SPSS; продемонстрировать эффективность, маневренность и быстроту использования ППП при решении широкого круга задач; добиться лучшего (образного и действенного) понимания основных терминов, лучшего практического усвоения методов решения классических задач.

Структура занятия может содержать в себе: изучение теоретической части по четко сформулированным теоретическим вопросам и понятиям, которые должен знать студент по теме; выполнение простых примеров на вычисление для закрепления понимания основных формул и статистических выводов; решение этих же задач во время компьютерного практикума, который представляет собой пошаговое описание действия команд на конкретных примерах под руководством или без преподавателя; решение более сложных и содержательных задач во время компьютерного практикума самостоятельно; ответы студентов на контрольные вопросы для закрепления теоретического материала (этот этап занятия может быть перенесен на начало следующего занятия для текущей проверки изученного и активизации материала для дальнейшей работы в традиционном обучении либо для отслеживания усвоения материала в дистанционной форме обучения).

Существенными особенностями использования ППП в учебных целях являются следующие: они помогают, не отвлекаясь на вычислительные трудности, заняться отработкой основных алгоритмов при обработке статистических данных; усвоение статистических понятий и критериев оценки данных происходит эмпирическим путем при выполнении интуитивно понятных операций и действий; возможно предложение для отработки навыков сложных комплексных задач, где используется набор изученных алгоритмов и критериев.

Такая форма работы достаточно эффективна, она позволяет сократить время на практическое усвоение материала, повысить заинтересованность и мотивацию к обучению у студентов, дает возможность включения составленного лабораторного практикума как готового раздела при постро-

нии дистанционного курса изучения математических, оптимизационных, эконометрических и статистических разделов дисциплин.

СООТНОШЕНИЕ СЕМАНТИЧЕСКИХ И МОРФЕМНЫХ ПРИЗНАКОВ ЧАСТОТНЫХ СУЩЕСТВИТЕЛЬНЫХ

М.И. ГРАХОЛЬСКАЯ

Смоленский государственный университет, г. Смоленск
e-mail: mari-55@yandex.ru

Соотношение признаков лексических единиц, выделяемых на различных уровнях, являлось предметом исследований, выполненных в рамках коллективной темы ряда работ [2] и диссертационных исследований [1].

Данная статья представляет собой исследование структурно-семантических характеристик высокочастотной именной лексики современного английского языка и определение их соотношений, основанное на изучении материала толкового словаря английского языка Longman Dictionary of Contemporary English [3]. На отдельных этапах привлекался словарь Random House [4].

В соответствии с поставленной целью в работе решаются следующие задачи.

1. Дать описание высокочастотных лексических единиц в пространстве морфемных и семантических признаков.

2. Установить зависимости между разноуровневыми характеристиками рассматриваемых слов.

3. Определить морфемные и семантические факторы лексики, влияющие на ее попадание в частотный список.

В качестве материала данного исследования были взяты наиболее употребительные существительные в количестве 265 слов.

Поставленные задачи и специфика материала исследования привели к необходимости использовать коэффициент корреляции Коула, в результате чего были получены данные, которые отражены в таблице 1.

Таблица 1

Коэффициент корреляции Коула семантических и морфемных характеристик наиболее частотных существительных

	ИСЧ	НИСЧ	АБСТ	КНКР	СБРТ	ВЩСТ
ЧЛН	-0,21	0,22	0,28	-0,25	0,11	-0,58
БЗЧЛН	-0,16	0,20	0,32	-0,20	0,14	-0,54
УСЧЛН	-0,29	0,38	-0,13	-0,74	-1,00	-1,00
ПРЕФ	-0,10	0,08	0,59	-0,67	0,03	-1,00
СУФ	-0,22	0,22	0,29	-0,25	0,12	-0,56

В строках таблицы помещены семантические характеристики: исчисляемые (ИСЧ), неисчисляемые (НИСЧ), абстрактные (АБСТ), конкретные (КНКР), собирательные (СБРТ), вещественные (ВЩСТ) существительные. В столбцах таблицы указаны морфемные признаки: существительное является членимым (ЧЛН), субстантивная основа содержит безусловновычленимый аффикс (БЗЧЛН) или условновычленимый аффикс (УСЧЛН), префикс (ПРЕФ) или суффикс (СУФ), включающий безусловновычленимый и условновычленимый. Статистически значимые данные выделены жирным шрифтом. Уровень значимости принимается равным $p=0,01$ ($df = \infty$).

Сопоставление признаков членимости и безусловной членимости свидетельствует о довольно большом сходстве этих параметров.

Несколько большее различие имеет место между условно и безусловно вычленимыми аффиксами. Значение коэффициентов корреляции признака условной членимости значительно выше относительно этих же значений признака безусловной членимости. В одном случае наличие статистически значимой корреляции одного из этих признаков соответствует отсутствию таковой у другого признака. И лишь в единственном случае оба рассматриваемых признака имеют положительную связь – это соотношение с признаком неисчисляемости.

Интересно отметить, что префиксальная и суффиксальная сочетаемость имеют мало сходства по соотношению с семантическими признаками. Так, лишь в двух случаях наблюдается совпадение по знаку, однако по силе различие существенное: АБСТ (0,59 и 0,29) и КНКР (-0,67 и -0,25) соответственно. Еще в трех случаях статистически значимые корреляции признака суффиксальной сочетаемости соответствуют отсутствию значимых корреляций признака префиксальной сочетаемости.

Признаки исчисляемости и неисчисляемости максимально расходятся между собой. Первый обнаруживает лишь отрицательные связи относительно морфемных характеристик, а последний – только положительные. Признаки, характеризующие абстрактные и конкретные существительные, также имеют максимальное расхождение по знаку статистически значимых корреляций. Первые образуют только положительные корреляции, а последние – отрицательные.

Литература

1. Жоголев Е.А. Факторы, определяющие аффиксальную сочетаемость существительных в современном английском языке: автореф. дис. ... канд. филол. наук. Смоленск, 2008.
2. Соотношение глагольных признаков различных уровней в английском языке / Г.Г. Сильницкий [и др.] Минск: Наука и техника, 1990. 182 с.
3. Longman Dictionary of Contemporary English, Pearson Education Limited, Fourth edition with Writing Assistant, 2005, Fifth Impression, 2006.
4. The Random House dictionary of the English language: College Edition/ Editor in Chief L.Urdang. New York: Random House, 1969. 1568 p.

ВОЗМОЖНОСТИ ПРИМЕНЕНИЯ ТЕОРИИ ИГР В ПЕДАГОГИКЕ: ПОСТАНОВКА ПРОБЛЕМЫ

В.А. ГУБИН, Е.П. ЕМЕЛЬЧЕНКОВ

Смоленский государственный университет, г. Смоленск

Теория игр – раздел математической теории, изучающий конфликтные ситуации, в которых участвуют две или более стороны (игрока) и каждый игрок преследует свои интересы. Вопросы теории игр рассматривались с давних времен. Например, решения теоретико-игровых задач содержатся в Талмуде (II век до н. э. - VI век н. э.) [1] и в трактате «Искусство войны» китайского полководца и философа Сунь Цзы (предположительно VI–V века до н. э.) [2]. Однако теория игр как наука оформилась лишь в середине XX века.

Основополагающим трудом по теории игр стала монография Джона фон Неймана и Оскара Моргенштерна «Теория игр и экономическое поведение» (1970 год), сделавшая теорию игр частью экономической науки. Их последователем стал Джон Нэш, опровергнувший теорию Адама Смита, которая была положена в основу экономики.

Но современная теория игр отнюдь не ограничивается экономикой, она используется в политике, биологии, психологии и в решении бытовых вопросов. Теория игр касается взаимоотношений людей. Занимаясь простыми и даже наивными вопросами, игровые теоретики полагаются на изощренные математические модели и приходят к парадоксальным выводам: например, чтобы достичь компромисса в споре, нужно вначале отказаться от установки на компромисс.

В 2005 году Роберту Ауманну и Томасу Шеллингу была присуждена Нобелевская премия «за расширение понимания проблем конфликта и кооперации с помощью анализа в рамках теории игр». Роберт Ауманн, работающий сегодня в Центре изучения рациональности при Университете Иерусалима, консультировал правительство США по вопросам разоружения в годы холодной войны. Вот некоторые тезисы относительно войны, которые Ауманн отметил в своей Нобелевской лекции «War and Peace» [3]:

- Война не «иррациональна», а должна быть изучена, понята как явление и в конечном счете преодолена.
- Наивное миротворчество может привести к войне, а гонка вооружений, достоверная угроза войны и гарантированное взаимное уничтожение могут надежно предотвратить войну.

«Неготовность к войне ослабляет нас, готовность же не обязывает воевать. Парадоксальным образом, именно психологическая готовность к конфликту является гарантом его предотвращения», - говорит ученый. По мнению профессора Ауманна, граждане должны быть готовы к активному протесту в форме забастовки. Так, в Израиле в 90-х годах прошли серии забастовок, длительностью до 2-х месяцев. Профессор сам был среди бас-

тующих, он поддерживал педагогический состав Иерусалимского университета, требовавший увеличения заработной платы. «По окончании забастовок все участники с досадой отмечали значительный нанесенный урон, но решение конфликта было найдено, хоть и дорогой ценой. Стороны могли бы договориться и не доходя до крайних мер, – восклицает Ауманн. – К сожалению, перед началом конфликта они не осознавали серьезность намерений друг друга и последствия, к которым могут привести агрессивные действия. Если бы каждая из сторон изначально была готова сражаться до конца и чувствовала такие же настроения противника, то они бы предпочли договориться до начала открытой конфронтации» [4].

Приведенный пример показывает, что в стремлении добиться спокойствия необходимо внутренне быть готовым к конфронтации. «Хочешь мира, готовься к войне», - любит повторять профессор Ауманн.

Можно ли применить теорию войны Ауманна в педагогическом процессе? Рассмотрим следующий пример. Молодой учитель пришел работать в школу. Каким образом ему нужно поставить себя перед учениками, чтобы добиться наилучшего (для себя) результата - уважения к себе и предмету, повышения успеваемости, воспитания? Поставить себя сразу жестко и требовательно относительно учеников или вести себя мягко и покладисто? Теория Ауманна говорит о том, что оптимальным является следующий вариант поведения: быть готовым принимать жесткие меры относительно учеников, давать им это понять, и именно это поможет избежать жестких мер. От того, как учитель заходит в класс, как здоровается с учениками, зависит, как ученики будут его воспринимать. И если учитель сразу поставит себя таким образом, что дети будут чувствовать возможность жестких мер с его стороны, то он добьется наилучшего для себя результата. Кроме того, всегда легче идти на уступки, будучи строгим, чем ужесточать требования, когда изначально заслужил репутацию «хорошего».

Со стороны учеников нельзя сказать о стратегии «запугивания». У них есть два других варианта действий: стараться изо всех сил «вывести» учителя из себя или же подчиниться его требованиям. Первый вариант неизменно приведет к конфронтации, если учитель воспользуется предложенной выше стратегией (это нежелательно для обеих сторон), или же к «сдвигу» учителя в случае выбора им второй стратегии (опять же нежелательно). Вариант «подчиниться требованиям учителя» в первом случае приводит к наилучшему результату (создается дисциплина), а во втором случае мало вероятен (ученики всегда стремятся «проверить учителя на прочность», если видят, что он податлив).

Таким образом, мы описали возможные действия игроков в данной ситуации и нашли предположительно наилучший набор стратегий и результат их применения. Описанная выше ситуация может быть представлена в виде так называемой «платежной матрицы» с возможными стратегиями

игроков и исходами, к которым приводит использование тех или иных стратегий.

Современная теория игр все больше занимается изучением ситуаций, в которых возможна выгода для всех сторон. Если же рассмотреть взаимодействие *учитель-ученик*, определить их побуждения, возможные действия (стратегии) в ходе учебного процесса и результаты этих действий и составить соответствующую матрицу, то можно решать игру, находя стратегии, приводящие к наилучшему для обеих сторон результату. Более того, согласно основной теореме теории матричных игр (теореме Дж. фон Неймана) любая матричная игра имеет решение в смешанных стратегиях, т.е. для любой игры найдется набор оптимальных стратегий, отклонение от которых невыгодно для отклоняющейся стороны. Таким образом, в любой ситуации, поддающейся формализации, всегда можно найти компромисс.

Теперь рассмотрим другой пример. В теории игр широко известна «Дилемма узника». Интересен пример её применения в психологических исследованиях [5]. Эта игра говорит о том, что не всегда «очевидно разумное» поведение приводит к наилучшему результату, и в жизненных ситуациях будет целесообразнее ориентироваться на долгосрочное взаимодействие.

В педагогике возможно применение «Дилеммы узника» для изучения и разрешения различных конфликтов. Руководствуясь выводами из данной игры, можно предлагать выбор кооперативных стратегий, несмотря на их кажущуюся несостоятельность, советовать отвечать добром на добро, и злом на зло (иначе вас будут постоянно выдавать, а вы принимать вину на себя). Но во втором случае оба игрока «попадают в яму», вылезти из которой им поможет только кооперативный ход одного из игроков при условии, что второй ответит тем же.

Изучение игры дает математическое обоснование поведения людей и рекомендации поведения. Например, в случае конфликтной ситуации между двумя учениками одному обязательно нужно сделать шаг навстречу с условием, что второй его поддержит, что разрешит конфликтную ситуацию. И чем раньше один из учеников сделает этот шаг, тем меньшие потери понесут оба ученика.

Приведенные примеры показывают возможность использования теории игр для принятия решений в жизненных ситуациях. Известны примеры использования аппарата теории игр в образовательной сфере, например, для наиболее рационального распределения абитуриентов по вузам и для принятия управленческих решений на всех уровнях.

Использование теории игр целесообразно везде, где возможно формальное представление некоторой конфликтной ситуации, для выработки рекомендаций, приводящих к наилучшему результату. Конечно, ее применение, например, в отношениях с друзьями или родителями маловероятно, да, наверное, и не нужно.

В образовательной сфере большое количество ситуаций не поддается формализации. Однако там, где формализация возможна, умелое и уместное использование теории игр поможет автоматизировать педагогический процесс и избежать многих необоснованных шагов.

Литература

1. Robert J. Aumann and Michael Maschler. Game Theoretic Analysis of a bankruptcy Problem from the Talmud. The Hebrew University, 91904 Jerusalem, Israel, 1985.
2. Мусатов Д. История теории игр. Москва: МГУ, 2007.
3. Robert J. Aumann. War and Peace // Prize Lecture. 2005. December 8.
4. Встреча с нобелевским лауреатом в петербургском Доме еврейской культуры. URL: <http://www.jlife.ru/site.aspx?sectionid=354228&iid=403003>.
5. Дилемма узника. URL: <http://1001.vdv.ru/arc/1september/issue171>.

МОРФОЛОГИЧЕСКИЕ ПРИЗНАКИ КАК МАРКЕРЫ ИНДИВИДУАЛЬНОГО СТИЛЯ (на материале творчества австралийских поэтов XIX века)

Ю. Е. ЕРМОЛАЕВА

Смоленский государственный университет, г. Смоленск
e-mail: yuka84@list.ru

Данное исследование ставит своей целью, используя ряд морфологических признаков, определить сходства и различия индивидуальных стилей выдающихся австралийских поэтов XIX века Генри Лоусона, Генри Кендалла, Виктора Дейли, Чарльза Харпура и Адама Гордона.

К анализу привлекались стихотворные произведения, содержащие от восьми до шестидесяти строк, что обеспечило сопоставимость текстов по объему. В выборку были включены ямбические стихотворения (различных размеров), поскольку большинство лирических произведений анализируемых австралийских поэтов написано именно ямбом. Всего для анализа было взято по 600 строк каждого автора, т.е. около 3000 стихотворных строк.

В данной статье исследуется такой морфологический признак, как частеречная принадлежность слов в первой и последней сильных позициях в строке. Под сильной понимается позиция, на которую согласно метрической схеме должно падать ударение. Начало строки несет информативное содержание, а конец строки является основой для конструкции ритма и рифмы. Нами учитываются следующие морфологические классы слов: принадлежность слова к морфологическому классу существительного, прилагательного, глагола и его форм, наречия, местоимения.

Основными методами настоящего исследования являются многомерные статистические процедуры в рамках дискриминантного анализа. Дис-

криминантный анализ традиционно используется для принятия решения о том, какие переменные различают (дискриминируют) две или более совокупности (группы). Успешный опыт применения процедур этого вида анализа на языковом и текстовом материале имеет место в целом ряде работ [1-3 и др.].

Таблица 1

Классификация поэтических текстов
в пространстве морфологических признаков

	Процент правильной классиф-и	Гордон	Кендалл	Дейли	Лоусон	Харпур
Гордон	36,36	4	3	0	0	4
Кендалл	47,06	0	8	3	2	4
Дейли	68,75	0	2	11	1	2
Лоусон	21,43	1	4	4	3	2
Харпур	66,67	0	3	3	1	14
Всего	50,63	5	20	21	7	26

Для проверки устойчивости результатов и эффективности выделенной модели признаков было проведено повторное распределение поэтических произведений по классам авторов. В таблице 1 показано, как распределяются по классам тексты в пространстве морфологических признаков, если классификацию проводить автоматически, не учитывая наши знания о том, кто является автором текстов.

Как видно из таблицы 1, общий показатель правильной классификации для всех авторов составил 51%, что является достаточно хорошим результатом для пяти авторов и превышает порог случайного распределения, который для данного количества классов равен 20%.

В ходе исследования были выявлены вклады морфологических признаков в дискриминацию классов и их роль в разграничении текстов конкретных авторов. В группу наиболее релевантных вошли такие морфологические признаки текста, как количество существительных и местоимений в начале строки, количество существительных в конце строки.

В результате проведенного анализа выяснилось, что морфологические признаки, использованные в нашем исследовании, можно рассматривать как достаточно релевантные факторы для дискриминации лирических текстов австралийских поэтов.

Литература

1. Андреев В.С. Классификация стихотворных текстов (на материале лирики американских поэтов-романтиков): автореф. дис. ... канд. филол. наук. Смоленск, 2002.

2. Андреев В.С., Кучер И.Н. Динамика образной системы А.Теннисона // Многомерный анализ в лингвистике. Смоленск: СГПУ, 2005. Выпуск 2. С. 3-13.

3. Андреев С.Н. Выявление степени сходства оригинала и его переводов в поэзии методом дискриминантного анализа // Университетское переводоведение. Вып.1: материалы I Всероссийской научной конференции “Федоровские чтения” 27-28 октября 1999 г. С-Пб: С-Пб гос.ун-т, 2000. С.12-18.

СИСТЕМА КОМПЬЮТЕРНОЙ ПРОВЕРКИ ЗНАНИЙ ОБУЧАЮЩИХСЯ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ МОДУЛЬНОЙ ТЕХНОЛОГИИ ОБУЧЕНИЯ

Ф.Х. ЗАЙНДЕЕВ

Татарский государственный гуманитарно-педагогический университет, г. Казань
e-mail: z-farid@mail.ru

С развитием информационных технологий в образовании всё большую популярность получают различные программы тестирования студентов и школьников. Теперь программы тестирования не просто являются банальным алгоритмом вывода вопроса и получения на него ответа, а всё больше перерастают в обширные системы с большим количеством изменяемых параметров.

Также ведётся активное внедрение в учебный процесс балльно-рейтинговой системы. В целях автоматизации учебного процесса нами была разработана **система компьютерной проверки знаний обучающихся**. Данная система разработана на основе положения о системе оценки качества подготовки высококвалифицированных кадров с использованием модульной технологии обучения.

В системе автоматизируется вся цепочка взаимодействия от администратора системы до студента. В работе используется четыре роли: администратор системы, методист факультета, преподаватель кафедры, студент.

Студент. Для входа в систему студент должен ввести *логин* и *пароль*. В качестве логина выступает номер его зачётной книжки. Студент имеет право пройти назначенный тест модуля на его курс (семестр, дисциплину, модуль).

После начала тестирования перед студентом отображается название теста, номер вопроса, непосредственно сам вопрос, инструкция, варианты ответов или поле для ввода ответа и перечень вопросов. Вопрос может содержать рисунки, таблицы, схемы, ссылки, аудио-, видео-, флешмодели и др. В случае, если по каким-то техническим причинам студент не завер-

шил прохождение теста, то при повторном входе он продолжит с того вопроса, на котором остановился, и с учётом ранее данных ответов.

Преподаватель. Каждый преподаватель закрепляется за определённой кафедрой факультета. Преподаватель имеет право создавать, редактировать и удалять тесты. При создании тестов реализуются следующие возможности.

1. Ввод в базу данных вопросов и вариантов ответов.
2. Использование 3-х основных типов вопросов: выбор одного верного ответа, выбор нескольких верных ответов, ввод с клавиатуры.
3. Включение в тексты вопросов-рисунков, формул и таблиц, флеш-элементов, аудио-, видеофрагментов.
4. Указание веса для каждого вопроса.
5. Просмотр, проверка и корректировка введенной информации.
6. Указание количества вопросов, выводимых студенту при тестировании.
7. Отображение статистики типов вопросов, используемых в тесте.

Все тесты, созданные преподавателем, привязаны к кафедре, за которой прикреплен преподаватель. Преподаватели имеют возможность работы с тестами только своей кафедры. Также преподаватель имеет возможность просмотра результатов прохождения теста студентами. Есть возможность просмотра преподавателем верных и неверных ответов студентов и распечатки ведомости с результатами прохождения теста.

Методист. Методист выстраивает структуру на своём факультете: специальность, форма обучения, курс, семестр, дисциплины и количество модулей в дисциплине.

На странице самой дисциплины отображается количество модулей дисциплины, на какие модули назначены тесты и список заявленных преподавателями тестов по данной дисциплине. Методист также управляет доступом к тестам. В случае исправления оценки система допустит студента к пересдаче, только если при первой попытке студент верно выполнил менее 50% от всего задания.

Методист также может получить статистику по тестам. Статистика тестов вычисляется посредством получения статистики по каждому вопросу в тесте. Администратор системы устанавливает критерии оценки качества теста. В зависимости от того, каков процент правильных ответов на вопрос, определяется, «хороший» это вопрос или «плохой». Каждый тест автоматически окрашивается в соответствующий цвет.

Администратор. Администратор системы устанавливает критерии оценки качества теста. Критерии задаются в виде интервала. Если процент ответа слишком низок или слишком высок, то данный вопрос считается «плохим» и окрашивается в красный. В зависимости от того, какие вопросы содержатся в тесте, определяется «хороший» ли тест в общем или «плохой».

Администратор имеет право управлять доступом к тестам, просматривать результаты прохождения тестов студентами и распечатывать ведомости.

В системе реализована возможность работы с текстами любых языков мира. Данная система работает на Web-платформе, что значительно упрощает доступ к программе и дает возможность работы с системой в сети Интернет.

Система компьютерного тестирования проходит апробацию на базе Теологического факультета НОУ ВПО «Российский Исламский Университет» по специальности «Теология». В систему введены тестовые материалы по 15 дисциплинам, изучаемым на I курсе.

КОРРЕЛЯЦИЯ ДИАХРОНИЧЕСКИХ И СИНХРОНИЧЕСКИХ ПРИЗНАКОВ АНГЛИЙСКИХ ГЛАГОЛОВ МЕДИЦИНСКОЙ ПОДСИСТЕМЫ

И.В. ЗИНОВЬЕВА

Смоленский гуманитарный университет, г. Смоленск

Медицинская подсистема является объектом изучения в целом ряде исследований [2; 3]. Это объясняется как практическими задачами упорядочения терминологической лексики в различных сферах медицины, так и теоретическими вопросами развития терминосистем. В исследовании ставится задача выявить, имеет ли место корреляция между признаками, отражающими диахронический план языка, и характеристиками, относящимися к синхронной сфере, и провести группировку диахронических признаков, исходя из их взаимодействия с признаками синхроническими. В число первых включаются этимологические признаки, отражающие язык, в котором возникло данное слово, и хронологические признаки, отражающие появление глагола в английском языке. В нашем исследовании выделяются следующие признаки:

- 1 глагол имеет романское происхождение (РОМ);
- 2 глагол имеет германское происхождение (ГЕРМ);
- 3 глагол имеет греческое происхождение (ГРЕЧ);
- 4 глагол зафиксирован в древнеанглийский период (ДРЕВ);
- 5 глагол зафиксирован в среднеанглийский период (СРЕД);
- 6 глагол зафиксирован в новоанглийский период (НОВ).

В качестве синхронных привлекаются признаки, отражающие следующие семантические классы дериватов: инструмент (ИНСТР), живые системы (Ж-СИСТ), деятель (ДЕЯТ).

В результате сплошной выборки из словаря Stedman's Medical Dictionary (Lippincott Williams & Wilkins. 2000. 27th ed.) был получен список глаголов, вошедших в подсистему медицинской лексики английского языка.

Общее число глаголов составило 506 единиц. Каждому глаголу были приписаны указанные выше признаки. Полученные данные составили базу для проведения корреляционного анализа (мера Коула) [1; 4]. Выявленные значения коэффициента корреляции Коула отражены в таблицах 1 и 2.

Таблица 1

Соотношение этимологических признаков и словообразовательных значений английских глаголов в подсистеме медицины

	ДЕЯТ	Ж-СИСТ	ИНСТР
РОМ	0,21	0,00	0,00
ГЕРМ	-0,16	0,09	0,06
ГРЕЧ	-0,29	-0,58	-0,19

Таблица 2

Соотношение хронологических признаков и словообразовательных значений английских глаголов в подсистеме медицины

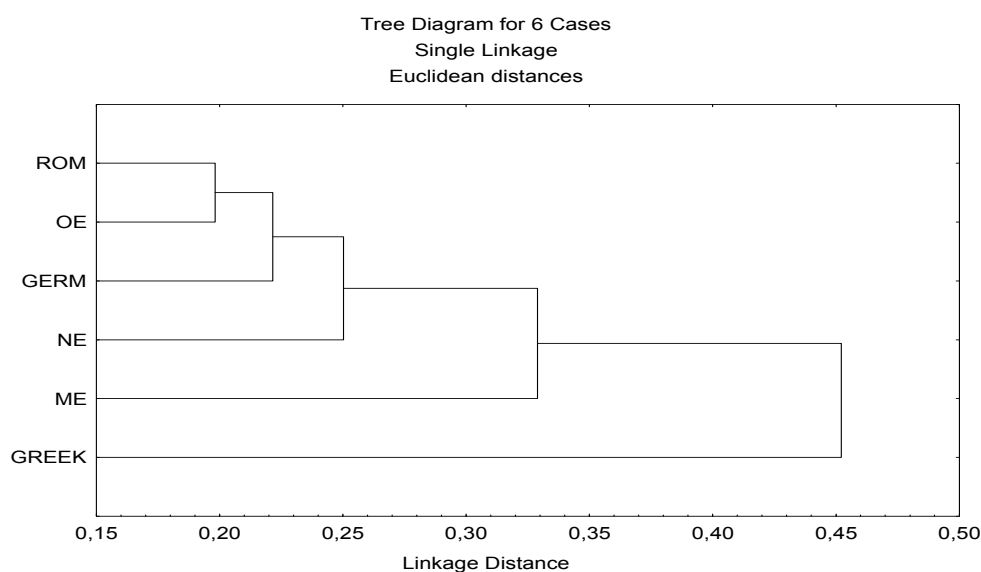
	ДЕЯТ	Ж-СИСТ	ИНСТР
ДРЕВ	0,05	0,04	0,11
СРЕД	-0,23	-0,23	0,09
НОВ	0,05	0,09	-0,17

На следующем этапе исследования на основании данных таблиц 1 и 2 проведен иерархический кластерный анализ.

В докладе делаются выводы о степени влияния этимологических и хронологических признаков на развитие деривационных значений в терминосистеме медицины, рассматривается вопрос о поиске диахронических диагностических факторов, влияющих на реализацию словообразовательной валентности английских глаголов в данной подсистеме языка.

Литература

1. Андреев С.Н. Исследование системных связей в языке при помощи ЭВМ // Пути применения и совершенствования современных вычислительных средств. Смоленск: СГПИ, 1987.
2. Дудецкая С.Г. Метафоризация как способ терминообразования (на материале английской терминологии черепно-челюстно-лицевой хирургии и стоматологии): автореф. дис. ... канд. филол. наук. Самара: Самарский гос. пед. ун-т. 2007.
3. Слоева Е.А. Когнитивно-коммуникативный подход к описанию анатомического объекта: автореф. дис. ... канд. филол. наук. Ульяновский гос. ун-т. Ульяновск, 2007.
4. Тулдава Ю.А. Об измерении связи качественных признаков в лингвистике (1): Сопряженность альтернативных признаков // Квантитативная лингвистика и автоматический анализ текстов: уч. зап. Тарт. ун-т / отв. ред. Ю.А. Тулдава. Тарту, 1988. Вып. 827. С. 146-162.



ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ И АВТОМАТИЗИРОВАННЫХ СИСТЕМ ДЛЯ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ СОЦИАЛЬНОЙ СФЕРЫ

М.П. КИСЕЛЕВА

Смоленский государственный университет, г. Смоленск

Умение применять в своей деятельности современные информационные технологии (ИТ) становится одним из основных компонентов профессиональной подготовки любого специалиста, в том числе и специалиста социальной сферы. Социальному работнику приходится работать с самыми разнообразными категориями населения – детьми, инвалидами, пожилыми людьми; он содействует интеграции деятельности различных государственных и общественных организаций и учреждений по оказанию необходимой социальной защиты и помощи населению, что предъявляет к его профессиональной подготовке высокие требования. Существенную помощь при этом могут оказать современные информационные технологии.

В последние годы, в рамках Федеральной целевой программы «Электронная Россия» на 2002–2010 годы в ряде регионов ведутся работы по оказанию адресной социальной поддержки населению с использованием информационных технологий. В качестве механизма адресной социальной поддержки иногда выбирают технологию электронных социальных карт или мультикарт.

Функциональность таких автоматизированных систем позволяет учитывать и анализировать запросы граждан, нуждающихся в социальной го-

сударственной поддержке, а также степень удовлетворения этих потребностей.

Эти работы связаны с ведением различных электронных реестров граждан: инвалидов, детей-сирот, реестров семей, живущих за чертой бедности и т.д. В реестре сосредотачивается информация, которая включает персональные данные (ФИО, дата рождения, адрес проживания), сведения о здоровье, доходах, составе семьи и домохозяйстве гражданина. Для льготных категорий граждан предусмотрено включение сведений обо всех правах на получение социальных сервисов, предоставленных социальных услугах. Собранные персональные данные защищаются различными регламентами и техническими средствами безопасности.

Использование социальных карт невозможно без создания автоматизированной системы ведения интегрированной базы данных с информацией о гражданах социального, экономического и демографического характера, сведения о документах, удостоверяющих личность, и о документах, дающих право на получение мер социальной поддержки, а также страховые номера индивидуальных лицевых счетов в базах данных государственных внебюджетных фондов.

В качестве основы для создания такой информационной системы предлагается автоматизированная система «Адресная социальная помощь» на платформе .NET.

Единая база данных со сведениями о гражданах, обратившихся за социальной поддержкой, строится на принципах персонифицированного учета.

Для каждого клиента формируется персональная карточка учета, которой присваивается персональный номер. Структура базы данных такова, что дает возможность выполнять любые группировки и запросы в зависимости от условий.

Для правильного учета льготных категорий граждан и предоставленных им льгот в системе ведется законодательная база данных.

Система позволяет дополнять базу данных и организовать обмен информацией через такие форматы данных как **txt**, **dbf**, **xml**, **Excel**.

Применение подобных информационных технологий в социальной сфере призвано повысить эффективность оказания адресной помощи, улучшить обслуживание и сократить потерю времени при назначении и предоставлении им гарантий и льгот населению.

Появление таких специальностей как «социальная педагогика» и «социальная работа» и современные тенденции на рынке информационных услуг требует особого подхода к содержанию учебного курса «Информатика и информационные технологии в социальной сфере». Программа подготовки специалиста разрабатывается на основании государственного образовательного стандарта и направлена на формирование информационной компетентности у студентов, на использование информационных технологий и

интегрированных информационных систем для разработки стратегии и приоритетных направлений социальной политики, для решения задач отрасли.

Литература

1. URL: <http://www.smart-card.hostco.ru/bin/Nekrasova.doc>

ПЕРСПЕКТИВЫ РАЗВИТИЯ МЕТОДОВ МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ В ОБУЧЕНИИ

О.М. КИСЕЛЕВА, Н.М. ТИМОФЕЕВА

Смоленский государственный университет, г. Смоленск
e-mail: foxy03@yandex.ru

История развития методов математического моделирования характеризуется непрерывным ростом масштабов работ и разнообразием их направлений. Сороковые годы прошлого века можно считать этапом становления дисциплины «математическое моделирование» и формирования его основных концепций, 50-е годы – периодом интенсивного поиска и развития новых направлений исследований, 60-е годы – этапом значительного укрепления теоретических основ и развития чисто теоретических направлений. Для последних десятилетий характерно возобновление поисков новых, существенно расширенных направлений математического моделирования, причем этот процесс продолжает интенсивно развиваться. Каким представляется развитие математического моделирования в будущем, если исходить из его истории и современного (на 2009 г.) состояния?

Во-первых, нужно сказать о перспективах квалиметрического подхода, которые связаны со стандартизацией образования. Большинство исследователей в области педагогики осознают тот факт, что не смогут вести творческий поиск новых знаний без использования математики в качестве теоретико-методологического инструментария. Математические теории представляют собой приближенные модели объективной педагогической реальности, в силу чего и возможна их содержательная интерпретация. По этой причине процесс математизации выступает как наиболее перспективный путь совершенствования понятийного аппарата современной педагогической науки, обеспечивающего методологическое и категориальное регулирование выработки и оперирования знаниями в системе педагогических понятий [1].

Во-вторых, можно ожидать интенсивного продолжения работ по развитию теорий применения методов математического моделирования в обучении и построению моделей педагогических объектов, но при более активной деятельности, связанной с проверкой этих теорий на основе фактического материала и их совершенствованием в целях практического использования. Эта тенденция потребует уделять больше внимания методам

сбора и накопления информации и данных, получаемых при изучении педагогических систем, а также способам проведения экспериментов на системах этого класса. Такие разработки в свою очередь окажут воздействие на направленность чисто теоретических исследований, в которых характерное для данного этапа преувеличение роли теории методов математического моделирования должно уступить место более сбалансированному подходу, учитывающему различные моменты, включая наблюдение и экспериментальное исследование педагогических систем, а также соответствующие виды практической деятельности.

В-третьих, принципы математического моделирования, успешно используемые в рамках военных, экономических и др. приложений, будут распространяться и на область педагогики; этот процесс уже фактически начался, но развивается пока еще слишком медленно. Указанный процесс приведет, кроме того, к расширению сферы использования методов математического моделирования с учетом требований социальных наук [2], особенно при решении образовательных проблем на государственном уровне; применение методов математического моделирования на более низких уровнях управления педагогическим процессом будет также расширяться, но сравнительно медленнее.

В-четвертых, для того чтобы развить дальше теорию математического моделирования в педагогической области и расширить сферу его применения, необходимо будет найти убедительный ответ на критику со стороны теоретиков, работающих в области методологии педагогических исследований, и тем самым показать, что представляет собой математическое моделирование как метод научного познания в педагогике.

В-пятых, будут уточнены основные концепции применения методов математического моделирования в обучении, не обладающие в настоящее время внутренним единством и полнотой. Это необходимо для того, чтобы специалисты по исследованию педагогических объектов с помощью методов математического моделирования пришли к правильному пониманию сущности своей деятельности и усиливающейся тенденции проникновения методов математического моделирования во все области педагогической науки. На пути к этому, как и на всех других этапах развития, будет соблюдаться принцип неразрывной связи научных, педагогических и инженерно-технических аспектов.

В-шестых, исследованию в области педагогики будет постоянно присущ интенсивный поиск новых областей применения методов математического моделирования.

Корни всех указанных направлений дальнейшего развития методов математического моделирования обладают достаточной потенциальной жизненной силой. Сколь быстро будут развиваться эти направления, зависит от той среды, в которой они будут находиться, что в настоящее время предсказать невозможно. Однако для нормального, пропорционального

развития математического моделирования как научного метода педагогических исследований необходим соответствующий сбалансированный прогресс во всех отмеченных направлениях.

Если дальнейшее развитие методов математического моделирования будет происходить в соответствии с предложениями, сделанными выше, т.е. каждое из перечисленных направлений будет отвечать требованиям, которые выдвигаются временем, то будущее этого метода научного познания в области педагогической науки связано с многообещающими перспективами роста его возможностей, масштабов применения и практической ценности.

Однако при этом помимо тех преград, которые существуют уже в данный момент, могут встретиться и другие препятствия, например, тенденция к преувеличению роли теоретических направлений, предпочтение в отдельных сферах педагогической науки узкопрофессионального подхода, стремление к изоляции педагогики от новых подходов к обучению для сохранения уже завоеванных ею позиций.

Если все эти преграды будут преодолены, недостаточно учитываемым аспектам применения методов математического моделирования будет уделяться должное внимание, уровень исследований методами математического моделирования педагогических объектов будет соответствовать важнейшим требованиям времени, то перспективы данного метода научного познания в области педагогики будут связаны с возрастанием его роли и практической ценности, а также с твердой гарантией его заслуженного признания и поддержки.

Применение общих научно-педагогических положений и законов к планированию и организации практики обучения составляет важную и трудную проблему. Поиски на основе одной лишь интуиции и опыта не могут обеспечить оптимальных ее решений. Существенную помощь в этом может оказать педагогике применение некоторых методов математического моделирования – графовых и вероятностных моделей, линейного программирования, теории игр и др. Применение этих методов позволяет отыскивать оптимальные решения. Для этой цели конкретные свойства анализируемой педагогической ситуации моделируются через понятия соответствующей теории: факторы, ограничения, структурные уравнения и целевые функции — в линейном программировании; игру, стратегии, платежи, цену игры — в теории игр и т. д. Пока, однако, указанные методы слабо разработаны. Расширение их применения в обучении связано с соответствующим их специальным развитием.

Как всякая формализованная модель, методика применения методов математического моделирования отображает лишь некоторые общие стороны реальных педагогических ситуаций и применима лишь в этих пределах.

Литература

1. Яковлев Е. В. Квалиметрический подход в педагогическом исследовании: новое видение // Педагогика. 1999. № 3. С. 49-54.
2. Краевский В.В. Общие основы педагогики: учеб. для студ. высш. пед. учеб. заведений. М.: Издательский центр «Академия», 2003. 256 с.

ИССЛЕДОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ ИНВЕСТИЦИЙ НА РОСТ ОБЪЕМА ПРОИЗВОДСТВА СРЕДСТВАМИ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ

О.Н. КУПРИКОВА

Смоленский государственный университет, г. Смоленск
e-mail: onkuprikova@mail.ru

Все развитие современной науки связано с созданием и изучением моделей систем, процессов и явлений. Математические модели экономических систем отражают реальные законы, по которым живет экономика. Экономические системы, характеризующие экономические взаимоотношения между субъектами, имеют сложную структуру, отличаются большим количеством элементов и связей между ними. Насколько такие характеристики будут полными, зависит от цели исследования. Для одних целей достаточно минимального уровня соответствия, для других же может потребоваться более детальное описание [1]. Математический инструментарий, используемый при создании моделей экономических систем, разнообразен: дифференциальное исчисление, математическая статистика, линейная алгебра, математическое программирование, теория графов, теория вероятностей, теория игр.

Дифференциальные уравнения находят достаточно широкое применение в моделях экономической динамики, в которых отражается не только зависимость переменных от времени, но и их взаимосвязь во времени.

Рассмотрим задачу макроэкономической динамики. Макроэкономические модели описывают экономику государства как единое целое, связывая между собой укрупненные (агрегированные) материально-вещественные и финансовые показатели: валовый национальный продукт, национальный доход, совокупный спрос, совокупное потребление, инвестиции, занятость, инфляцию, процентную ставку, количество денег и т.д.

Пусть $y(t)$ – объем продукции некоторой отрасли, реализованной к моменту времени. Будем полагать, что вся производимая отраслью продукция реализуется по некоторой фиксированной цене p , т.е. выполняется условие ненасыщаемости рынка, которое предполагает, что вся выпущенная продукция будет продана и объем продаж не является столь высоким, чтобы существенно повлиять на цену товара.

Тогда доход к моменту времени t составит $Y(t) = py(t)$.

Обозначим через $I(t)$ величину инвестиций, направляемых на расширение производства. При этом чтобы увеличить интенсивность выпуска чистые инвестиции, т.е. разность между инвестициями и амортизационными затратами, должны быть больше нуля. В случае, когда чистые инвестиции равны нулю, общие инвестиции лишь покрывают затраты на амортизацию и уровень выпуска продукции остается неизменным. Если же чистые инвестиции меньше нуля, то это приводит к уменьшению основных фондов и, как следствие, к уменьшению выпуска продукции.

В модели естественного роста полагают, что скорость выпуска продукции (акселерация) пропорциональна величине инвестиций, т.е. $y'(t) = I(t)$. Причем в этой модели пренебрегается временем между окончанием производства продукции и её реализации, т.е. считается, что инвестиционный лаг равен нулю.

Полагая, что величина инвестиций $I(t)$ составляет фиксированную часть дохода, получим $I(t) = mY(t) = mp y(t)$, где m – коэффициент пропорциональности, называемый нормой инвестиций и заключенный в промежутке $0 < m < 1$.

Подставляя последнее выражение в формулу скорости выпуска продукции, приходим к дифференциальному уравнению: $y' = ky$, где $k = mpl$.

Полученное дифференциальное уравнение является уравнением с разделяющимися переменными. Разделяя переменные в уравнении, имеем $\frac{dy}{y} = kdt$. После интегрирования обеих частей находим $\ln|y| = kt + C$, или, что то же, самое $y = ce^{kt}$.

Интегральная кривая этого уравнения имеет вид:

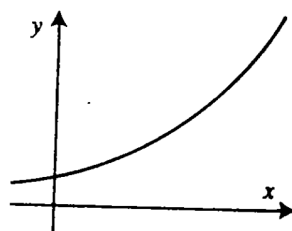


Рис. 1.

Если задано начальное условие $y(t_0) = y_0$, то из общего решения получаем значение произвольной постоянной $C = y_0 e^{-kt_0}$ и частное решение $y = y_0 e^{k(t-t_0)}$.

Это уравнение называется уравнением естественного роста. Оно также описывает рост народонаселения, динамику роста цен при постоянной инфляции, процесс радиоактивного распада, размножение бактерий [2].

На практике условие ненасыщаемости рынка может быть принято только для достаточно узкого промежутка времени. В общем случае кривая спроса, т.е. зависимость цены p реализованной продукции от её объема

у, является убывающей функцией $p = p(y)$: с увеличением объема произведенной продукции её цена падает в результате насыщения рынка. В этом случае составляется и исследуется средствами дифференциального исчисления ещё одна математическая модель экономического процесса. Результатом исследования является вывод о том, что при малых t рост схож с естественным ростом, однако при больших t характер роста меняется, темп роста замедляется и интегральная кривая имеет вертикальную асимптоту.

Более реалистичной моделью описания скорости роста объема производства является установление его зависимости не от дохода, а от прибыли. В этой модели вводятся такие дополнительные характеристики, как издержки.

На примере моделирования зависимости между ростом объема производства и инвестициями можно продемонстрировать всю сложность моделирования экономических процессов: необходимость учета большого числа взаимосвязанных между собой элементов, варьирование уровня соответствия модели и реального процесса, контроль правильности модели на основе сравнения с экспериментальными и статистическими данными. Однако полученная средствами дифференциальных уравнений модель естественного роста базируется на принципе единства и множественности моделей, т.е. дает возможность одним и тем же уравнением описывать самые разнообразные явления из различных областей научных дисциплин.

Литература

1. Зайцев В.Ф. Математические модели в точных и гуманитарных науках. СПб., 2006. 112 с.
2. Математика в экономике: учебник. В 2 ч. Ч. 2. / А.С. Солодовник [и др.] М.: Финансы и статистика, 2000. 376 с.

СОВМЕСТНОЕ ПРИМЕНЕНИЕ СИСТЕМ КОМПЬЮТЕРНОЙ МАТЕМАТИКИ С ИНТЕРАКТИВНЫМИ ДОСКАМИ

Е.А. КУРИЛИНА

Смоленский государственный университет, г. Смоленск

Одной из задач учебного процесса является повышение уровня усвоения учебного материала, т.е. улучшение понимания, запоминания и умения применять полученные знания. Когда речь идет не только о восприятии, но и о запоминании информации, то повышается роль моторной памяти, т.е. памяти движения. Это значит, что лучше всего человек запомнит материал, когда увидит, услышит и «потрогает», т.е. сам что-то воспроизведет (запишет, нарисует и т.п.), применит на практике. Поэтому важно во время урока постоянно предоставлять ученикам возможность самим проделывать некоторые действия, относящиеся к излагаемому материалу. Неоценимую помощь в этом оказывают новые

информационные технологии, не только предоставляющие мультимедийную среду для изложения и активного восприятия информации, но и повышающие мотивацию учеников к изучению этой информации.

Информационная технология – совокупность методов, производственных и программно-технических средств, объединенных в технологическую цепочку, обеспечивающую сбор, хранение, обработку, вывод и распространение информации для снижения трудоемкости процессов использования информационных ресурсов, повышения надежности и оперативности.

Одним из достижений информационных технологий являются электронные доски. Использование их в образовании вносит в учебный процесс новое качество, поскольку не только заметно облегчает подготовку и проведение урока, но и открывает такие возможности, которые до появления интерактивных досок просто не существовали.

С помощью программного обеспечения, поставляемого вместе с интерактивной доской, в качестве фона можно задать клетчатую поверхность (как в тетрадке), затем выбрать нужную фигуру и двумя-тремя прикосновениями маркера к доске нарисовать прямую линию, круг, квадрат, треугольник. При необходимости, изменяются размеры фигуры, можно повернуть ее или перенести на другой участок интерактивной доски. Если случайно была сделана ошибка, то простым прикосновением маркера неправильная часть удаляется. Вместо «скучного» мела на доске можно рисовать (чертить) цветными «чернилами». Следовательно, повышается мотивация в процессе урока.

Важным свойством электронной интерактивной доски при подготовке урока является возможность размещать материал на нескольких страницах. Специализированное программное обеспечение, разработанное для интерактивных досок, позволяет легко и быстро составить план урока, подобрать и правильно расположить нужный материал. Когда учитель готовит урок, ему не обязательно использовать интерактивную доску. Достаточно иметь на персональном компьютере то же самое программное обеспечение, что и для интерактивной доски. Заранее подбираются нужные материалы и размещаются на нескольких (сколько нужно) страницах. Потом, во время урока, вместо того чтобы тратить драгоценное время на стирание одного материала с доски и написание другого, учитель одним щелчком переключается на следующую страницу. Это, кроме всего прочего, позволяет учителю постоянно контролировать ситуацию в классе. Включенные в состав программного обеспечения различные спецэффекты (например: Фонарик, Шторка) позволяют акцентировать внимание учеников на наиболее существенных фрагментах урока, что также способствует пониманию и усвоению материала. Если нужно, чтобы ученики видели не весь материал, а некоторую его часть (например,

самостоятельная работа по решению примеров), то Шторкой, можно закрыть с нужной степенью прозрачности часть интерактивной доски. Шторку учитель открывает в конце, чтобы ученики могли проверить правильность своих решений. Можно также скачивать из Интернета и показывать на большом экране различные опыты, воспроизведение которых в школьных условиях невозможно. При всех этих демонстрациях на интерактивной доске можно делать пометки цветными маркерами, выделяя наиболее важные фрагменты.

Также в комплект поставки входят различные фоны и богатая галерея Interwrite Workspace Gallery содержащая большую коллекцию изображений и интерактивных флэш-симуляций (симуляции Interwrite), которые для удобства систематизированы по категориям. Например, в разделе «Математика» мы можем найти графики, которые представлены в виде флэш-симуляций. Перемещая слайдер (бегунок), можно показывать ученикам расположение графиков в зависимости от различных его значений. На рис.1 представлен график, задающий различные уравнения, при перемещении слайдера изменяется расположение графиков.

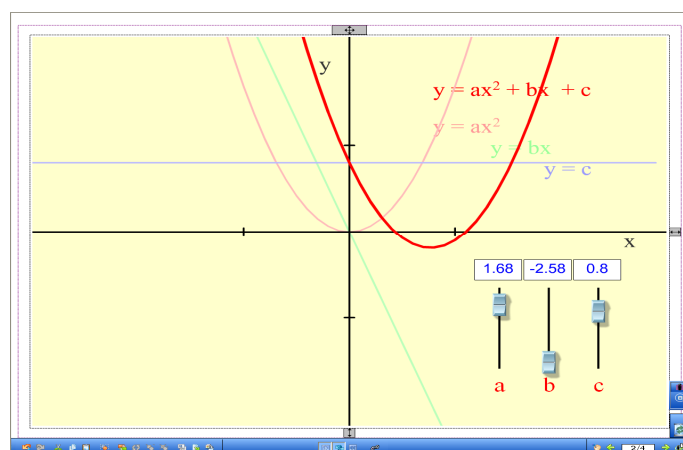


Рис.1 График флэш-симуляции. Задание трех слайдеров

Но нельзя не отметить недостаток флэш-симуляций. В программном обеспечении интерактивной доски таких графиков имеется очень небольшое количество, кроме того, многих нужных математических возможностей нет. Например, нельзя тут же менять выражение, по которому строится график. В этой ситуации мы рекомендуем совместное применение с интерактивными досками систем компьютерной математики: Mathcad, Mathematica, Maple и др., в которых есть специальные разделы отведенные слайдерам и их графическому отображению.

Mathcad – это популярная система компьютерной математики, предназначенная для автоматизации решения массовых математических задач в самых различных областях науки, техники и образования. Сегодня различные версии Mathcad являются универсальными системами с математически ориентированным интерфейсом пользователя и умеренным

числом функций. Помимо собственно вычислений, как численных, так и аналитических, они позволяют с блеском решать сложные оформительские задачи, которые с трудом даются популярным текстовым редакторам или электронным таблицам. В новые версии Mathcad включены эффективные средства оформления документов в цвете, возможность создания анимированных (движущихся) графиков и звукового сопровождения [2].

Maple – это признанный мировой лидер в области аналитических вычислений. Её пользовательский интерфейс содержит общие приемы создания и редактирования документов, математические формулы практических вычислений и визуализации их результатов, графические и программные возможности системы, пакеты ее расширения и применение в математических и физических расчетах [3].

Mathematica является ведущим программным продуктом для обработки числовых, символьных и графических данных, повсюду используемым профессионалами практически в каждой ветви научных и технических вычислений. Mathematica позволяет пользователям решать, наглядно представлять и использовать силу математики без карандаша, калькулятора или привычного сложного программного подхода. Сочетание новых быстрых встроенных алгоритмов, улучшенные возможности экспорта и импорта, новые свойства обработки документов делают Mathematica идеальной компьютерной средой для решения вычислительных задач любого уровня с превосходной (в том числе динамической) визуализацией. Mathematica может использоваться как диалоговое вычислительное средство и как высокоуровневый язык программирования.

Как уже было отмечено, с помощью СКМ можно создавать объекты графического интерфейса пользователя. Это особенно важно в учебном процессе, поскольку позволяет наглядно представлять самые различные математические выражения и графические зависимости во многих вариантах и при плавном изменении тех или иных параметров.

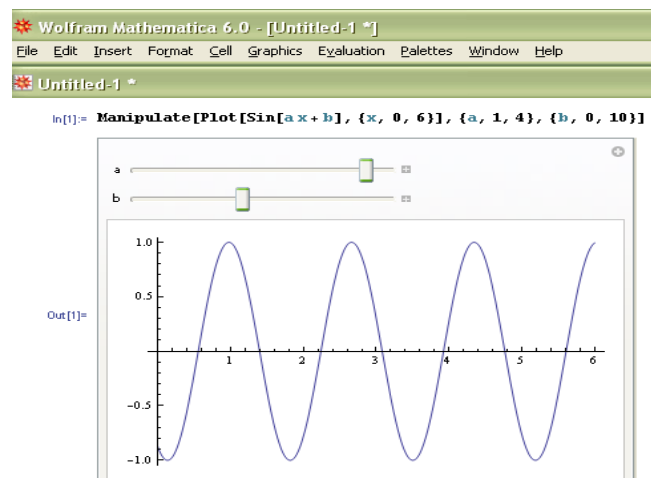


Рис. 2. Задание двух слайдеров в системе Mathematica

Одними из таких объектов являются слайдеры, имитирующие реостаты с движком, перемещение которых позволяет плавно или дискретно менять выходное напряжение – возвращаемое слайдером значение [4]. Большое разнообразие слайдеров и их графическое представление содержит система компьютерной математики Mathematica.

На рис. 2 слайдер позволяет задавать уравнение $\sin(ax+b)$. При изменении значений a и b положение графика меняется, кроме того, можно поменять \sin на \cos и задать другое уравнение, что не позволила бы нам сделать всякая флеш-симуляция в программном обеспечении интерактивной доски.

Благодаря тому, что учитель может осуществить преподавание систем компьютерной математики на интерактивной доске, материал становится наглядным и интересным. В процессе изучения СКМ с помощью интерактивной доски используются различные стили обучения: визуальные, слуховые. Ученики могут видеть большие цветные изображения и диаграммы, которые можно как угодно передвигать, также взаимодействуют с материалом физически, передвигая буквы, числа, слова, картинки своей рукой. Интерактивная доска не требует даже таких небольших усилий, которые нужны для работы с мышкой или электронной ручкой. Кроме того, крупные изображения хорошо видны, а надписи легко читаются. Интерактивные доски не только побуждают детей к активной работе, но и помогают учителю донести материал до каждого ученика в классе. Никакое другое оборудование для учебного класса не дает таких возможностей. Хотя на мониторе компьютера и отображаются все необходимые программы, его размер не позволяет всему классу участвовать в работе. Большой экран, на который проецируется информация, виден каждому ученику, с помощью интерактивной доски можно завладеть вниманием всего класса, не отходя от экрана.

В информационном обществе, когда информация становится высшей ценностью, а информационная культура человека – определяющим фактором профессиональной деятельности, изменяются и требования к системе образования, происходит существенное повышение статуса образования. Информационные технологии значительно расширяют возможности предъявления учебной информации. Применение цвета, графики, звука, всех современных средств видеотехники позволяет воссоздавать реальную обстановку деятельности. Использование новых информационных технологий в учебном процессе увеличивает возможности постановки учебных задач и управления процессом их решения.

Литература

1. Дьяконов В.П. Компьютерная математика. Теория и практика. М.: Нолидж, 2001. 1296 с.
2. Дьяконов В.П. Mathcad 2000: учебный курс. СПб.: Питер, 2000. 592 с.

3. Дьяконов В.П. Maple 9 в математике, физике и образовании. М.: СОЛОН-Пресс, 2004. 688 с.

4. Дьяконов В.П. Mathematica 5.1/5.2/6. Программирование и математические вычисления. М.: ДМК Пресс, 2008. 576 с.

ТИПЫ СЛОЖНОПОДЧИНЕННЫХ ПРЕДЛОЖЕНИЙ В ОЦЕНОЧНЫХ ПАРЕМИЯХ АНГЛИЙСКОГО ЯЗЫКА С СЕМАНТИКОЙ ОТРИЦАНИЯ

А.И. ЛЫЗЛОВ

Смоленский государственный университет, г. Смоленск

e-mail: aleksej-lyzlov@ya.ru

«Отрицание – выражение при помощи лексических, фразеологических, синтаксических и других средств языка того, что связь, устанавливаемая между элементами высказывания, реально не существует либо мыслится в речи как реально не существующая» [3, с. 302].

Отрицательные высказывания характеризуются высокой степенью информативности, поскольку основная функция отрицания состоит в указании отсутствия связи между названными элементами высказывания. В результате всякое отрицание подразумевает контраст между возможным и действительным, что создает его экспрессивно-оценочный потенциал [1, с. 233; 2, с. 456]. С оценкой отрицание сближает то, что отрицание возникает как определенная реакция человека на мир, а также как конкретная реакция на предложение или вопрос. Н.Н. Болдырев определяет категорию отрицания как «модусно-оценочный концепт, ориентированный на говорящего и на систему языка» [4, с. 4]. Отрицание, так же как и оценка, представляет собой продукт человеческого сознания. Оценка и отрицание возникают как определенная реакция человека на мир, связанная с нормативными представлениями.

В английской паремиологии с оценочной семантикой представлены различные сложные предложения с семантикой отрицания. Всего было рассмотрено 413 оценочных паремий, содержащих отрицание. Из них было выделено 79 паремических единиц, построенных по сложноподчиненному типу. Наиболее частотными придаточными предложениями среди них являются: определительные, временные, условия, дополнительные.

Количественные данные о характере частотных придаточных предложений приведем в таблице 1.

Таблица 1

Определи- тельные	Временные	Условные	Дополни- тельные
38	17	13	11

Рассмотрим несколько примеров описываемых паремий.

Определительные: **he who makes no mistakes makes nothing** (букв.: «тот, кто не делает ошибок, не делает ничего»); **he who says what he likes shall hear what he doesn't like** (EPRD: S 88/658) (букв.: «тот, кто говорит что вздумается, услышит то, что не нравится»); **he who was born a fool is never cured** (букв.: «тот, кто рожден глупцом никогда не излечится»).

Временные: **have not thy cloak to make when it begins to rain** (букв.: «поздно шить плащ, когда полил дождь»); **don't boast until you see your enemy dead** (букв.: «не хвастайся, пока не увидишь своего врага мертвым»); **don't go near the water until you learn how to swim** (букв.: «не подходи к воде, пока не научишься плавать»).

Условия: **if there were no clouds we should not enjoy the sun** (букв.: «если бы не было туч, мы бы не наслаждались солнцем»); **passion will master you if you do not master your passion** (букв.: «если не овладеешь страстями, то страсти овладеют тобой»); **if an ass goes a-travelling, he will not come home a horse** (букв.: «если осел поедет странствовать, он не вернется домой скакуном»).

Дополнительные: **what may be done at any time will be done at no time** (букв.: «тот, что может быть сделано когда угодно, не будет сделано никогда»); **it is impossible to spoil what was never good** (букв.: «невозможно испортить того, что никогда не было хорошим»); **never put off till tomorrow what you can do today** (букв.: «никогда не откладывай на завтра то, что можно сделать сегодня»).

Выводы. Категории отрицания и оценки находятся во взаимосвязи. Отрицание и оценка – это проявление реакции человека на окружающую действительность. Исследование показало, что паремические высказывания оценочного характера, содержащие отрицание, реализуют различные виды сложноподчиненных конструкций. Наиболее распространенными из них являются придаточные определительные, временные, условия, дополнительные.

Литература

1. Арнольд И.В. Стилистика. Современный английский язык: учебник для вузов. 8-е изд. М.: Флинта: Наука, 2006. 384 с.
2. Арутюнова Н.Д. Язык и мир человека. М.: Языки русск. культ., 1998. 895 с.
3. Ахманова О.С. Словарь лингвистических терминов. Изд. 3-е., стер. М.: КомКнига УРСС, 2005. 576 с.
4. Болдырев Н.Н. Формирование оценочных концептов на основе количественных параметров в языке // Литературоведение. Лингвистика. Лингводидактика: сб. науч. трудов. 2003. 429 с. С. 135 – 145.
5. Кунин А.В. Большой англо-русский фразеологический словарь. 5-е изд., исправл. М.: Живой язык, 1998. 944 с.

ГЛАГОЛЫ ДВИЖЕНИЯ В ЯЗЫКЕ ОПИСАНИЯ И ОБЩЕНАЦИОНАЛЬНОМ АНГЛИЙСКОМ ЯЗЫКЕ

Н.А. НИКИФОРОВА

Смоленский государственный университет, г. Смоленск
e-mail: niknat07@list.ru

В лексикографической практике все большее внимание уделяется способам адекватного толкования значения словарного состава, что привело к созданию языков описания.

Язык описания отличается от языка-объекта тем, что он формирует систему иного уровня. В то же время, выступая в качестве метасистемы, язык описания остается частью естественного языка, обладая, однако, существенными отличиями. Сходство природы языка описания и языка объекта не означают их совпадения. Язык описания формирует промежуточную знаковую систему, отражая не непосредственную действительность, а другую существующую знаковую систему.

Разработка языка-описания (метаязыка) часто рассматривается как важный и необходимый этап построения общей теории семантики, в основе которой лежат не репрезентативные примеры, а массовый материал естественного языка [3-5].

Изучение специфики связей у единиц словарных метаязыков, полученных чисто эмпирически, проводилось в ряде работ С. Н. Андреевым. В них были установлены закономерности соотношения признаков у элементов языков описания ряда английских словарей [1, 2, 6].

В докладе ставится задача показать специфику фонетических признаков одного из семантических классов английских глаголов – глаголов движения, используемых в метаязыковой функции в дефинициях известного толкового словаря Macmillan English Dictionary. Oxford: Bloomsbury Publishing Plc., Macmillan Publishers Limited, 2002. При этом фонетический облик глаголов рассматривается в сопоставлении со всеми глаголами движения, которые зафиксированы в общенациональном английском языке. Список последних был установлен по заглавным (толкуемым) лексическим единицам этого же словаря.

Для такого сопоставительного анализа строится таблица «объект – признак», в которой строками являются глаголы движения (а) словаря описания (метаязыка) и (б) общенационального языка. Столбцы таблицы отражают фонетические характеристики глаголов, в число которых входят качество первой, второй, а также последней и предпоследней фонемы, количество слогов, ударность от начала и от конца слова (без учета вторичных ударений).

Используя коэффициент импликации, выявляются основные фонетические признаки, которые способствуют либо препятствуют попаданию глагола из общенационального языка в метаязык.

Литература

1. Андреев С.Н. Соотношение глагольных признаков в метаязыке и общеглагольной системе английского языка // Единицы и категории современной лингвистики. Донецк, Юго-Восток ЛТД, 2006. С.339–349.
2. Андреев С.Н. Соотношение глагольных признаков в естественном языке и языке описания // Теория коммуникации. Языковые значения: сборник научных статей. Вып.4. Минск: Минский гос. лингвист. ун-т, 2007. С. 23-31.
3. Апресян Ю.Д. Принципы организации центра и периферии в лексике и грамматике // Типологические обоснования в грамматике. К 70-летию профессора В.С. Храковского. М.: Языки славянской культуры, 2004. С. 20–35.
4. Апресян Ю.Д. Избранные труды. Т.2. М.: Языки русской культуры, 2006.
5. Апресян Ю.Д. Новый объяснительный словарь синонимов русского языка. М.: Языки русской культуры, 2003.
6. Andreev S. Some properties of a metalinguistic verbal system (in the metalanguage of the Macmillan English Dictionary's defining vocabulary) // Glottometrics 14, 2007. P. 21-31.

РЕЛЕВАНТНОСТЬ ПРИЗНАКОВ НАЧАЛА И КОНЦА СТИХОТВОРНОЙ СТРОКИ ПРИ СОПОСТАВЛЕНИИ СТИЛЯ МЕТОДОМ ДИСКРИМИНАНТНОГО АНАЛИЗА

Е.А. НИКОЛАЕВА

Смоленский государственный университет, г. Смоленск,
e-mail: olga_niksm@mail.ru

Одной из задач при исследовании индивидуального стиля является сопоставление стилей письма различных авторов. Широкое распространение получили различные количественные методы изучения идиостиля, которые направлены на выделение ряда параметров, характеризующих текст, и выявление степени их представленности в произведениях авторов [3].

В качестве материала исследования нами привлечены ямбические стихотворные тексты широко известных американских поэтов конца XIX – начала XX века Роберта Фроста и Эдвина Робинсона. Как известно, стихотворный текст значительно отличается от художественной прозы большей упорядоченностью, единообразно заданным метром, более сложным взаимодействием различных уровней.

В данной работе ставится задача установить роль синтаксических и морфологических признаков начала и конца стихотворной строки при дифференциации идиостилей вышеуказанных авторов.

Для исследования были привлечены следующие параметры: синтаксическая функция слов, занимающих первую и последнюю сильную позицию в строках (подлежащее, сказуемое, дополнение, определение и обстоятельство) и частеречная принадлежность слов в первой и последней сильных позициях (существительное, глагол и его формы, прилагательное, наречие и местоимение). Большое значение данных признаков для количественного описания индивидуального стиля авторов отмечалось в ряде исследований [1; 2].

В качестве основного метода исследования нами был использован дискриминантный анализ. В результате статистической обработки исследуемого материала нами были получены данные, свидетельствующие о том, что исследуемые признаки позволяют с достаточно высокой точностью расклассифицировать тексты.

При проведении дискриминантного анализа было установлено, что признаки конца стихотворной строки являются более значимыми для дискриминации стилей данных авторов, чем признаки начала строки. Среди признаков, вошедших в дискриминантную модель, морфологические преобладают над синтаксическими.

Литература

1. Андреев В.С. Дискриминантный анализ в исследовании стихотворных текстов / Русская филология: ученые записки кафедры истории и теории литературы Смоленского государственного университета. Смоленск: СмолГУ, 2006. Т.10. С. 318–325.
2. Баевский В.С. Лингвистические, математические, семиотические и компьютерные модели в истории и теории литературы. М.: Языки славянской культуры, 2001. 332 с.
3. Stamou C. Stylochronometry: Stylistic Development, Sequence of Composition, and Relative Dating // Literary & Linguistic Computing, 2008. Vol. 23 (1). P. 181–199.

СООТНОШЕНИЕ ПРИЗНАКОВ В СТИХОТВОРНЫХ ТЕКСТАХ Д. Г. ЛОУРЕНСА В РАЗЛИЧНЫЕ ПЕРИОДЫ ЕГО ТВОРЧЕСТВА

Н.И. НОВОКЩЁНОВА

Смоленский государственный университет, г. Смоленск
e-mail: natali66661@mail.ru

Целью изучения данного вопроса является сопоставление стиля произведений одного и того же автора в различные периоды его творчества. Основные принципы нашего исследования основаны на работах В.С. Андреева [1, 2 и др.].

К анализу были привлечены лирические стихотворения известного английского поэта XX века Д.Г. Лоуренса, относящиеся к начальному и продвинутому этапам его творчества: сборники «Look! We've come through» 1917 года и «Nettles» 1930 года соответственно. Оба сборника выпущены при жизни автора и отражают его стилистические предпочтения в различные периоды времени. Работы берутся по изданию The Complete Poems of D. H. Lawrence with an Introduction and Notes by David Ellis, London: The Wordsworth Poetry Library, 2002.

Для целей сопоставления различных периодов творчества была составлена база данных, которая отражает основные свойства текстов Д. Г. Лоуренса. Нами использовались следующие признаки: количество в строке имен существительных, глаголов, различных видов местоимений, причастий, инфинитива, артиклей, служебных слов и т.д. Для выявления соотношения признаков построчно был использован корреляционный анализ (мера Пирсона) для количественных признаков.

Полученные результаты соотношения признаков в двух указанных сборниках позволили выявить как сходные, так и различающиеся тенденции, отражающие стиль автора в различные периоды.

Литература

1. Андреев В. С. Основные тенденции развития идиостиля Генри У. Лонгфелло // Вестник Тамбовского университета. Серия: Гуманитарные науки. Тамбов, 2008. Вып. 8 (64). С. 182-186.
2. Andreev V. Variation of Style: Diachronic Aspect // Digital Humanities 2008. Oulu: Univ. of Oulu, 2008. P. 42-43.

РАЦИОНАЛЕН ЛИ МЕТОД РАЦИОНАЛИЗАЦИИ

В.А. ПЕТРОВ

Смоленский государственный университет, г. Смоленск

В журнале «Математика для школьников» рассматривается [1] изящный метод *рационализации* логарифмических неравенств следующих трех видов:

$$\log_{h(x)} f(x) < b, \log_{h(x)} f(x) < \log_{h(x)} g(x), \log_{f(x)} h(x) < \log_{g(x)} h(x).$$

Слово «рационализация» здесь означает сведение к *рациональному неравенству*, т. е. к неравенству вида $\frac{P(x)}{Q(x)} < 0$, где $P(x)$ и $Q(x)$ – многочлены. Но является ли этот метод *рациональным* в общепринятом смысле этого слова?

При решении примеров с помощью данного метода применяется формула перехода к новому основанию логарифма, используются свойства ло-

гарифмов, решаются квадратные неравенства, применяется метод интервалов. Все это довольно громоздко даже при принятом автором очень компактном изложении. Но самое главное: используются переходы к равносильным системам, обоснованные фактически в виде теорем в данной статье. Этих теорем нет в школьных учебниках. Как оценят такое решение эксперты, если его привести, например, в экзаменационной работе на ЕГЭ? Ведь мы не только *не докажем* обоснованность соответствующего перехода, но даже и *не объясним* его сути из-за громоздкости. Такое решение эксперты могут просто и не понять – они, возможно, и не встречались с этим, хотя и красивым, но экзотическим методом. А уж признать такое решение *полностью обоснованным* однозначно нельзя, и максимально возможное количество баллов не получишь.

Мы не критикуем автора статьи – он и не предлагает этот метод для экзаменов, мы просто предостерегаем учащихся, поскольку логарифмические неравенства не редки на ЕГЭ.

Все примеры из рассматриваемой статьи в смысле логической организации значительно проще, а технически не сложнее решаются с помощью так называемого обобщенного метода интервалов. Обобщенным он называется потому, что применяется не для привычного случая рациональных неравенств, а в общем случае. Напомним, что *метод интервалов* основан на следующем формулируемом в том или ином виде во всех школьных учебниках свойстве непрерывных функций.

Если функция $f(x)$ определена, непрерывна на интервале J и ни в одной точке интервала не обращается в нуль, то она на этом интервале сохраняет знак, т. е. либо $f(x) > 0$, либо $f(x) < 0$ при любом x из J .

Рассмотрим самый сложный пример из цитируемой статьи – неравенство третьего типа. Будем считать, что попутное решение квадратных неравенств можно не обосновывать (так поступает и автор цитируемой статьи), а вместо формулировки тех или иных свойств логарифмической функции можно ссылаться на приводимые в экзаменационной работе графики логарифмических функций.

При использовании метода интервалов принято изображать интервалы на числовой оси, при этом нет никакой необходимости соблюдать масштаб, важен лишь порядок соответствующих точек.

Пример. Решить неравенство

$$\log_{12x^2-41x+35}(3-x) \geq \log_{2x^2-5x+3}(3-x).$$

Решение: Рассмотрим функцию $f(x) = \log_t z - \log_w z$, где $t = 12x^2 - 41x + 35$, $w = 2x^2 - 5x + 3$, $z = 3 - x$.

1) Область определения D функции $f(x)$ задается условиями: $z > 0$, $t > 0$, $w > 0$, $t \neq 1$, $w \neq 1$. Так как $z > 0$ на луче $M_1 = (-\infty; 3)$, $t > 0$ на множе-

стве $M_2 = \left(-\infty; \frac{5}{3}\right) \cup \left(\frac{7}{4}; +\infty\right)$, $w > 0$ на множестве $M_3 = (-\infty; 1) \cup \left(\frac{3}{2}; +\infty\right)$, пересечением M_1, M_2, M_3 является $M = (-\infty; 1) \cup \left(\frac{7}{3}; 3\right)$, а на этом множестве $t = 1$ при $x = 2$, $w = 1$ при $x = \frac{1}{2}$ и $x = 2$, то

$$D = \left(-\infty; \frac{1}{2}\right) \cup \left(\frac{1}{2}; 1\right) \cup \left(\frac{3}{2}; \frac{5}{3}\right) \cup \left(\frac{7}{4}; 2\right) \cup (2; 3).$$

2) Нули функции f находятся среди решений уравнений $t = w$ и $z = 1$ ($12x^2 - 41x + 35 = 2x^2 - 5x + 3$ и $3 - x = 1$), т. е. среди чисел $\frac{8}{5}$ и 2 . Области

D принадлежит $\frac{8}{5}$, так как $\frac{3}{2} < \frac{8}{5} < \frac{5}{3}$.

3) Функция f определена, непрерывна и не равна нулю на каждом из интервалов J_1, \dots, J_6 , изображенных на рисунке 1. Чтобы избежать большого числа громоздких вычислений для определения знака $f(x)$ с помощью пробных точек, заметим, что $t < w$ при $\frac{8}{5} < x < 2$, $t < 1$ при $\frac{17}{12} < x < 2$, $w < 1$ при $\frac{1}{2} < x < 2$, $z < 1$ при $x > 2$. Занесем эту информацию на рисунок 1 и изобразим для удобства сравнения логарифмов на одном и том же рисунке графики функций $y = \log_a z$, $y = \log_b z$, где $1 < a < b$, и $y = \log_c z$, $y = \log_d z$, где $0 < c < d < 1$ (рис. 2).

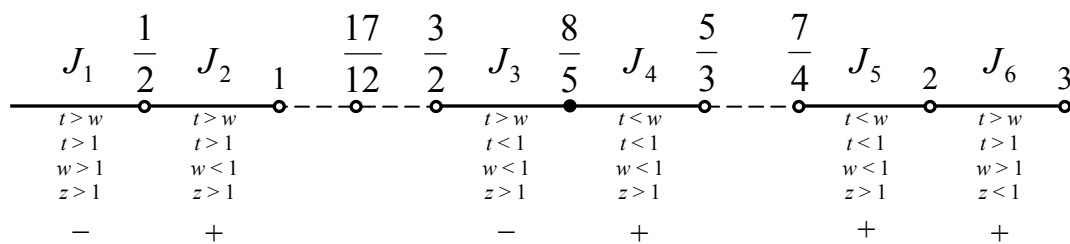


Рис. 1

а) Если $x_1 \in J_1$, то (см. рис. 1) $t_1 > w_1 > 1$ и мы имеем в обозначениях рисунка 2 логарифмические функции с основаниями $a = w_1$ и $b = t_1$. А так как $z_1 > 1$, то $\log_{t_1} z_1 < \log_{w_1} z_1$, а потому $f(x_1) < 0$.

б) Если $x_2 \in J_2$, то $t_2 > 1$, $w_2 < 1$ и нам следует рассматривать графики с основаниями $b = t_2$ (можно и $a = t_2$, это не имеет значения) и $c = w_2$. А

так как $z_2 > 1$, то замечаем, что $\log_{t_2} z_2 > 0$, $\log_{w_2} z_2 < 0$, а значит, $f(x_2) > 0$.

в) Если $x_3 \in J_3$, то $w_3 < t_3 < 1$, а значит, можно взять $w_3 = c$, $t_3 = d$ и учесть, что $z_3 > 1$. Получим: $\log_{t_3} z_3 < \log_{w_3} z_3$, $f(x_3) < 0$.

г) Пусть $x_4 \in J_4$. Тогда $t_4 < w_4 < 1$, $z_3 > 1$, $t_4 = c$, $w_4 = d$, и интересующее нас неравенство заменяется на противоположное тому, что было в предыдущем пункте. Итак, $f(x_4) > 0$.

д) Пусть $x_5 \in J_5$. В этом «столбике» (рис. 1) вся информация та же, что и в предыдущем. Поэтому получим, что и $f(x_5) > 0$.

е) Если $x_6 \in J_6$, то $t_6 > w_6 > 1$, а потому возникает ситуация рисунка 2 при $a = w_6$, $b = t_6$ и $z_6 < 1$. Значит, $\log_{t_6} z_6 > \log_{w_6} z_6$, а потому $f(x_6) > 0$.

Выписав промежутки, под которыми на рис. 1 поставлен плюс, мы и получим ответ.

$$\text{Ответ: } \left(\frac{1}{2}; 1\right) \cup \left[\frac{8}{5}; \frac{5}{3}\right) \cup \left(\frac{7}{4}; 2\right) \cup (2; 3).$$

Итак, мы видим, что при решении логарифмического неравенства методом интервалов нам понадобились только графики логарифмической функции, которые изучаются в школе, а потому такое решение считается вполне обоснованным.

Литература

1. Шестаков С.А. Неравенства, содержащие переменную в основании логарифма // Математика для школьников, 2006, №4.

ПРОЕКТ СПЕЦИАЛИЗИРОВАННОЙ ПРОФИЛЬНО-ОРИЕНТИРОВАННОЙ ИНТЕРАКТИВНОЙ СЕТИ ОБЩЕОБРАЗОВАТЕЛЬНЫХ УЧРЕЖДЕНИЙ СМОЛЕНСКОЙ ОБЛАСТИ¹

К.М. РАСУЛОВ, Т.А. САМОЙЛОВА, Г.Е. СЕНЬКИНА
Смоленский государственный университет, г. Смоленск
(e-mail: icspgu@sci.smolensk.ru)

В наше время уже ни у кого не вызывает сомнения тот факт, что процесс обучения является работой. Однако если на рынке предлагается

¹ Работа выполнена при финансовой поддержке РГНФ и Администрации Смоленской области, проект 09-06-58606 а/Ц.

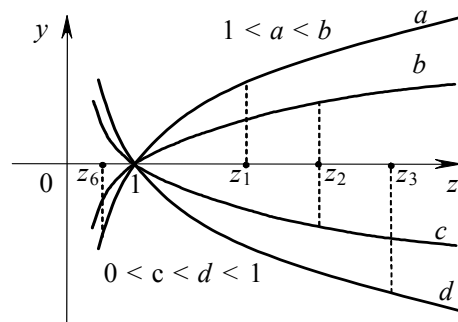


Рис. 2

большое количество решений для повышения эффективности труда менеджера или бухгалтера, то аналогичных решений для автоматизации рабочих мест преподавателей и учащихся школ практически нет. Базовая методика преподавания традиционных школьных предметов сложилась и накрепко утвердилась еще в средние века, в период развития книгопечатания и задолго до появления информационных и коммуникационных технологий (ИКТ). На сегодняшний день известно множество примеров применения ИКТ в образовании, которые лишь изменили форму подачи материала – бумажные учебники и лекции заменили электронными гипертекстами (с облегченным поиском информации), плакаты – электронным проектором, видеозаписи – мультимедийными презентациями. В то же время современные ИКТ уже достигли уровня, позволяющего поставить вопрос о системном преобразовании архаичных по структуре, насыщенных фактическим материалом традиционных учебных курсов в современные знаниевые деятельности структуры, представляющие собой новое поколение улучшенных инновационных учебных средств. Отличительной особенностью таких открытых учебных средств является коммуникация с компьютером – интерактивный процесс (взаимная активность), значительно повышающий эффективность обучения и имеющий высокий образовательно-развивающий потенциал. Эти средства позволят обеспечить дистанционное профильное обучение школьников и дадут возможность организовать дистанционное повышение квалификации учителей-предметников Смоленской области, занятых в предпрофильном и профильном обучении. Особенно эта задача актуальна для сельских школ, которые, несмотря на усилия федеральных учреждений, не в состоянии самостоятельно преодолеть технологическое отставание (по различным, как правило, объективным причинам) путем создания собственной информационной инфраструктуры. Причем речь идет не столько о технической модернизации, сколько о комплексном информационно-педагогическом обеспечении профильно-ориентированного учебного процесса и формировании собственного *развивающегося в соответствии с изменяющимися потребностями* образовательного контента.

Становится очевидным, что именно применение сетевых телекоммуникационных технологий, специализированных Интранет- / Интернет-сетей кардинально изменит методы, подходы и содержание информационно-педагогической инфраструктуры школы. В основе формирования такой инфраструктуры лежит идея создания *интерактивной образовательной сети (ИОС) – образовательного портала*, позволяющего максимально вовлечь в коллективный процесс информационно-педагогического строительства и формирования собственного образовательного контента педагогические и методические коллективы школ и областных подразделений повышения квалификации. Установка и информационное наполнение такого портала могут быть произведены собственными силами учителей и

методистов Смоленской области без привлечения со стороны квалифицированных специалистов на основе стандартных типовых решений и не требуют больших финансовых затрат. В дальнейшем, используя термин ИОС, мы будем иметь в виду интерактивную образовательную сеть или образовательный портал. С содержательной точки зрения такой портал представляет собой учебно-методический центр, цель которого – предоставление учителям, методистам, школьникам и их родителям принципиально нового содержания, методов и форм учебной деятельности, недоступных при изучении того же курса традиционными методами. Основным фактором, определяющим актуальность проекта, является необходимость использования современных педагогических технологий для информационного наполнения портала – оно должно быть профильно-ориентированным, адаптивным, легко перестраиваемым и дополняемым, учитывающим образовательные запросы, индивидуальные особенности и уровень знаний, как учителей, так и учащихся конкретной школы, удовлетворяющим требованиям личностно-ориентированного подхода в профильном обучении. Применение ИОС создаст условия для формирования хороших навыков работы учащихся с информацией и средствами ее обработки, что поднимет образовательную культуру школы на современный уровень.

Педагогическое проектирование такой профильно-ориентированной образовательной сети включает несколько задач. Это формулировка требований к профильно-ориентированной информационной системе и ее пользовательскому интерфейсу для интерактивного общения учителей, методистов, учащихся и родителей; разработка архитектуры профильно-ориентированной информационной системы и технологии доступа к данным; разработка методики содержательного наполнения портала; разработка педагогических сценариев использования интерактивной образовательной сети в преподавании конкретных профильно-ориентированных дисциплин.

Основные задачи проектируемой ИОС, как информационной системы:

- предоставить учителям школ Смоленской области и методистам системы повышения квалификации самостоятельный ввод в базу данных сети информационных профильно-ориентированных образовательных материалов;
- образовательные материалы по желанию преподавателя должны иметь разную степень открытости в рамках одного учебного заведения: открытые и с ограниченным доступом;
- образовательные материалы по желанию учителя должны храниться или только на WEB-сервере школы и быть доступными в локальной сети, или могут быть включены в общее информационное пространство Смоленской области;

- облегчить преподавателям систематизацию и поиск информационных образовательных ресурсов, ассортимент которых составят тысячи документов различных категорий: учебные планы, рабочие программы, учебники, методические пособия, тесты и тестовые оболочки, статьи, ИНТЕРНЕТ-ссылки, обучающие программные продукты с видеoinформацией и звуком и т.д.;
- обеспечить доступ всех пользователей портала к ресурсам локальной школьной интрасети, так и за ее пределами с выходом в Интернет в любое удобное для них время;
- обеспечить средства общения между всеми пользователями портала, выдачу заданий и прием результатов их выполнения, в том числе используя электронную почту;
- предусмотреть использование WEB-камеры и другого оборудования для организации видеоконференций;
- облегчить учащимся поиск учебно-методических материалов по конкретной профильно-ориентированной дисциплине, преподавателю и классу, результаты поиска представлять файлами и гипертекстами;
- дать возможность родителям оперативно через мобильную связь или ИНТЕРНЕТ узнавать обо всех событиях, которые происходят с его ребенком в школе;
- оказывать помощь администрации области в получении информации о работе школ и отдельных преподавателей, занятых в предпрофильном и профильном обучении;
- хранить информацию о школах, преподавателях, классах, результатах контроля профильно-ориентированной учебной деятельности учащихся и соответствующем повышении квалификации педагогов;
- поддерживаться и обновляться собственными силами школ и методистов Смоленской области, находиться в распоряжении всех сотрудников и учащихся с предоставлением различного уровня доступа к профильному обучению;
- сохранять результаты мониторинга учебной деятельности в базе данных системы на весь период профильного обучения.

Основные задачи проектируемой профильно-ориентированной ИОС, как педагогической системы:

- предоставление возможности преподавателю сформировать (скорректировать) свой собственный подход к организации профильно-ориентированного образовательного процесса с использованием ИКТ;
- стимулирование процесса создания и использования педагогами профильно-ориентированного содержания, инновационных педагогических технологий и компьютерных средств, открытых изменяющимся образовательным потребностям обучаемых;

- повышение степени открытости обучения, обеспечивающей учащемуся и преподавателю возможность находить в портале ту образовательную информацию, которая ему нужна;
- формирование познавательной самостоятельности учащихся и положительных мотивов учения;
- возможность обучения в различном темпе с учетом индивидуальных особенностей учащихся по индивидуальной траектории;
- предоставление возможности родителям контролировать школьные события и оказывать своим детям помощь в профильном обучении.

Главная отличительная черта профильно-ориентированных образовательных материалов – они должны разрабатываться с прицелом на их универсальное использование – и через ИНТЕРНЕТ, и в локальной школьной сети, и на отдельных компьютерах учителей и обучаемых. В отличие от известных школьных порталов, основное назначение которых – предоставить возможность скачать нужное, выложенное кем-то неизвестным, здесь предполагается постоянное взаимодействие конкретных учителей, учащихся, родителей и методистов. Будет реализовано авторское своевременное изменение и дополнение электронных материалов с учетом меняющихся образовательных запросов обучаемых. Не администраторы сети, а именно преподаватели и методисты наполняют сеть учебными материалами, выдают и проверяют задания, управляют процессом обучения и процессом повышения квалификации преподавателей. Учащиеся выполняют задания, просматривая учебные материалы или отвечая на вопросы тестов. Выполненные задания обрабатываются в разных режимах: непосредственно при работе в сети с оперативной автоматической обработкой на сервере и с отсылкой результатов преподавателю по электронной почте. При этом для учащихся необходимо создать наиболее комфортные для обучения условия – возможность учиться где угодно (в школе, дома, в Интернет-кафе и т.д.), быстро получать консультации у преподавателей по непонятным для них вопросам, иметь доступ к электронным библиотекам с дополнительной литературой. Портал обеспечит доступ всех пользователей к ресурсам локальной школьной интрасети и за ее пределами с выходом в Интернет.

С учетом современных требований, связанных со структурированием образовательных ресурсов на содержательном уровне, разработку базовых учебных материалов целесообразно проводить с использованием специализированного языка разметки XML (Extensible Markup Language, что в переводе означает «расширяемый язык разметки»). Судя по наметившимся тенденциям, в ближайшем будущем именно XML будет средством представления учебных объектов в порталах и связующим звеном между различными платформами и приложениями. При этом учебный объект обеспечит концептуальную основу для механизмов обмена образовательными ресурсами как внутри портала, так и между порталами разных образовательных организаций. Будучи независимым информационным пакетом, он

также позволит конструировать новые более сложные образовательные ресурсы.

Главными подходами при внедрении средств ИОС в учебный процесс должны стать выбор и совершенствование педагогических технологий, использующих эти средства в конкретных дисциплинах. Назовем преимущества использования средств ИОС в базовых образовательных технологиях.

- Технология разноуровневого обучения. Сократятся временные затраты на подготовку преподавателя к занятию, будет обеспечен индивидуальный темп обучения с использованием включенных в ИОС уровней программ.
- Технология модульного и проблемно-модульного обучения. Ориентирована на самостоятельное или частично-самостоятельное обучение. Сердцевина – электронный учебный модуль, включающий законченный блок информации и рекомендации преподавателя по его освоению. Принцип проблемности решается в ИОС неограниченным электронным моделированием учебных ситуаций, направленных на поиск в них ошибок учащихся.
- Технология проектного обучения. Цель проектного обучения – создать условия, при которых учащиеся самостоятельно и охотно приобретают недостающие знания из разных источников. Роль преподавателя – обеспечить в ИОС наличие проектных заданий и источников их выполнения.

Первым шагом внедрения ИОС должна стать разработка педагогических сценариев для конкретных дисциплин, тем, занятий. Под педагогическим сценарием мы понимаем целенаправленную, личностно-ориентированную, методически выстроенную последовательность педагогических методов и технологий для достижения педагогических целей. По сути это педагогический проект образовательного процесса, описывающий технологии, способы и средства педагогической деятельности с использованием ИОС. Возможна разработка педагогического сценария как для конкретного занятия, так и для целой темы или же для всей дисциплины. В качестве базовых педагогических подходов, на основе которых могут разрабатываться педагогические сценарии с использованием образовательных средств ИОС, мы предлагаем рассмотреть теорию личностно-ориентированного обучения Е.В. Бондаревской, И.С. Якиманской, теорию активизации учения Т.И. Шамовой, концепцию обогащающего обучения М.А. Холодной, учитывающую когнитивные, познавательные и эпистонологические стили деятельности учащихся, а также подходы к организации профильного и предпрофильного обучения, разработанные в рамках научной школы профессора Г.Е.Сенькиной.

Предлагается три основных вида коммуникации в портале. Во-первых, это классическая электронная почта. Во-вторых, дискуссионные форумы, которые позволяют организовать обсуждение между многими участниками,

что может быть полезно при принятии решения об использовании тех или иных методик в обучении, и, наконец, самый оперативный способ связи – службы мобильных сообщений. При этом общение может осуществляться с помощью как текстовых сообщений, так и видео- или голосовых.

Главным отличием ИОС от статических Интернет-страниц станет наличие в ней комплекса WEB-сервисов, связанных с созданием и использованием образовательных ресурсов, в частности:

- поисковые сервисы по базе данных, позволяющие выполнить поиск ресурсов по категории, автору, преподавателю, предмету или входящим в ресурс ключевым понятиям и определениям.
- сервис описания XML – метаданных учебных объектов.
- интерактивная среда преподавателя, включающая сервис регистрации и ввода образовательных ресурсов.
- интерактивная среда учащегося, сервисы которой позволяют получить доступ к разнообразным структурированным и неструктурированным ресурсам, хранящимся в различных форматах (html, xml, doc, ppt, mcd, баз данных и др.)

При реализации сервисов ИОС должны быть обеспечены определенные требования, важнейшими из которых являются масштабируемость, возможность их эффективной интеграции и безопасность. При этом под масштабируемостью понимается как возможность увеличения нагрузки на сервис, переноса его на иную платформу и распределения нагрузки на несколько серверов сети. Возможность интеграции подразумевает наличие единых способов и механизмов описания функциональности сервиса, средств регистрации и поиска сервисов, средств их динамического вызова, а также средств персонализации сервисов. Требования безопасности сервисов включают требования к наличию механизмов разграничения доступа, обеспечения конфиденциальности информации, пересылаемой между сервисами, обеспечение сетевой безопасности.

Предполагается разработка педагогических сервисов, которые придадут сети особую педагогическую специфику. Это тестовый сервис, служба контроля за успеваемостью, сервис по получению текущего расписания занятий и многие другие.

Предлагается реализовать систему сервисов портала как систему независимых программных компонентов, функционирующих независимо друг от друга на одном или нескольких компьютерах сети и взаимодействующих друг с другом на основе открытых стандартов. Применение XML-технологий для реализации служб портала обеспечит эффективную интеграцию этих сервисов как друг с другом, так и с внешними информационными системами, использующими XML в качестве средства обмена структурированной информацией.

Важнейшей составляющей ИОС является репозитарий – база данных, где хранится вся информация, относящаяся не только к конкретным обра-

зовательным ресурсам, но и ко многим аспектам педагогического мониторинга и наполнения сети. При проектировании базы данных предлагается сочетание структурированной реляционной модели данных и слабоструктурированных XML-данных.

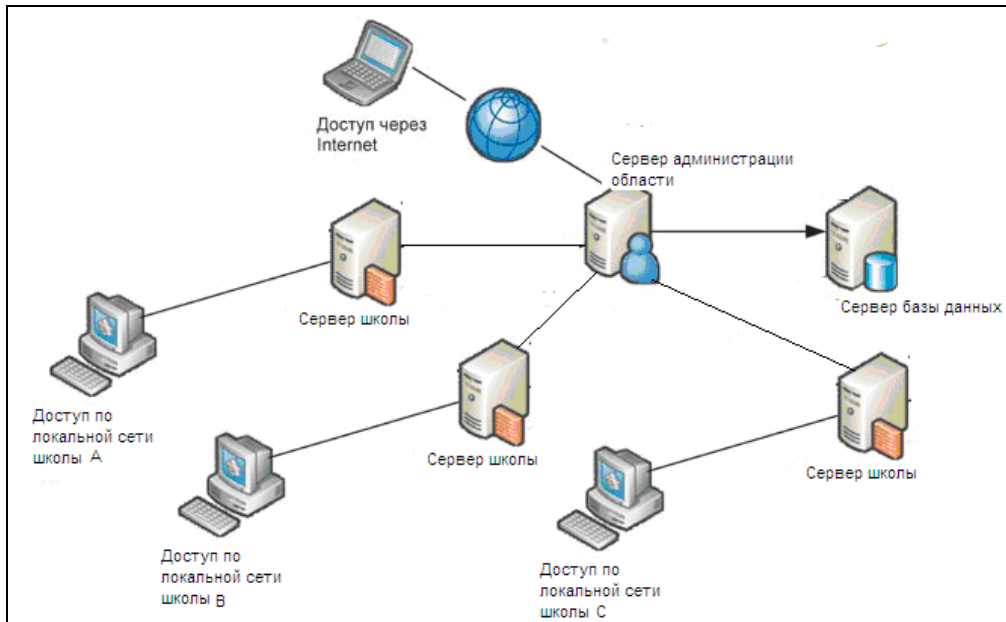


Рис.1. Архитектура интерактивной образовательной сети

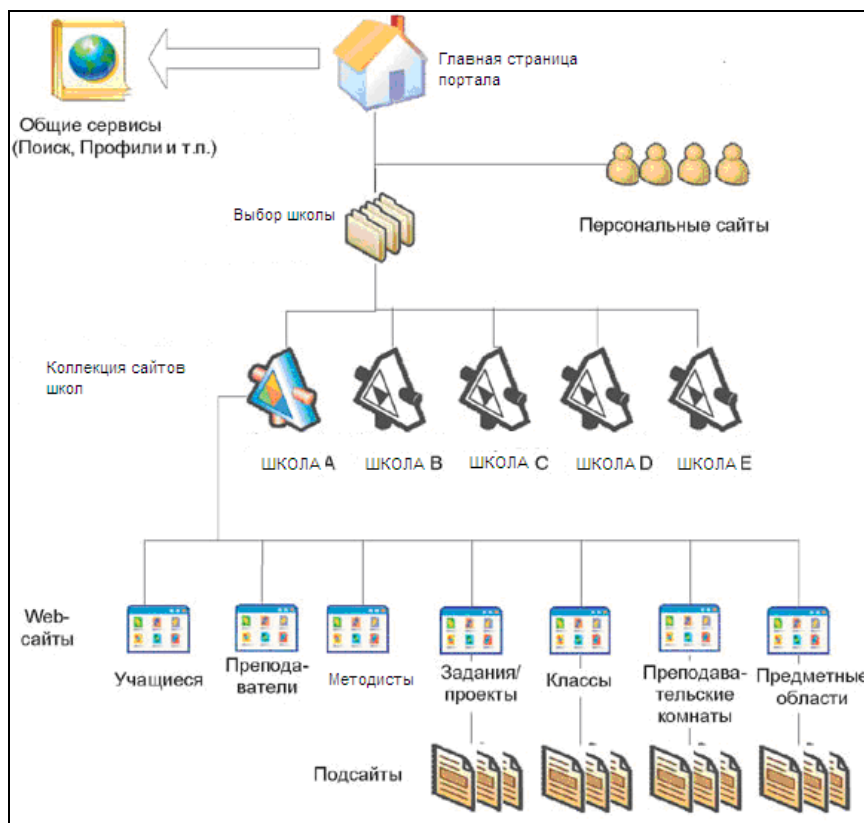


Рис. 2. Иерархия сайтов портала

Предполагается использование открытых программных средств для разработки информационной системы: PHP-среды создания сетевых приложений среднего размера типа учебного портала; СУБД MySQL, поддерживающей неограниченное количество пользователей (учащихся, методистов, преподавателей, родителей), одновременно работающих с базой данных; WEB-сервера Apache, удовлетворяющего принципам открытых стандартов. Правильное использование этих средств обеспечит успех разработки действующей модели ИОС. Архитектура проектируемой информационной системы показана на рисунке 1.

Динамические сайты портала представляют собой иерархическую структуру, поддерживая несколько школ области. Для каждой школы существует несколько сайтов – для учащихся, преподавателей и т.д. К каждому такому сайту может относиться несколько сайтов более низкого уровня. Иерархия сайтов портала показана на рисунке 2.

Обмен информацией ИОС осуществляется на основе WEB-технологий. Сервисы, разворачиваемые на порталных серверах, обеспечат полный набор услуг по комплексному информационному обеспечению учебного процесса.

ПРИМЕНЕНИЕ ИНФОРМАЦИОННЫХ И КОММУНИКАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ В ОБРАЗОВАНИИ: ЭЛЕКТРОННЫЙ КЕЙС

А.Е. САМАРИНА

Смоленский государственный университет, г. Смоленск
e-mail: annasamarina@mail.ru

На этапе бурной информатизации образования современный учитель должен уметь грамотно и обоснованно применять в обучении современные информационные и коммуникационные технологии. На формирование таких умений направлено изучение дисциплины «Использование информационных и коммуникационных технологий в образовании». Этот учебный курс изучается студентами специальности «Информатика и английский язык» на завершающем этапе своего обучения – в последнем семестре 5 курса. К этому времени они, освоив дисциплины предметной области «Информатика», имеют достаточно полное представление об аппаратных и программных компьютерных средствах, владеют методикой обучения информатике в школе и могут успешно применять эти знания и средства в обучении.

При изучении данной дисциплины достаточно обоснованным представляется использование электронного кейса. Он представляет собой CD-диск с набором учебных и вспомогательных материалов, который студенты получают в начале семестра. Такой электронный кейс содержит вспо-

могательную и дополнительную информацию по данной дисциплине: задания и материал для лабораторных занятий, статьи о различных возможностях применения ИКТ в образовании, новых направлениях развития ИКТ, дополнительную литературу для подготовки к экзамену и многое другое.

При изучении данной дисциплины студенты регулярно обращаются к материалам кейса и используют их на лабораторных занятиях и в самостоятельной работе.

При рассмотрении вопросов о педагогических и эргономических требованиях к созданию и использованию электронных средств учебного назначения студенты изучают образовательные электронные издания и ресурсы. Электронный кейс содержит некоторый набор образовательных электронных изданий и ресурсов, свободно распространяемых в сети Интернет. Ресурсы имеют разную тематическую направленность и содержание, качество и назначение.

Студенты проводят оценку качества ОЭИ по профильным дисциплинам своей специальности – информатике и английскому языку, а затем и по другим учебным предметам основной школы. В результате студенты должны получить понятие обо всей широте спектра предлагаемых образовательных изданий и ресурсов, выработать рекомендации о возможностях их использования в учебной, внеучебной и внеклассной деятельности.

При изучении возможностей ИКТ для контроля и измерения результатов обучения студенты рассматривают имеющиеся в электронном кейсе готовые компьютерные тесты и некоторые тестовые оболочки, проводя сравнительный анализ их качества.

Одним из интересных и важных вопросов, рассматриваемых в ходе изучения данной дисциплины, является вопрос о принципах размещения образовательных ресурсов в глобальной сети. К этому моменту студенты умеют осуществлять квалифицированный поиск информации и поэтому должны быть информированы не только о наличии таких ресурсов, но и о местах их размещения. Электронный кейс включает перечень полезных ссылок, в частности, на систему федеральных образовательных порталов. На соответствующем лабораторном занятии проводится сравнительная характеристика ряда известных образовательных порталов, включающая их возможности, систему пополнения и ведения, элементы оформления и так далее.

Одним из перспективных направлений разработки и использования средств ИКТ в образовании является дистанционное обучение (ДО). В ходе изучения данного курса студенты знакомятся с состоянием и тенденциями развития ДО, существующими моделями ДО, программными оболочками для разработки дистанционных учебных курсов и порталов. Демонстрационная версия одной из таких оболочек входит в электронный кейс. Анализ возможностей оболочки, её содержание, наполнение, исполь-

зубые приложения и программные средства являются предметом изучения студентами.

Информатизация образования не только приводит ко всё более активному внедрению средств ИКТ в образовательный процесс, но и способствует автоматизации управления образовательными заведениями. В качестве вспомогательной информации по этому вопросу электронный кейс включает обзор состава и возможностей интегрированного информационного продукта для использования в обучении и управлении школой фирмы «Кирилл и Мефодий».

Размещённая на электронном кейсе литература, а именно статьи ведущих методистов, школьных учителей и преподавателей вузов, позволяет студентам получить представление о наиболее интересных и актуальных направлениях применения ИКТ в обучении.

Кроме всего прочего, электронный кейс содержит готовые разработки (сайты) ведущих учителей, преподавателей и методистов по некоторым предметам школьных дисциплин, в частности, по информатике. Это позволяет студентам получить представление о потребностях современных учителей в систематизации учебного материала, о необходимости формирования базы методических пособий к занятиям и её содержанию. Полученные знания могут использоваться студентами в дальнейшем при разработке собственных учебно-методических комплексов.

ОРГАНИЗАЦИЯ СЕТЕВОГО КОМПЬЮТЕРНОГО ТЕСТИРОВАНИЯ ДЛЯ ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИХ ДИСЦИПЛИН¹

Т.А. САМОЙЛОВА, В.В. СЕНЧИЛОВ

Смоленский государственный университет, г. Смоленск

За последнее десятилетие в учебных заведениях России происходит повсеместный переход от классических средств контроля знаний учащихся к тестовым. Данный метод контроля, как и другие, имеет ряд недостатков, однако нельзя отрицать его бесспорные преимущества, важнейшими из которых являются достаточная объективность и возможность охватить широкий объем учебного материала.

Кроме того, все большую популярность, как среди педагогов, так и среди учащихся, приобретают новые информационные технологии, возможность применения которых также позволяет развивать новые подходы к технологиям обучения. В настоящее время эта возможность наиболее

¹ Работа выполнена при финансовой поддержке РГНФ и Администрации Смоленской области, проект 09-06-58606 а/Ц.

эффективно реализуется посредством компьютерных сетей. Внедрение технологий Internet и «клиент-сервер» позволяет получить более гибкие средства как для создания и изменения материалов тестирования, так и их для использования. Общеизвестно, что на практике использование компьютера помогает преподавателю сократить рутинную, малоинтересную работу по проверке тестов, контрольных работ, и это позволяет проводить контроль чаще, снижая фактор субъективности, на который часто жалуются учащиеся. В области использования компьютерных технологий для обучения разработано немало оригинальных методик, имеются разнообразные программные продукты, однако абсолютное большинство подобных программ по разнообразным причинам не удовлетворяют всем требованиям, к ним предъявляемым. В первую очередь это связано с тем, что зачастую создатели тестирующих программ достаточно мало осведомлены об особенностях тестовых заданий для той или иной предметной области. Например, для лингвистов весьма желательным является возможность использования в тестах звуковых файлов, для математиков и физиков необходимой является возможность вставки в вопросы формул, графиков, фотографий и других специфических данных. При использовании компьютерных технологий организация тестирования по предметам информационно-коммуникационного блока обладает той особенностью, что компьютер выступает и как средство тестирования, и, при выполнении ряда заданий, как инструмент для их выполнения. Кроме того, отличительной чертой наполнения тестов по информатике является достаточно быстрое обновление информации и необходимость своевременной замены ее на более актуальную.

К 2008 году программистами физико-математического факультета СмолГУ был разработан собственный тестовый сервис (как часть корпоративного портала образовательного учреждения [1]), позволивший решить ряд подобных проблем за счет описания тестовых материалов средствами специализированного языка семантической разметки XML (Extensible Markup Language). Язык позволяет включать в тестовые задания любые рисунки и фотографии. Кроме того, для предметов физико-математического цикла XML дополняется приложением MathML (от английского *Mathematical Markup Language* – «язык математической разметки»). Это приложение используется для представления математических символов и формул в документах WWW. Спецификация MathML версии 1.01 вышла в июле 1999, в феврале 2001 появилась версия 2.0. В октябре 2003 была опубликована вторая редакция MathML версии 2.0, которая является на настоящий момент последней спецификацией, выпущенной математической группой W3C. При этом MathML рассматривает не только *представление*, но и *смысл* элементов формулы. В настоящее время разрабатывается система разметки математической семантики, призванная дополнить MathML. Она называется OpenMath. Существует множество утилит для преобразования

математических выражений в MathML, включая конвертеры между TeX и MathML.

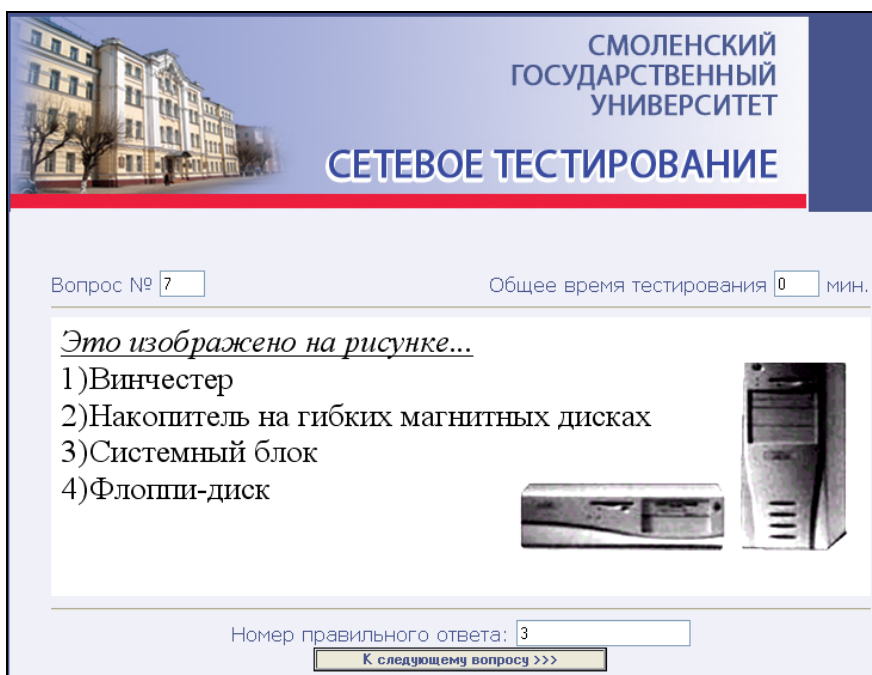


Рис.1 Фрагмент выполнения сетевого теста с фотографиями

На рисунке 1 представлен фрагмент кадра с фотографией для Интернет-тестирования школьников по информатике с последующей отправкой результатов тестирования группы на WEB-сервер Apache.

На выходе системы (после проведения тестирования и проверки его результатов) формируется ведомость теста (рисунок 2), соответствующая группе, преподавателю и времени испытаний.

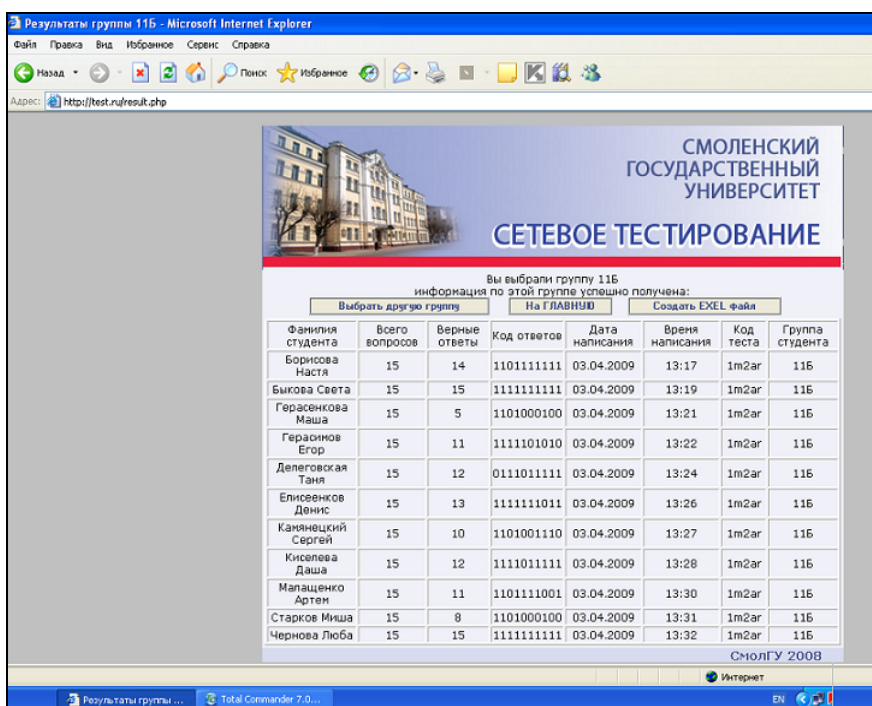


Рис.2 Фрагмент результатов группового тестирования

Проведенные испытания тестового сервиса показали, что он обладает достаточной гибкостью и может быть настроен на особенности конкретной предметной области.

Литература

1. Самойлова Т.А. Структура сервиса сетевого тестирования в образовательном портале // Системы компьютерной математики и их приложения. 2008. С. 271-275.

КОНЦЕПЦИЯ САЙТА ДЛЯ ПРОФИЛЬНОГО ОБУЧЕНИЯ ШКОЛЬНИКОВ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ДИСТАНЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ¹

Т.А. САМОЙЛОВА

Смоленский государственный университет, г. Смоленск

Основная цель такого сайта – создание научно-педагогической и учебно-методической поддержки учебно-воспитательного процесса в образовательных учреждениях Смоленска и области, функционирующей на основе интегрированной информационно-коммуникационной образовательной среды школ, СмолГУ и Института усовершенствования учителей (ИУУ). Основные направления сотрудничества – это Интернет-поддержка образовательной деятельности школьников и профессиональной деятельности учителей. Проектируемая образовательная среда (рисунок 1) должна содержать образовательный фонд для учащихся и учебно-методический фонд для учителей. Учащимся в этом фонде будет доступен комплекс элективных курсов и электронных образовательных ресурсов (ЭОР) по различным предметным областям для профильного обучения, авторами которых являются учителя, преподаватели и аспиранты СмолГУ. Учителя станут использовать фонд для дистанционного повышения квалификации, обмена педагогическим опытом, методическими наработками, программами, электронными учебными материалами. Школьные педагоги – тьютеры, участвующие в экспериментальном Интернет-обучении школьников, получают необходимые для работы УМК (учебно-методические комплексы) для профильного обучения учащихся старших классов общеобразовательной школы с использованием Интернет. Учительский фонд должен включать также программы, тематические планы, сценарии уроков и внеклассных мероприятий.

Управлять наполнением этих фондов будут методисты-предметники СмолГУ и ИИУ на базе ресурсных центров этих учебных заведений. Силами ресурсных центров станет возможным дистанционное профильное обучение школьников с использованием Интернет-технологий, организация

¹ Работа выполнена при финансовой поддержке РГНФ и Администрации Смоленской области, проект 09-06-58606 а/Ц.

различных видов консультативной помощи (психологической, предметной), подготовка к сдаче единого государственного экзамена, организация дистанционных подготовительных курсов.

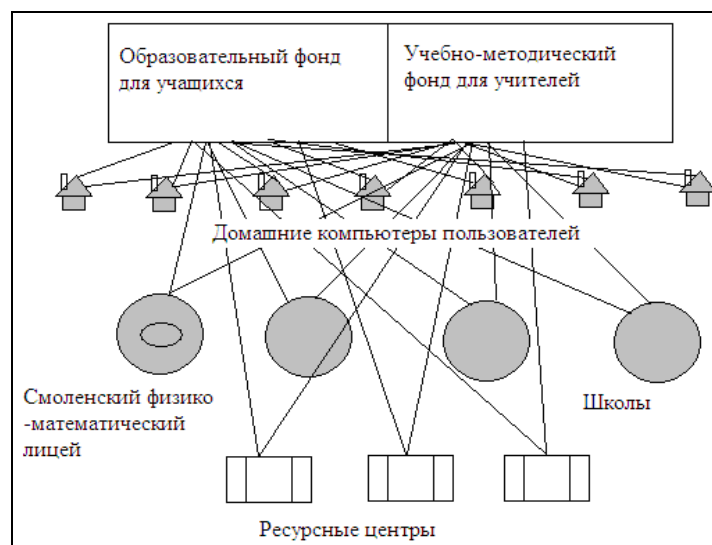


Рис. 1 Интегрированная информационно-коммуникационная образовательная среда

На рисунке 2 представлена модель профильного обучения школьников с использованием дистанционных технологий. Главные участники такого обучения – учащиеся, их родители, школьные учителя – тьюторы и школьная администрация – получают из Интернета УМК для профильного обучения, содержащие информационные и тестовые материалы, методические рекомендации для тьюторов и учеников. Компонентами УМК могут быть как собственные ресурсы центра, разработанные совместно преподавателями школ области, методистами СмолГУ и ИУУ, так и внешние федеральные ресурсы, представленные соответствующими Интернет-ссылками.

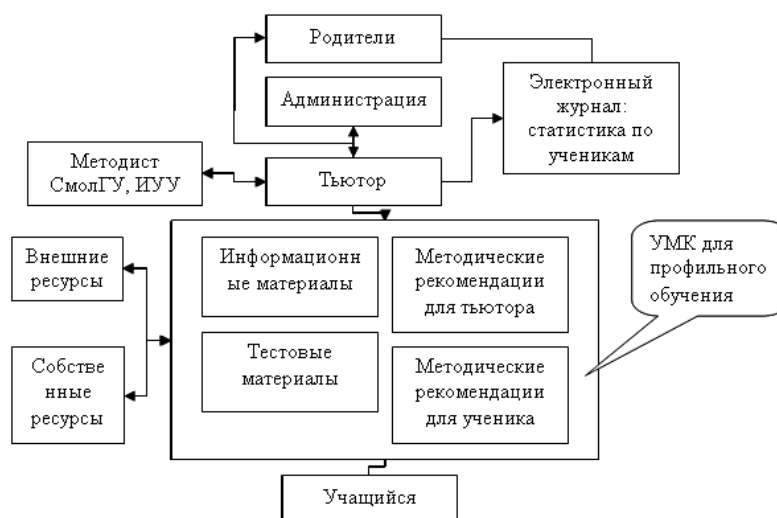


Рис. 2. Модель профильного обучения школьников с использованием дистанционных технологий

С учетом данной организации профильного обучения предлагается представить сайт в виде четырех подсистем: для учащихся, их родителей, учителей и администрации образовательных учреждений. Назовем разделы, включенные во все подсистемы и доступные всем пользователям.

Образовательные материалы и документы. Основной раздел сайта. Позволяет систематизировать большое количество разнообразных по формату, внешних и внутренних, хранящихся в собственной базе данных, образовательных материалов и организовать их поиск по категориям. Найденные материалы, например, электронные учебники и пособия, будут доступны пользователям сайта в виде гипертекстовой страницы или файла.

Библиотека. Дает возможность доступа к электронным каталогам библиотеки, обеспечивая поиск необходимой литературы по указанному разделу знаний.

Учительская. Содержит информацию об учителях-методистах и их образовательных ресурсах. По желанию учителя доступ к ресурсам может быть свободным или ограниченным.

Тестирование. Позволяет проводить групповое тестирование с ограниченным доступом в учебных классах с последующей статистической обработкой результатов. Дает возможность пробного индивидуального тестирования в открытом доступе.

Форум. Обеспечивает общение школьников, родителей, учителей и администрации между собой с помощью электронных писем-сообщений.

Кроме общедоступных страниц, портал должен содержать личные страницы (кабинеты) пользователей.

Личный кабинет учащегося. Содержит расписание занятий школы, сведения о его успеваемости, сроки отсылки заданий. Позволяет вести индивидуальную переписку с педагогом – тьютером.

Личный кабинет преподавателя. Содержит расписание занятий школы, сведения о его учениках и их текущей успеваемости, сроки отсылки заданий. Позволяет зарегистрировать его электронные образовательные ресурсы (ЭОР), поместить документы для учительской, ввести новый тест для группового и индивидуального тестирования. Содержит раздел «Повышение квалификации», дающий возможность общения с методистами повышения квалификации и доступ к соответствующим материалам. Раздел «Научная работа» включает информацию о конференциях и семинарах, полезные Интернет-ссылки, авторефераты диссертаций, публикации по темам. Раздел «Педагогические технологии» представляется материалами для практических занятий и тренингов по современным технологиям обучения. Раздел «Средства обучения» включает САПР учителя, справочные системы тестирования, тестовые оболочки, демонстрации к урокам, дидактические игры, энциклопедии, словари, презентации, мастера по проведению уроков. Раздел «Персонализация» позволяет преподавателю заре-

гистрироваться в системе, сообщить свой пароль и поместить необходимую информацию в допустимом формате.

Личный кабинет родителя. Содержит расписание занятий и план мероприятий школы, сведения о текущей успеваемости его ребенка, сроки отсылки им заданий. Позволяет вести переписку с педагогом-тьютором.

Личный кабинет администратора. Содержит графики рассылки заданий всеми учителями-методистами, сведения о текущей успеваемости учащихся его школы и статистические отчеты по всем школам – участникам дистанционного профильного обучения.

Следует надеяться, что предлагаемая концепция профильного обучения школьников с использованием дистанционных технологий координирует работу по созданию и использованию информационно-образовательных ресурсов в Смоленском регионе, непосредственно активизируя участие учащихся и учителей в сетевых инициативах России. Планируется внедрение первой экспериментальной версии сайта в Смоленском физико-математическом лицее.

СКОЛЬЖЕНИЕ ВРАЩАЮЩЕЙСЯ ШАЙБЫ

Б.В. СЕЛЮК

Смоленский государственный университет, г. Смоленск

На физико-математическом факультете СмолГУ проводятся факультативные занятия по решению избранных физических задач. Рассматриваются задачи, решение которых способствует развитию творческих способностей студентов, стимулирует их интерес к изучению физики, а также демонстрирует эффективность использования компьютерных технологий, в частности систем компьютерной математики, при изучении физических явлений. Для проведения таких занятий разработаны на базе MathCAD дидактические материалы, представляющие собой документы, содержащие условия задач, рекомендации по поиску решений, некоторые промежуточные результаты для контроля хода решения, блоки ввода и вывода результатов. Выполняя предъявляемые в документе задания, студенты учатся осуществлять поиск решения, исследовать физические явления, использовать в этом процессе компьютер. Опишем кратко документ, в котором анализируется одна из предлагаемых задач.

Задача. Шайба радиусом $R = 0,05$ м скользит по льду со скоростью $v = 2$ м/с, вращаясь вокруг собственной оси с угловой скоростью ω . Масса шайбы $m = 0,3$ кг. Коэффициент трения шайбы о лед $\mu = 0,2$. Оцените зависимость ускорения a центра шайбы, а также ее углового ускорения β от скорости вращения ω при $v \ll \omega R$. Найдите временные изменения скорости центра масс, угловой скорости, ускорения центра масс и углового ускорения.

После ввода данных студенты выполняют ряд заданий.

Задание 1. Рассмотрите малый элемент шайбы, полярные координаты которого r и ϕ . Найдите направление скорости этого элемента относительно льда. Спроектируйте силу трения, приложенную к этому элементу, на координатную ось, направленную вдоль скорости скольжения шайбы. Получите формулу, определяющую ускорение шайбы:

$$a(\omega, v) := (-m)^{-1} \cdot \mu \cdot g \cdot \rho \cdot \int_0^R \int_0^{2\pi} \frac{r \cdot (v - \omega \cdot r \cdot \sin(\phi))}{\sqrt{v^2 + (\omega \cdot r)^2 - 2 \cdot v \cdot \omega \cdot r \cdot \sin(\phi)}} d\phi dr \quad (1)$$

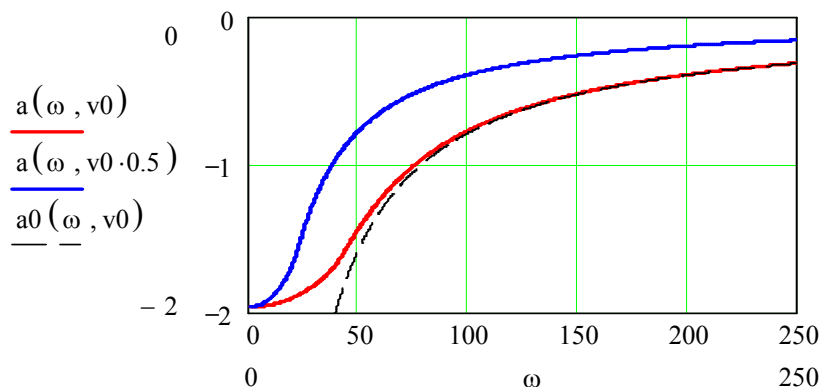
Задание 2. При оценочных вычислениях интеграл по ϕ следует представить как произведение среднего значения подынтегрального выражения на промежуток интегрирования 2π . Если величина ω достаточно велика, то расстояние r почти не изменяется при повороте шайбы на 2π . Среднее значение синуса при изменении ϕ на 2π равно нулю. Поэтому задача сводится к вычислению интеграла

$$\int_0^R \frac{r \cdot v}{\sqrt{v^2 + (\omega \cdot r)^2}} dr = \left[\frac{(v^2 + R^2 \cdot \omega^2)^{\frac{1}{2}}}{\omega^2} \cdot v - \frac{(v^2)^{\frac{1}{2}}}{\omega^2} \cdot v \right] = \frac{v}{\omega^2} \cdot \left(1 + \frac{1}{2} \cdot R \cdot \omega - 1 \right) = \frac{v \cdot R}{2 \cdot \omega}$$

Подставьте в (1) это выражение и получите искомую оценку:

$$a_0(\omega, v) := -\mu \cdot \frac{g}{R} \cdot \frac{v}{\omega} \quad (2)$$

Ниже представлены графики точного соотношения (1) – сплошные кривые и приближенного (2) – штриховая линия.



Анализируя эти графики, студенты приходят к выводу, что для вращающейся шайбы лед оказывается «более скользким». Аналогично «более скользким» оказывается шило, когда его при использовании поворачивают. Эффект уменьшения трения шайбы о лед проявляется тем сильнее, чем быстрее вращается шайба и чем медленнее движется ее центр масс? На

графике наглядно отображается применимость простой формулы (2) и ее приближенный характер.

Угловое ускорение шайбы находится применением закона изменения момента импульса. Задача сводится к вычислению весьма громоздкого интеграла, для которого при больших величинах ω можно получить простое приближение: $\beta_0 := \frac{-4}{3} \cdot \frac{\mu \cdot g}{R}$. Сопоставление этой оценки с более точным численным решением демонстрирует подобно анализу ускорения движения центра масс, как целесообразность оценочных расчетов, так и мощь компьютерных технологий.

Временные изменения скорости центра масс, угловой скорости, а также ускорения центра масс и углового ускорения находятся численным компьютерным интегрированием системы дифференциальных уравнений.

Рассмотренный пример показывает, что работа студентов с подобными документами не только учит их грамотно применять законы физики в нестандартной ситуации, но и разумно упрощать задачи, а также использовать для более детального анализа систему компьютерной математики MathCAD.

РАЗВИТИЕ НАУЧНО-ТЕХНИЧЕСКОГО ТВОРЧЕСТВА УЧАЩИХСЯ В РАМКАХ ИНТЕРАКТИВНОЙ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ СЕТИ ОЧНО-ЗАОЧНОЙ ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ШКОЛЫ НА БАЗЕ ВУЗА¹

Г.Е. СЕНЬКИНА

Смоленский государственный университет, г. Смоленск

В настоящее время сложилось противоречие между потребностью общества и государства в творческих компетентных специалистах в области техники и нежеланием выпускников поступать на технические специальности, ориентацией их на юридические и экономические профессии. На наш взгляд, это связано с низким общественным статусом технических профессий, а также отсутствием надлежащей фундаментальной и технической подготовки учащихся, недостаточной связью школ и вузов в плане оказания помощи школам в развитии научно-технического творчества школьников. Существующие школы (лицеи и др.) при вузах направлены преимущественно на подготовку выпускников к поступлению в вуз, натаскивание на решение заданий ЕГЭ, ориентированы на академическую подготовку, теоретическое обучение. Проводящиеся Дни науки на базе вузов носят фрагментарный, авральный характер, не являются естественным подведением итогов систематической работы вузов с учащимися школ, лицеев, гимназий.

¹ Работа выполнена при финансовой поддержке РГНФ и Администрации Смоленской области, проект 09-06-58606 а/Ц.

Необходимо создание системы и институциональных структур совместной работы школ и вузов в рамках базового и дополнительного образования, которая обеспечивала бы постоянное отслеживание, диагностику, отбор и развитие научно-технического творчества талантливых школьников, вовлечение наиболее способных из них в научно-технические, исследовательские проекты профессорско-преподавательского состава вузов. Одним из направлений решения этой проблемы могло бы стать повсеместное создание на базе вузов структур дополнительного образования, непосредственной целью которых станет развитие научно-технического творчества молодежи. Причем, важно при этом использовать не только очную, но и дистанционную форму обучения и развития.

Для дистанционного обучения при этом возможно использование профильно ориентированной интерактивной образовательной сети, проектирование которой осуществляется в настоящее время коллективом преподавателей и студентов физико-математического факультета Смоленского государственного университета. Особенностью проектируемой сети является возможность автоматизации подбора учебного материала и тестовых заданий с учетом достигнутого уровня обученности и развития. При этом выстраивается индивидуальный образовательный маршрут каждого ученика.

В настоящий момент ни одна из существующих в образовательном пространстве России интерактивных дистанционных школ не позволяет учитывать особенности учащихся для построения индивидуального образовательного маршрута. В лучшем случае учитываются индивидуальный темп обучения и модальность восприятия и переработки информации за счет представления информации в знаковой, словесной и наглядной формах.

Между тем привлечение к проектированию интерактивной образовательной сети графовых моделей позволило преподавателям СмолГУ (Е.П. Емельченков, Д.А. Бояринов, О.М. Киселева, С.В. Козлов) создать лично ориентированную обучающую автоматизированную систему, включающую электронный задачник, систему индивидуального тестирования и систему обучения в группе.

Эта система позволяет с учетом данных входного тестирования подбирать теоретический и задачный материал индивидуально для каждого ученика, а затем проводить тестирование только по тем элементам знания, которые не были усвоены. Оптимизируется траектория обучения в группе, благодаря автоматизированному объединению учащихся в подгруппы в зависимости от результатов тестирования.

Система переносима на различное содержание, поскольку графовые модели не привязаны к особенностям конкретного содержания формализуемой предметной области.

Необходимо обоснование и описание содержания и системы развития научно-технического творчества школьников в области прикладной ин-

форматики и прикладной физики в рамках интерактивной образовательной сети очно-заочной физико-математической школы на базе вуза.

Для достижения этой цели необходимо, прежде всего, решить следующие задачи.

1. Создание нормативно-правовой базы функционирования и развития очно-заочной физико-математической школы на базе вуза.

2. Создание материальной базы очно-заочной физико-математической школы на базе СмолГУ, позволяющей развивать научно-техническое творчество учащихся как в очной, так и дистанционных формах обучения.

3. Разработка конкретных форм, содержания и методов развития научно-технического творчества школьников в рамках физико-математической школы на базе вуза, учитывающей особенности регионального развития.

4. Разработка и обоснование критериев и методик диагностики способностей школьников к научно-техническому творчеству в области прикладной информатики и физики.

5. Вовлечение наиболее способных учащихся школ г. Смоленска и Смоленской области в исследовательские проекты технического направления, реализуемые профессорско-преподавательским составом, аспирантами и студентами СмолГУ.

Разработанные в результате выполнения проекта материалы могут использоваться вузами для создания, функционирования и развития соответствующих институциональных структур на своей базе с целью развития научно-технического творчества учащихся своего региона.

О ЦЕЛЯХ СОЗДАНИЯ ШКОЛЬНОГО САЙТА

А.В. ТАРАДОНОВА

МОУ СОШ № 32 им. С.А.Лавочкина, г. Смоленск

В силу технического развития школы, появления в ней Интернета встает проблема создания сайта школы. В настоящее время разработка web-страниц и web-узлов в Интернете становится все более актуальной задачей. С помощью приложения Microsoft можно создавать собственные web-узлы. Наша тема самообразования «Основы web-программирования для школьного «сайтостроительства». И основной вопрос, который возник, – нужен ли вообще школьный сайт? Это вопрос главный, так как без его решения проектировать меню, разрабатывать разделы, вводить сервисы нет смысла. Цели, которые можно преследовать при создании школьного сайта, на мой взгляд, следующие.

1. Сайт как координационная точка внутришкольного взаимодействия. Например, можно использовать школьный сайт для «анонимного» общения, создавая для учеников возможность задавать вопросы в кри-

зисных, критических ситуациях. Также, на мой взгляд, грамотно организованный и регулярно обновляемый школьный сайт может стать своеобразным пространством профессиональной рефлексии для школы. Так, новостная лента становится летописью жизни взрослого и детского коллектива. Сайт как выход во внешнее пространство заставляет педагогов, представляя свое образовательное учреждение, давать ответы на вопросы, которые в привычной повседневной деятельности не всегда осмысляются:

- в каком направлении осуществляется развитие школы?
- какова ценностная основа педагогической и методической концепции школы?
- в чем заключается характерное отличие нашего учебного заведения от другого? и другие.

Иными словами, организующееся пространство общения на сайте школы может служить показательным материалом для профессиональной рефлексии администратора и педагога, предоставляет интересный диагностический материал для осмысления своей деятельности.

2. Визитка школы. Школьный сайт также может выполнять функцию визитной карточки школы – со своим уникальным стилем и характерной для данной школы формой подачи материала. Актуальность этого момента в школьном сайте сегодня особенно высока. Нельзя забывать, что из года в год ухудшается демографическая ситуация, при которой так называемая «борьба за ученика» перестает быть метафорой. Однако умный и профессиональный педагогический коллектив понимает, что выигрывают не борьбу за абстрактного ученика, а борьбу за своего ученика, который по особенностям своей личности, по культурным традициям и образовательным запросам семьи будет этой педагогической системой удовлетворен и максимально успешен в ней. Вот поэтому так важно точно и корректно сформулировать для школьного сайта-визитки, в чем своеобразие данной педагогической системы, чем она отличается от других.

Еще одно назначение сайта-визитки связано с профилизацией старшей школы. В ситуации перехода системы образования к профильному обучению, когда одно образовательное учреждение по определению не будет в состоянии предоставить весь комплекс образовательных услуг, полная, конкретная и выгодная подача информации о специфике реализуемых в школе программ сможет привлечь к ней внимание.

Кроме того, в ситуации ограниченного государственного финансирования образования сайт-визитка школы может быть также инструментом установления контактов с образовательными и деловыми кругами, поиска форм сотрудничества, грантов и субсидий.

3. Школьный сайт как элемент более глобальной образовательной Интернет-системы. Школьный сайт может выступать элементом образовательной Интернет-системы. Это, безусловно, не является конкретной целью школьного сайта, скорее, в этом качестве сайт может работать

одним из информационных субъектов, комплекс которых в состоянии отражать динамически меняющуюся образовательную картину в рамках района, города, региона.

Таким образом, кратко описанные три цели можно условно назвать «сайт внутри школы», «сайт вне школы», «сайт как элемент системы образования». И уже исходя из данных позиций, можно создавать школьный сайт.

ОБ ОСОБЕННОСТЯХ ПРИМЕНЕНИЯ СИСТЕМ КОМПЬЮТЕРНОЙ МАТЕМАТИКИ В ОБУЧЕНИИ МАТЕМАТИКЕ В ВУЗЕ

Г.А. ТЫРЫГИНА

Тольяттинский государственный университет, г. Тольятти
e-mail: tygalex@yandex.ru

Использование информационных технологий в процессе обучения математическим дисциплинам – интересная и актуальная методическая задача. Они позволяют качественно изменить методы, формы и содержание обучения, создавая среду обучения, стимулирующую интерес и способствующую формированию положительной мотивации учения. К информационным технологиям поддержки процесса обучения математике можно отнести электронные учебники, электронные средства контроля знаний, программы нематематической направленности, использующие математический аппарат, математические программы для решения специальных математических задач и универсальные математические пакеты (Matlab, Mathematica, Maple, Mathcad). Системы компьютерной математики можно использовать не только для обеспечения вычислительных процессов решения научных задач, но и для организации обучающей среды. В последнем случае возникает вопрос о роли и месте СКМ в процессе обучения математическим дисциплинам в высшей школе. При решении этого вопроса следует учитывать статус (принадлежность циклу дисциплин ЕН, ОПД, СД) математической дисциплины в учебном плане специальности. Знания, формируемые математической дисциплиной статуса ЕН, имеют прикладной характер, для них характерен алгоритмический подход. Это позволяет рассматривать использование СКМ как один из способов решения проблемы поиска оптимальной организации учебного процесса, связанного с обучением математике, на основе интеграции с СКМ в разумных границах. Например, аналитическое и графическое решение задачи – дополнить ее решением с помощью СКМ.

Несомненные достоинства использования СКМ – отсутствие арифметических расчетов, связанных вычислением определителей, обратных матриц и т.д.; возможность проведения интерактивного компьютерного эксперимента, наглядно показывающего влияние варьирования входных данных на выходные; использование различных анимационных эффектов; визуализация результатов в виде двумерной и трехмерной графики и дру-

гое. Особо следует отметить роль визуализации при обучении математике, которая развивает пространственное мышление, позволяет представить связь между аналитическими выражениями и геометрическими образами, повышает уровень понимания. Недостаток такого использования СКМ в обучении математике состоит в том, что у студента может появиться представление о том, что математику можно освоить с помощью пакета.

Использование математических пакетов при первом изучении математических дисциплин статуса ОПД, СД должно выглядеть по-другому. Это связано с необходимостью формирования математических понятий и умений решать теоретические задачи. Формирование математического понятия состоит в усвоении его содержания (как совокупности всех существенных свойств объекта, связанных между собой) и объема (как совокупности всех объектов или отношений, охватываемых данным понятием). Математические пакеты не предназначены для организации деятельности по отработке действий, адекватных понятию. Их целесообразно использовать в учебном процессе для других целей, например, при формировании умений решать задачи прикладной математики. При решении таких задач часто возникает необходимость проведения громоздких вычислений. Использование математических пакетов освобождает от рутинных вычислений, позволяет больше времени уделить содержательному анализу математической модели, чем ее реализации. Изучение математического пакета Matlab можно организовать в рамках дисциплин ОПД «Практикум на ЭВМ», «Системное и прикладное программное обеспечение», а также в рамках дисциплин СД «Системы компьютерной математики». Вторая из перечисленных выше дисциплин ОПД, в отличие от первой, предполагает изучение систем программирования, прикладных программных систем, в том числе знакомство с системами компьютерной алгебры и символьных преобразований. Выбор нами данного пакета обусловлен как его мощными возможностями, так и наличием лицензии на этот пакет для компьютерного класса.

СТРУКТУРА УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОГО КОМПЛЕКСА ПО ФИЗИКЕ ДЛЯ ДИСТАНЦИОННОГО ОБУЧЕНИЯ НА БАЗЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО ПОРТАЛА¹

Е.В. ЧЕПИКОВА

Смоленский государственный университет, г. Смоленск
e-mail: elena151082@mail.ru

Современный мир невозможно представить без информационных технологий. Они довольно прочно вплелись во все сферы деятельности человека, который уже не мыслит себя вне информационного пространства, без средств связи, ресурсов сети Internet и других технологий, значительно

¹ Работа выполнена при финансовой поддержке РГНФ и Администрации Смоленской области, проект 09-06-58606 а/Ц.

упрощающих жизнь. Все более широкое распространение информационные технологии получают и в образовательном процессе.

Одним из наиболее перспективных направлений внедрения информационных технологий в педагогический процесс является создание школьных образовательных порталов. Школьный образовательный портал как единый информационный образовательный комплекс, создаваемый всеми субъектами педагогического процесса, является мощным средством организации и осуществления дистанционного обучения. Последнее особенно важно при организации профильного обучения, так как школы не всегда могут обеспечить необходимые условия для углубленного изучения старшекласниками естественнонаучных дисциплин.

Необходимым условием использования образовательного портала в практике дистанционного школьного обучения является разработка учебно-методических комплексов по различным дисциплинам школьной программы.

Нами разработан один из вариантов структуры учебно-методического комплекса по физике, который включает следующие основные компоненты.

1. *Пояснительная записка*, в которой определяются цели и задачи изучения дисциплины, а также ключевые компетенции, для формирования которых данная дисциплина позволяет создать необходимые условия, приводится тематический план дисциплины с указанием трудоемкости отдельных тем и разделов курса.

2. *Информационный компонент* содержит необходимый объем теоретических сведений, который должен быть освоен школьником по конкретным темам в рамках учебной дисциплины. Данный компонент может быть разделен на две части: минимальный объем информации, обязательный для изучения, и дополнительные сведения, расширяющие и углубляющие курс. Современные информационные технологии позволяют дополнить информационный компонент различными мультимедийными материалами и иллюстрациями.

3. *Практический компонент* имеет основной целью формирование у школьников компетенций, связанных с применением полученных знаний на практике. Практический компонент включает две составляющие:

- электронные задачки, содержащие примеры решения задач и задачи для самостоятельного решения, которые могут быть классифицированы по темам, уровням сложности и другим параметрам;
- виртуальные лаборатории – специальные программы, предназначенные для моделирования физического эксперимента в условиях, когда проведение реальных физических опытов по объективным причинам не является возможным.

4. *Компонент обратной связи* (контроля) включает в себя разнообразные формы контроля освоения школьником отдельных элементов учебной

программы (тесты, контрольные работы, отчеты по лабораторным работам и т.д.), а также различные способы on-line общения школьника с учителями.

Создание учебно-методических комплексов по различным дисциплинам школьной программы позволяет существенно облегчить хранение и поиск необходимой информации. Каждый учитель имеет «копилку» дидактических материалов и разработок, которыми он пользуется в своей профессиональной деятельности. У учителей со стажем эта «копилка», как правило, достаточно обширна. Создание учителем электронных учебно-методических комплексов по преподаваемым им дисциплинам может существенно облегчить подготовку к уроку, поиск необходимой информации и ее представление в удобном для учеников виде. Кроме того, через сеть учителя могут общаться друг с другом и делиться своими разработками, устраивать «мастер-классы» и «выставки». Но в первую очередь создание подобных информационных образовательных комплексов направлено на помощь ученику, который легко сможет отыскать необходимый учебный материал, даже если он пропустил урок.

Школьный образовательный портал создает возможности для своевременного получения учениками необходимой информации (материалы для подготовки к уроку, домашние задания, анализ контрольных и творческих работ и т.д.), содержание которой может контролироваться учителем.

Кроме того, школьный образовательный портал создает широкие возможности для обеспечения обратной связи со школьниками через разнообразные формы текущего и итогового контроля, а также общение в режиме on-line, разнообразные форумы.

РОЛЬ ЛИНГАФОННОГО КАБИНЕТА В ОБУЧЕНИИ ИНОСТРАННЫМ ЯЗЫКАМ

А.М. ШИЛЯГИНА

Смоленский государственный университет, г. Смоленск

В условиях изменения содержания образования приоритетную роль в учебно-воспитательном процессе играют информационно-коммуникативные технологии, использование которых раскрывает возможности компьютера как средства обучения. Компьютерные обучающие программы позволяют тренировать различные виды речевой деятельности, помогают осознать языковые явления, сформировать лингвистические навыки

Использование компьютера повышает познавательную активность учащихся и поддерживает интерес к предмету, расширяет поле для самостоятельной деятельности.

В 1970-е годы появился аудио-лингафонный метод преподавания иностранных языков. Вместе с этим методом возникли лингафонные курсы

и лингафонные классы. Многие школы захотели иметь свои лингафонные кабинеты, в которых ученики в наушниках слушали тексты, диалоги, выполняли упражнения. Сторонники аудио-лингафонного метода считали, что нужно заучивать грамматические и фразеологические структуры языка путем многократного их повторения, что, по их мнению, давало возможность ученикам в нужный момент употреблять эти структуры в речи автоматически.

Недостатком аудио-лингафонного метода является отсутствие обратной связи с носителем языка, речь которого звучит в наушниках. Для владения иностранным языком недостаточно автоматически заучить фразеологические и грамматические структуры. Опыт показывает, что в реальной ситуации человек, как правило, не может своевременно употребить нужную конструкцию, заученную им когда-то. Аудио-лингафонный метод позволяет расширить лексический и грамматический запас, но нарабатывать навыки автоматического употребления фраз в речи можно только при общении на языке, то есть, используя коммуникативный подход.

Применение этого метода дает хорошие результаты при обучении аудированию, при отработке фонетических навыков, при формировании навыков устной речи и навыков перевода.

При обучении иностранным языкам аудио-лингафонный метод применяется все чаще и чаще. Недостаток этого метода скоро будет устранен. В настоящее время специалисты разрабатывают программы, позволяющие устранить основной недостаток этого метода - отсутствие обратной связи. Диалог с компьютером станет более полноценным.

Так что же такое лингафонный кабинет? Каковы его возможности при обучении иностранным языкам? Пользоваться лингафонным кабинетом при изучении иностранного языка или нет?

Лингафонный кабинет – это специальная учебная аудитория со звуко-технической аппаратурой, способствующая овладению навыками устной речи на любом языке. Применение лингафонного кабинета позволяет повысить эффективность процесса обучения, определить степень усвоения материала учащимися, уменьшить затраты времени на изучение и закрепление учебного материала, сократить время на проверку знаний.

Прослушивание трансляционных программ развивает навыки аудирования учащихся, углубляя при этом их знания по предмету. Возможность работать автономно обеспечивает индивидуализацию и дифференциацию процесса обучения, создаёт комфортную среду обучения.

Мультимедийный кабинет позволяет проводить занятия на качественно новом уровне. Визуальная насыщенность учебного материала делает его ярким, убедительным. Компьютерные презентации позволяют акцентировать внимание учащихся на значимых моментах излагаемой информации и создавать наглядные эффектные образы в виде

иллюстраций, схем, диаграмм, графических композиций. В мультимедийном кабинете возможно использовать программные пакеты Microsoft Word, Microsoft Excel, Power Point, мультимедийный проектор, электронную интерактивную доску, а также все сервисы сети Internet.

Применение аудио-лингфонного метода позволяет не только изучать различные языки, но и открывает большие возможности для межпредметной интеграции, столь актуальной в новых условиях образовательного процесса.

Использование обучающих компьютерных программ на занятиях в лингфонном кабинете обеспечивает учащимся погружение в языковую среду посредством большого спектра устно-разговорных упражнений. В таких программах представлены многочисленные формы контроля знаний и умений учащихся, при этом оценка ученику выставляется самим компьютером.

В настоящее время существует большое количество мультимедиа-лингфонных комплектов, позволяющих превратить обычный компьютерный класс в лингфонный кабинет. При наличии такого оборудования в учебном заведении каждый преподаватель получает возможность создавать свои собственные электронные обучающие программы, электронные учебники и электронные приложения к печатным пособиям. А использование таких электронных приложений делает сам процесс обучения более увлекательным, разнообразным и результативным.

В заключение хочется отметить, что лингфонный кабинет и обучающие программы, используемые в нем, – это мощный инструмент, при помощи которого можно и нужно обучать иностранным языкам.

СОДЕРЖАНИЕ

СЕКЦИЯ 1. Системы компьютерной математики

<i>Абраменкова И.В., Фролкова Н.О., Фролков О.А.</i> Моделирование последовательного и параллельного сопротивления в структуре реального солнечного элемента.....	3
<i>Агафонов А.А.</i> Математическая модель возбуждения гравимагнитных ударных волн в однородной плазме в СКМ Mathematica.....	6
<i>Агеева Н.Р.</i> Библиотека пользовательских процедур в СКМ «Maple» для графической В-сплайновой обработки результатов.....	8
<i>Адиятуллина Г.Р.</i> Библиотеки пользовательских процедур в СКМ по курсу математического анализа: «функции».....	11
<i>Балашов О.В., Круглов В.В.</i> Способ получения структуры предпочтений для систем поддержки принятия решений	12
<i>Балашов О.В., Фомин А.И.</i> Применение теории возможностей Для оценки и анализа альтернатив	14
<i>Боровинская Е.С., Холоднов В.А., Решетиловский В.П.</i> Применение метода «симулированного отжига» для идентификации констант скоростей сложного процесса в микроструктурном реакторе.....	17
<i>Голоскоков Д.П.</i> Maple в научных исследованиях.....	19
<i>Дьяконов В.П.</i> Компьютерная математика в науке и образовании.....	20
<i>Дьяконов В.П.</i> Новый пакет моделирования Simscape системы MatLAB+Simulink.....	24
<i>Дьяконов В.П.</i> Пакет моделирования электронных схем Simelectronics.....	30
<i>Забурдаев А.Г.</i> Разработка комплекса программных средств моделирования и автоматизации предметных областей.....	37
<i>Зиатдинов Р.А.</i> О возможностях использования интерактивной геометрической системы Geogebra 3.0 в учебном процессе.....	39
<i>Игнатьев Д.Ю.</i> Математическое моделирование в СКМ процесса установления термодинамического равновесия в ранней вселенной.....	41

<i>Игнатъев Ю.Г.</i> Пользовательские графические процедуры для создания анимационных моделей нелинейных физических процессов	43
<i>Карасёв Е.Д., Бельцов О.Е.</i> Диагонально- неявные методы Рунге-Кутты для решения алгебро-дифференциальных уравнений в режимном тренажёре диспетчера энергосистемы.....	44
<i>Кирсанов М.Н., Соловьёв М.Е.</i> Методы совершенствования нейронной сети Хопфилда.....	47
<i>Клейза Й.</i> Решение интегральных уравнений в среде Maple.....	50
<i>Кристалинский Р.Е., Кристалинский В.Р.</i> Об одном способе приближенного обращения преобразования Лапласа.....	50
<i>Кристалинский Р.Е., Усачёв В.И.</i> Реализация метода ортогональной прогонки С.К. Годунова в системе Mathematica.....	52
<i>Круглов В.В.</i> Комбинированный алгоритм прогноза значений временного ряда.....	56
<i>Кучумов О.Н.</i> Компьютерное моделирование в СКМ Maple действия гравитационных волн на статистические системы частиц со скалярным взаимодействием.....	59
<i>Маманович К.А.</i> Применение универсального языка моделирования для разработки информационного обеспечения сложных программных комплексов.....	60
<i>Матросов А.В.</i> Реализация в Maple символического способа составления решений дифференциальных уравнений.....	62
<i>Мифтахов Р.Ф.</i> Математическое моделирование статистической системы частиц со скалярным взаимодействием в системе компьютерной математики.....	64
<i>Пеньков А.А., Строев К.Н., Строев Н.Н.</i> Исследование устойчивости нелинейных алгоритмов управления источниками питания в среде систем компьютерной математики.....	66
<i>Розакова Л.И.</i> Визуализация основных процедур исследования функций в курсе алгебры и начал анализа в средней школе на основе СКМ.....	68
<i>Самигуллина А.Р.</i> Создание компьютерных средств сопровождения курса линейной алгебры и аналитической геометрии для нематематических факультетов с помощью СКМ Maple.....	71

<i>Саркеева А.Н.</i> Пользовательские библиотеки системы компьютерной математики Maple как методическая база учителя математики и информатики.....	73
<i>Сачкова О.А.</i> Пользовательские библиотеки графических процедур в СКМ Maple для создания демонстраций по курсу математического анализа для нематематических специальностей.....	76
<i>Сеньков А.В.</i> Программная модель нечёткого дерева отказов.....	77
<i>Скачков Д.Е.</i> Классификация нечетких сетей Петри для моделирования динамических дискретных систем.....	79
<i>Сковородин И.С.</i> Методы стыковки цифровых осциллографов с персональным компьютером.....	81
<i>Суханова А.Г., Суханов М.Б.</i> Факторизация чисел в системе Mathcad.....	84
<i>Тимофеев А.А.</i> О решении первой основной задачи плоской теории упругости.....	88
<i>Троицкий Ю.В.</i> Применение методов электро-импедансной спектроскопии в промышленности и медицине.....	90
<i>Федотов В.Ю.</i> Менеджер динамической памяти для системы реального времени.....	92
<i>Фишер Д.В.</i> Реализация и анализ асинхронной модели сети Хопфилда в системе Maple.....	95
<i>Холоднов В.А., Кирьянова Л.С., Чепикова В.Н., Шустрова О.П.</i> Информационные технологии в химико-технологическом образовании.....	97
<i>Холоднов В.А., Краснобородько Д.А., Фролова С.В.</i> Интервальное оценивание в Mathcad параметров уравнения Антуана.....	99
<i>Холоднов В.А., Решетиловский В.П., Боровинская Е.С., Доманский И.В.</i> Интервальное оценивание критерия Пекле с помощью Mathcad.....	101
<i>Хотова Ф.А.</i> Оконное преобразование Фурье в системе Matlab.....	103
<i>Абдула Халед Хусейн</i> Визуализация математических моделей нелинейных механических систем в системах компьютерной математики.....	108
<i>Якименко И.В., Жендарев М.В., Гурченков Д.А.</i> Способ обнаружения тепловых объектов.....	112

СЕКЦИЯ 2. Параллельные вычисления и многоядерные процессоры

<i>Агроник А.Ю.</i> Обзор существующих методов хранения и обработки разреженных данных.....	114
<i>Бешенков С.Н., Березняк И.С.</i> Распространение неосесимметричных упругих волн в многослойных цилиндрических оболочках.....	116
<i>Блакунов И.О., Болотин И.Б., Еришов Д.К., Хотулев А.В.</i> Компьютерное моделирование физических процессов на решетках Изинга.....	118
<i>Борисов В.В.</i> Нечеткие байесовы сети в задачах анализа рисков.....	120
<i>Борисов В.В., Зернов М.М.</i> Способы применения динамических ситуационных сетей при выработке и сопровождении сценария управления.....	122
<i>Гринберг А.С., Лабкович О.Н.</i> Параллельная педагогика прикладных систем.....	124
<i>Емельченков Е.П., Борисов В.В., Полулях В.В., Юрченко И.И.</i> Автоматизация деятельности преподавателя в платформе электронного обучения.....	125
<i>Емельченков Е.П., Левин Н.А.</i> Проектирование информационных систем. Аксиоматический подход.....	128
<i>Зернов М.М.</i> Комплексная методика создания и использования программных средств поддержки принятия решений на основе нечётких ситуационных сетей.....	133
<i>Игнатов В.Д.</i> Исследование параллельных процессов вычислений средствами имитационного моделирования.....	135
<i>Кафлик Д.А.</i> Разработка модели представления данных для унификации доступа к различным источникам информации.....	139
<i>Левин Н.А., Мунерман В.И.</i> Универсальные алгебраические машины и семантика систем обработки данных.....	141
<i>Мунерман В.И.</i> Изоморфизм моделей обработки данных.....	143
<i>Мунерман В.И., Попов Д.А.</i> Реализация алгебры матриц на системах с многоядерными процессорами.....	145

<i>Провоторова А.О, Гайдаенко Т.И., Сергеев В.П., Ширай А.Е., Оздемир С.М.</i> Специализированная информационно-поисковая система как средство информатизации образования в высшей школе.....	147
<i>Ширай М.А.</i> Обзор существующих методов и подходов к организации параллельных вычислений в базах данных на традиционных многопроцессорных системах.....	150
СЕКЦИЯ 3. Математика и её приложения	
<i>Акбаров Р.</i> О нагруженной краевой задаче сопряжения обобщенных аналитических функции с дополнительными заданиями граничных моментов.....	153
<i>Алексеев В.В.</i> Об одной трёхэлементной краевой задаче типа Карлемана в классах метааналитических функций в круге.....	155
<i>Анищенко Н.Г.</i> Об одной трехэлементной краевой задаче типа Римана для бианалитических функций в случае полуплоскости.....	157
<i>Болотин И.Б.</i> Об одном случае однородной краевой задачи типа Римана с бесконечным индексом для бианалитических функций.....	159
<i>Букачѳв Д.С.</i> О решении первой основной четырехэлементной краевой задачи типа Римана для метааналитических функций в круге.....	161
<i>Быков С.В.</i> О некоторых оценках в средних классах аналитических в круге функций.....	163
<i>Василенков В.П., Расулов К.М.</i> О решении задачи Дирихле в классе метааналитических функций в круге.....	165
<i>Горелик В.А., Муравьѳва О.В.</i> Определение радиуса сверхустойчивости матрицы линейной стационарной системы управления.....	167
<i>Горелик В.А., Родюков А.В.</i> Моделирование принятия решений в иерархических системах в условиях неопределенности с учѳтом риска...	169
<i>Давьялова Е.В.</i> Решение неоднородной четырехэлементной задачи Маркушевича.....	173
<i>Долгополова О.Б., Зверович Э.И.</i> Построение в явном виде оператора Шварца для многосвязной области.....	175

<i>Евдокимова Г.С.</i> Многолинейная система с очередью при переменных параметрах.....	177
<i>Ерёмин А.С.</i> Об одном вложенном методе типа Дормана–Принса.....	180
<i>Зверович Э.И.</i> Суммирование тэта-рядов.....	182
<i>Кирьяцкий Э.Г.</i> Об одном однопараметрическом семействе рациональных функций.....	186
<i>Кирьяцкий Э.Г.</i> Оценка остаточного члена интерполяционной формулы Ньютона для однолистных в единичном круге функций.....	187
<i>Ксенофонтов С.А., Расулов К.М.</i> Неклассическая краевая задача типа Дирихле для метааналитических функций в вырожденном случае.....	188
<i>Олемской И.В.</i> Интегрирование структурно разделенных систем дифференциальных уравнений.....	198
<i>Охлупина О.В.</i> О характеристике субгармонических в круге функций, имеющих степенной рост вблизи граничной окружности.....	199
<i>Перельман Н.Р.</i> О решении трехэлементной задачи типа Карлемана для трианалитических функций в круге.....	201
<i>Расулов К.М., Богданова Н.Н.</i> О решении четырехэлементной краевой задачи типа Карлемана для бианалитических функций в полувыврожденном случае.....	202
<i>Ткаченко Н.М.</i> Базисы в весовых пространствах функций, аналитических в некоторых классах областей, ограниченных спрямляемой кривой.....	209
<i>Шатохин Н.Л.</i> О координатизации AN -плоскостей.....	211
<i>Шеко А.И.</i> О второй четырёхэлементной краевой задаче со сдвигом Карлемана в классе бианалитических функций.....	214
<i>Gorelik V., Borodin D.</i> Solving the problem of pairwise comparison matrix inconsistency.....	219
СЕКЦИЯ 4. Новые информационные и педагогические технологии в образовании и прикладная лингвистика	
<i>Аделева О.П.</i> Соотношение синхронических признаков отглагольных существительных с суффиксом – ing с диахроническими признаками мотивирующих глаголов.....	223

<i>Биштейнов Д.А., Емельченков Е.П., Сенькина Г.Е.</i> Автоматизация процесса поурочного планирования.....	225
<i>Бояринов Д.А.</i> Взаимодействие высшей и средней школы в рамках информационного образовательного пространства.....	227
<i>Быков А.А.</i> Педагогические принципы системы формирования технической культуры учителя.....	230
<i>Галченкова И.С.</i> Необходимость использования пакетов прикладных программ по статистической обработке данных при изучении математических дисциплин в дистанционном образовании.....	234
<i>Грахольская М.И.</i> Соотношение семантических и морфемных признаков частотных существительных.....	236
<i>Губин В.А., Емельченков Е.П.</i> Возможности применения теории игр в педагогике: постановка проблемы.....	238
<i>Ермолаева Ю.Е.</i> Морфологические признаки как маркеры индивидуального стиля (на материале творчества австралийских поэтов XIX века).....	241
<i>Зайнеев Ф.Х.</i> Система компьютерной проверки знаний обучающихся с использованием модульной технологии обучения.....	243
<i>Зиновьева И.В.</i> Корреляция диахронических и синхронических признаков английских глаголов медицинской подсистемы.....	245
<i>Киселёва М.П.</i> Использование информационных технологий и автоматизированных систем для решения задач социальной сферы.....	247
<i>Киселёва О.М., Тимофеева Н.М.</i> Перспективы развития методов математического моделирования в обучении.....	249
<i>Куприкова О.Н.</i> Исследование влияния инвестиций на рост объема производства средствами дифференциальных уравнений.....	252
<i>Курилина Е.А.</i> Совместное применение систем компьютерной математики с интерактивными досками.....	254
<i>Лызлов А.И.</i> Типы сложноподчиненных предложений в оценочных паремиях английского языка с семантикой отрицания.....	259
<i>Никифорова Н.А.</i> Глаголы движения в языке описания и общенациональном английском языке.....	261

<i>Николаева Е.А.</i> Релевантность признаков начала и конца стихотворной строки при сопоставлении стиля методом дискриминантного анализа.....	262
<i>Новокщёнова Н.И.</i> Соотношение признаков в стихотворных текстах Д. Г. Лоуренса в различные периоды его творчества.....	263
<i>Петров В.А.</i> Рационален ли метод рационализации.....	264
<i>Расулов К.М., Самойлова Т.А., Сенькина Г.Е.</i> Проект специализированной профильно-ориентированной интерактивной сети общеобразовательных учреждений Смоленской области.....	267
<i>Самарина А.Е.</i> Применение информационных и коммуникационных технологий в образовании: электронный кейс.....	275
<i>Самойлова Т.А., Сенчилов В.В.</i> Организация сетевого компьютерного тестирования для физико-математических дисциплин.....	277
<i>Самойлова Т.А.</i> Концепция сайта для профильного обучения школьников с использованием дистанционных технологий.....	280
<i>Селюк Б.В.</i> Скольжение вращающейся шайбы.....	283
<i>Сенькина Г.Е.</i> Развитие научно-технического творчества учащихся в рамках интерактивной образовательной сети очно-заочной физико-математической школы на базе вуза.....	285
<i>Тарадонова А.В.</i> О целях создания школьного сайта.....	287
<i>Тырыгина Г.А.</i> Об особенностях применения систем компьютерной математики в обучении математике в вузе.....	289
<i>Чепикова Е.В.</i> Структура учебно-методического комплекса по физике для дистанционного обучения на базе образовательного портала.....	290
<i>Шлягина А.М.</i> Роль лингафонного кабинета в обучении иностранным языкам.....	292

Системы компьютерной математики и их приложения

Выпуск 10

Издательство Смоленского государственного
университета

Редакторы *Л.В. Бушуева, О.В. Папко*

Подписано к печати 14.04.2009. Формат 60×84 1/16.
Бумага офсетная. Печать ризографическая.
Усл. п. л. 19,5. Уч.-изд. л. 19,5. Тираж 110 экз.
Заказ № 32

Отпечатано с оригинал-макетов авторов в ИТЦ СмолГУ
214000, г. Смоленск, ул. Пржевальского, 4.